

中、小比例尺地形图平面位置精度分析*

徐 根 才

摘 要

本文在分析地形图误差的主要来源的基础上,系统地对已编印出版的1:10万、1:20万、1:50万、1:100万4种中、小比例尺地形图进行了抽样量算,提出了评定地形图精度的方法;分要素(包括经纬线网交点、河流交叉点、道路交点、居民地图形中心点)讨论了地形图的平面位置精度,在此基础上,提出了我国中、小比例尺地形图的平面位置精度标准。

【关键词】 地形图;平面位置精度;精度标准

地形图是测绘工作的主要成果,也是各部门使用最普遍的地图,1:10万、1:20万(现改为1:25万)、1:50万、1:100万地形图属中、小比例尺地形图。长期以来,我国对地形图的精度分析只限于大比例尺实测地形图(1:5万以上),对于由大比例尺地形图编印出版的中、小比例尺地形图,只是在地图生产过程中用规范的形式对每一制图过程作出误差的限制,而对地图成品的精度则很少进行系统分析,但地图精度是评定其质量的重要标志之一,通过对已出版的地形图精度分析,可为建立我国系列地形图的精度标准提供参考数据,也为地图分析、地图使用提供精度数据。因此,对地形图的精度作一系统分析是有一定的理论和实践意义的。

1 地形图的误差来源和精度概念

地形图制作是一个复杂的过程,从大地控制点成果、航测成图到编绘、印刷出版整个过程中的每一道工序都存在误差,其中,大地控制点成果、航测成图之误差属测量学研究之范畴,这里仅叙述由内业编绘出版的中、小比例尺地形图之误差来源。

1.1 原始资料误差 中、小比例尺地形图一般是由大比例尺地形图逐级编绘而成的。由1:5万编绘1:10万,1:10万编绘1:20万,直至1:100万地形图。而编绘用的原始资

收稿日期:1988-04-05

*本文是硕士论文的一部分,指导教师为万遇贤教授、祝国瑞副教授。

料地图本身就存在一定误差，并且误差依次传递。按航测成图的内外业规范规定，1：5万地形图中地面目标和地物对最近野外控制点的平面位置精度为：平地、丘陵 $\pm 25\text{m}$ ，山地、荒漠 $\pm 37.5\text{m}$ 。

1.2 地图投影的误差 由地球椭球面展开为地图平面时，所产生的长度、面积、角度等各种变形。我国大于1：50万比例尺的地形图系列均采用高斯-克吕格投影，离中央经线越远，纬度越低时，长度变形越大。按 6° 分带，当 $\Delta\lambda = 3^\circ$ ， $\varphi = 0^\circ$ 时，最大长度变形为 $+0.138\%$ 。新编1：100万地形图采用双标准纬线正轴等角割圆锥投影，投影按纬度 4° 分带，投影的等变形线与纬线一致而与经差无关，不同带图幅的变形值接近相等，每幅图上长度变形最大值为 $\pm 0.03\%$ 。

1.3 制图综合误差 它包括：描绘误差、移位误差和由形状概括所引起的误差。描绘误差受物体的重要程度和符号准确定位的难易程度等因素的影响，重要的物体，描绘误差相对小一些。位移作为制图综合的一种手段，在制图作业中是不可避免的。位移误差的大小，与地图比例尺及符号的尺寸有直接关系。比例尺缩小倍率大、符号尺寸大，则位移大；反之，则位移小。形状概括意味着不断改变图形的结构，这种改变涉及到长度、方向和轮廓图形这三个指标，这些指标的改变，也必然会影响到地图的精度。

此外，展绘地图数学基础和转绘地图内容的误差，印刷造成的误差，纸张伸缩引起的误差等都会影响地图的精度。所有这些误差，既有偶然误差，也有系统误差，在研究地图精度时，应设法消除系统误差。

通常，人们所说的地形图精度指的是地形图的几何精度，在此将地形图精度定义为：地形图上某一地点或地物轮廓点偏离它们真实位置的程度，其值大小通常用中误差来衡量。它包括平面位置精度和高程精度。本文仅研究了地形图的平面位置精度。

2 地形图平面位置精度分析

为了有效地分析地形图的平面位置精度，对1：10万5幅、1：20万、1：50万、1：100万各3幅地形图分别进行了抽样量算，每幅图都分要素进行量算。下面以分析1：100万地形图平面位置精度为例，说明平面位置精度的确定方法、研究步骤和结果。

2.1 平面位置精度的确定方法

用比较法来评定地形图的精度。在研究1：100万地形图精度时，本文就采用了这种方法，将检查点在1：100万地形图上量测的坐标 (x, y) （即实际的坐标）与其在大比例尺图上量测的坐标 (X, Y) （即真实的坐标）进行比较，所得各同名点的坐标差 $\Delta x, \Delta y$ 就作为地图变形的结果。大比例尺地形图选用了1：5万地形图，所有检查点坐标都用直角坐标展点仪量取。

2.1.1 1：5万地形图上检查点坐标 X, Y 的量算

(1) 坐标量测。如图1，1：5万地形图在直角坐标展点仪上定向后，欲量测 P 点坐标，只要将该仪的刺点针直接对准 P 点，就可得 P 点坐标：

$$\begin{cases} X_p = X_0 + \Delta X_p, \\ Y_p = Y_0 + \Delta Y_p. \end{cases} \quad (1)$$

(1) 式中 ΔX_p , ΔY_p 存在纸张变形和投影变形。同时, 还存在量测误差。

(2) 纸张变形改正。为了改正坐标增量 ΔX , ΔY 中的纸张变形, 用 P 点所在网格中与 P 点较为接近的一个网格交点 (如图 1 中的 A 点) 的纸张变形值代替。因此, 量测 P 点坐标的同时, 还需量测 A 点 (或 B, C, D 点) 的坐标增量。若量取 A 点的坐标增量为 A (ΔX_A , ΔY_A), 则纸张变形值可用下式算得:

$$\varepsilon_x = \frac{\Delta X_A}{\text{理论值}}, \quad \varepsilon_y = \frac{\Delta Y_A}{\text{理论值}}.$$

ε_x 为 X 方向的纸张变形; ε_y 为 Y 方向的纸张变形。

改正 ΔX_p , ΔY_p 的纸张变形得:

$$\Delta X'_p = \frac{\Delta X_p}{\varepsilon_x}, \quad \Delta Y'_p = \frac{\Delta Y_p}{\varepsilon_y}.$$

所以改正纸张变形后的 P 点坐标为:

$$\begin{cases} X_p = X_0 + \Delta X'_p, \\ Y_p = Y_0 + \Delta Y'_p. \end{cases}$$

(3) 投影变形改正。用高斯投影长度比的简化公式: $\mu = 1 + \frac{Y^2}{2R^2}$ 来计算图上任一点的投影长度比, 然后对坐标增量 $\Delta X'_p$, $\Delta Y'_p$ 进行投影变形改正:

$$\Delta X''_p = \frac{\Delta X'_p}{\mu_p}, \quad \Delta Y''_p = \frac{\Delta Y'_p}{\mu_p}.$$

经投影变形改正后 P 点坐标为:

$$\begin{cases} X_p = X_0 + \Delta X''_p, \\ Y_p = Y_0 + \Delta Y''_p. \end{cases}$$

至此, 就得到了 1 : 5 万地形图上量测的真实坐标 (它含有 $\pm 0.1\text{mm}$ 的量测中误差)。

2.1.2 1 : 100 万地形图上坐标 x , y 的量算

(1) 坐标量测。同样, 1 : 100 万地形图在直角坐标展点仪上定向后, 就可得到量测点坐标:

$$\begin{cases} x_R = x_0 + \Delta x_R, \\ y_R = y_0 + \Delta y_R. \end{cases}$$

式中 Δx_R , Δy_R 同样需要经投影和纸张变形改正。

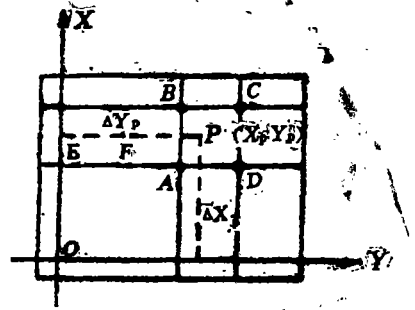


图 1

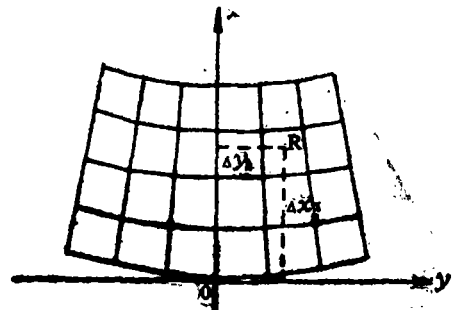


图 2

(2) 投影变形改正。首先作出研究图幅的长度比变化曲线, 根据长度比变化曲线可以得到图上任一点的长度变形值 ν , 由此, 可对量测点 R 之坐标进行投影变形改正:

$$\begin{cases} x_R = x_0 + \Delta x_R (1 + \nu_{R+S}^{\varphi_R+\varphi_S}), \\ y_R = y_0 + \Delta y_R (1 + \nu_{\varphi_R}). \end{cases} \quad (2)$$

2.1.3 投影变换

1:100万地形图与 1:5万地形图采用的投影不同, 为了对坐标进行比较, 必须进行投影变换, 把在 1:100万图上量测得到的等角圆锥投影坐标转换成高斯-克吕格投影坐标。根据地图投影变换中提供的方法和已有的变换系数, 编写一个投影变换程序即可实现。

2.1.4 误差方程及其解算

至此, 已经得到了经投影变换后的 1:100万地形图上之坐标 (x, y) 以及在 1:5万地形图上量测的各同名点的真实坐标 (X, Y) , 由此可得坐标差:

$$\begin{cases} v'_x = x - X, \\ v'_y = y - Y. \end{cases}$$

v'_x 和 v'_y 包括编图过程中带入的一系列误差和量测坐标时带入的误差, 以及纸张变形和印刷造成的误差。由坐标量测造成的误差从性质上讲是偶然误差, 但对每一幅经过定位的具体图来说, 其定向误差又成为系统误差, 使量测产生下面讨论的剪变误差。为了正确地计算地图的精度, 必须区分系统误差和偶然误差, 并且设法消除系统误差。

系统误差主要有以下几项变形引起, 即图纸沿坐标轴固定的位移和剪变 (矩形变为平行四边形); 纸张的变形 (即沿坐标轴伸展和压缩系数) 等。

变形改正采用仿射变换原理:

$$\begin{cases} X = x + a_1 + a_2 x + a_3 y, \\ Y = y + b_1 + b_2 x + b_3 y. \end{cases} \quad (3)$$

式中 x, y 为 1:100万地形图上量测点的实际坐标, X, Y 为 1:5万大比例尺地形图上量测的相应点的真实坐标, 系数 $a_1, b_1, a_2, b_2, a_3, b_3$ 随量测坐标时图幅定向、地图编制、地图印刷、纸张变形等因素而不同。

记:
$$\begin{aligned} \Delta x &= a_1 + a_2 x + a_3 y, \\ \Delta y &= b_1 + b_2 x + b_3 y. \end{aligned}$$

由 (3) 式可得如下误差方程:

$$\begin{cases} v_x = a_1 + a_2 x + a_3 y + l_x, \\ v_y = b_1 + b_2 x + b_3 y + l_y. \end{cases} \quad (4)$$

式中 $l_x = v'_x = x - X, l_y = v'_y = y - Y$ 。

运用最小二乘法原理, 由 (4) 式可以确定系数 $a_1, b_1, a_2, b_2, a_3, b_3$ 。

(4) 式中, 设系数矩阵为 B , 则:
$$B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & x & 0 & y & 0 \\ 0 & 1 & 0 & x & 0 & y \end{pmatrix}$$

未知数矩阵为 Z , 则:
$$Z = (a_1 \ b_1 \ a_2 \ b_2 \ a_3 \ b_3)^T$$

常数项矩阵为 L , 则:
$$L = \begin{pmatrix} x - X \\ y - Y \end{pmatrix}$$

误差项矩阵为 v , 则:
$$v = \begin{pmatrix} v_x \\ v_y \end{pmatrix}$$

(4) 式可以写成矩阵形式:

$$BZ + L = v \quad (5)$$

根据最小二乘原理: $v^T v = \min$. 由 (5) 式得:

$$B^T B Z + B^T L = 0 \quad (6)$$

所以未知数的解为:

$$Z = - (B^T B)^{-1} B^T L \quad (7)$$

消除各项改正数后, 坐标差为:

$$\begin{cases} v_x = v'_x + \Delta x \\ v_y = v'_y + \Delta y \end{cases} \quad (8)$$

至此, (8) 式中的 v_x, v_y 仅有偶然误差组成。

根据上述得到的 v_x, v_y , 由下式计算中误差:

$$m = \pm \sqrt{\frac{[VV]}{n}}$$

式中: $V^2 = v_x^2 + v_y^2$, n 为检测点的数量, 一般情况下, 需要有 25~30 个检测点。

研究 1: 100 万地形图平面位置精度时, 由于各要素精度不一致, 因而是分要素进行的, 它包括经纬线网交点、河流交叉点、道路交叉点、居民地图形中心点等。

作为检查点应选择那些明显的, 容易量算的点, 并且必须避开那些经过较大综合过的点, 否则会得到地图精度歪曲的印象。检查点尽量均匀地布置在研究地图上。

2.2 量算结果分析

由误差方程计算系数时, 用量测的经纬线网交点坐标代入误差方程。这是因为经纬线网交点没有综合误差, 而且经纬线网交点的系统误差对其它要素将有同等的尺度。

对 3 幅 1:100 万地形图的平面位置精度进行了量算研究, 它们的图号是 G—50、H—50、I—49。3 幅图共量测了 400 多个检测点。

下面以 H—50 幅为例, 列举计算过程。表 1 中, 前 6 列是量测后就可以填写的, 然后根据这些数, 组成误差方程 (6), 解之得下列系数值:

$$\begin{aligned} a_1 &= -0.1195 & b_1 &= -0.2661 \\ a_2 &= 0.0004019 & b_2 &= 0.0009002 \\ a_3 &= 0.0003857 & b_3 &= -0.001051 \end{aligned}$$

由上述系数, 计算表中的改正值和坐标差 (第 7~14 行), 得表 1。于是, 经纬线网交点位置的中误差为:

$$m = \pm \sqrt{\frac{[VV]}{2}} = \pm .22\text{mm}$$

同理, 可计算得河流交叉点、道路交叉点、居民地图形中心点的点位中误差。3 幅

表 1 确定经纬线交点位置的中误差

x	y	X	Y	v'_x	v'_y	a_1	b_1	a_2x	a_3y	b_2x	b_3y	v_x	v_y
310.1768	29.5294	310.2127	29.5167	-35.9	+12.7	-119.5	-266.1	+124.67	+11.39	+279.21	-31.04	-19.34	-5.23
321.0776	19.4760	321.0976	19.4902	-20.0	-14.2	-119.5	-266.1	129.06	7.51	289.03	20.47	-2.93	-11.74
332.0265	9.6213	332.0594	9.6490	-32.9	-27.7	-119.5	-266.1	133.46	3.71	298.88	10.11	-15.23	-5.03
343.2543	19.0717	343.2753	19.1030	-21.0	-31.3	-119.5	-266.1	137.97	7.36	308.99	20.05	+4.83	-8.46
320.9760	9.7458	320.9735	9.7443	+2.5	+1.5	-119.5	-266.1	129.02	3.76	288.94	10.25	+15.78	+14.09
310.0323	19.6862	310.0109	19.6750	+21.4	+11.2	-119.5	-266.1	124.62	7.59	279.08	20.70	+34.11	+3.48
332.1555	19.2858	332.1857	19.2996	-30.2	-13.8	-119.5	-266.1	133.51	7.44	298.99	20.27	-8.75	-1.18
343.4788	28.6398	343.4902	28.6580	-11.4	-18.2	-119.5	-266.1	138.06	11.05	309.19	30.11	+18.21	-5.22
343.1205	9.5228	343.1465	9.5508	-26.0	-28.0	-119.5	-266.1	137.92	3.67	308.87	10.01	-3.91	+4.76
309.9026	9.8354	309.8900	9.8366	+12.6	-1.2	-119.5	-266.1	124.57	3.79	278.97	10.34	+21.46	+1.33
354.2082	9.4235	354.2352	9.4497	-27.0	-26.2	-119.5	-266.1	142.37	3.64	318.85	9.91	-0.49	+16.64
332.3648	28.9573	332.3965	28.9530	-31.0	+4.3	-119.5	-266.1	133.59	11.17	299.19	30.44	-6.44	+6.95
321.3074	29.2933	321.3040	29.2393	+3.4	+54.6	-119.5	-266.1	129.15	11.30	289.23	30.80	+24.35	+46.93
354.3225	18.8590	354.3664	18.9006	-43.9	-41.6	-119.5	-266.1	142.42	7.27	318.95	19.83	-13.71	-8.58
354.5700	28.3374	354.5851	28.3541	-15.1	-16.7	-119.5	-266.1	142.52	10.93	319.18	29.79	+18.85	+6.59
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮

注：此表中 v'_x , v'_y , a_1 , b_1 , a_2x , b_2x , a_3y , b_3y , v_x , v_y 的值均扩大 10^3 。

1 : 100万地形图的平面位置精度计算结果列于表 2:

表 2 1 : 100万地形图各要素之平面位置中误差

单位: mm

地图编号	要素名称				各要素平均
	经纬线网交点	河流交叉点	道路交叉点	居民地图形中心点	
H—50	±0.22	±0.53	±0.59	±0.66	±0.59
G—50	0.29	0.51	0.55	0.59	0.55
I—49	0.25	0.46	0.62	0.65	0.58
各图平均值	0.25	0.50	0.59	0.63	—

表 2 中, 各要素的平均值不包括经纬线网交点的中误差 (以下同)。由此, 得到 1 : 100 万地形图上各要素的平面位置中误差值。

用同样的方法对 3 幅 1 : 50 万、3 幅 1 : 20 万、5 幅 1 : 10 万地形图的平面位置精度进行了量测分析, 得到表 3、表 4、表 5 所列的精度值。

表 3 1 : 50万地形图各要素之平面位置中误差

单位: mm

地图编号	要素名称				各要素平均
	经纬线网交点	河流交叉点	道路交叉点	居民地图形中心点	
8—50—丙	±0.18	±0.45	±0.54	±0.58	±0.52
7—50—甲	0.24	0.44	0.59	0.57	0.53
9—48—乙	0.28	0.52	0.57	0.58	0.56
各图平均值	0.23	0.47	0.57	0.58	—

表 4 1 : 20万地形图各要素之平面位置中误差

单位: mm

地图编号	要素名称				各要素平均
	经纬线网交点	河流交叉点	道路交叉点	各要素平均	
8—50—(21)	±0.21	±0.42	±0.48	±0.45	
7—50—(10)	0.18	0.41	0.54	0.48	
9—48—(10)	0.16	0.49	0.54	0.52	
各图平均值	0.18	0.44	0.52	—	

表 5 1:10万地形图各要素之平面位置中误差

单位: mm

要素名称	地 图 编 号					各图平均值
	8—50—86	8—50—112	7—50—15	7—50—105	9—48—44	
河流交叉点	±0.31	±0.28	±0.30	±0.32	±0.27	±0.30
道路交叉点	0.33	0.38	0.34	—	—	0.35
各要素平均	0.32	0.33	0.32	—	—	—

但是,表中各要素之平面位置中误差值都是相对于1:5万地形图的,而1:5万地形图本身也存在一定误差,设1:5万地形图地物点的平面位置中误差为 m_1 ,则1:100万、1:50万、1:20万、1:10万地形图的实际误差为:

$$m_2 = \pm \sqrt{\left(\frac{m_1}{n}\right)^2 + m_2^2}$$

式中 n 为比例尺缩小倍数; m_2 为1:100万、1:50万、1:20万、1:10万地形图相对于1:5万地形图的中误差。

对1:100万、1:50万地形图,误差 m_1 可以忽略不计。而1:20万、1:10万地形图就必须加以考虑。假如 $m_1 = 0.5\text{mm}$,则1:20万、1:10万地形图各要素实际中误差如表6、表7所示。

表 6 1:20万地形图各要素实际平面位置中误差

单位: mm

地图编号	要 素 名 称			
	经纬线网交点	河流交叉点	道路交叉点	各要素平均
8—50—(21)	±0.21	±0.44	±0.50	±0.47
7—50—(10)	0.18	0.43	0.55	0.49
9—48—(10)	0.16	0.51	0.55	0.53
各图平均值	0.18	0.46	0.53	—

表 7 1:10万地形图各要素实际平面位置中误差

单位: mm

要素名称	地 图 编 号					各图平均
	8—50—86	8—50—112	7—50—15	7—50—105	9—48—44	
河流交叉点	±0.40	±0.38	±0.39	±0.41	±0.37	±0.39
道路交叉点	0.41	0.45	0.42	—	—	0.43
各要素平均值	0.41	0.42	0.41	—	—	—

3 量测结果分析

前一部分已量测到 1 : 10万、1 : 20万、1 : 50万、1 : 100万地形图上各要素之平面位置中误差, 根据量测结果, 可以归纳得到如下几点:

(1) 我国中、小比例尺地形图的平面位置精度是正常的, 与国外同比例尺的地形图精度相当, 说明我国地形图精度是可靠的。

(2) 地形图上各要素的精度是不同的。量测的各要素中, 以经纬线网交点的中误差最小, 其次是河流交叉点, 再次是道路中线交点、居民地图形中心点。

(3) 随着地图比例尺的缩小, 地图上地物点的平面位置精度越来越差, 并有如下规律: 地形图上各要素的点位中误差随着地图比例尺的缩小, 呈线性增长, 其规律如图 3 所示。

线性关系可用如下关系式表达:

$$m = a + bM .$$

式中, m 为点位中误差; M 为地图比例尺分母; a, b 为未知系数。

用最小二乘法原理就可解得回归系数 a, b 。解得各种比例尺地图上的河流交叉点中误差值 m 与地图比例尺分母 M 的关系为: $m = -13.18 + 0.51 \times 10^{-3} M$, 相关系数 $r = 0.997$ 。由此可知, 它们具有充分的线性相关性。

同理可求得道路交点中误差值、经纬线网交点的中误差值与地图比例尺分母的关系式分别为:

$$m = -16.94 + 0.61 \times 10^{-3} M .$$

$$m = -18.06 + 0.268 \times 10^{-3} M .$$

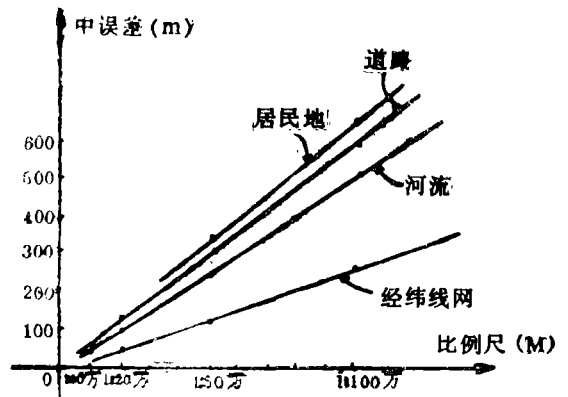


图 3

4 中、小比例尺地形图平面位置精度标准

在国外, 如加拿大、美国等, 不仅对大比例尺地形图规定了精度标准, 而且对中、小比例尺地形图也相应地提出了精度标准, 这为衡量地形图的质量提供了精度依据。

在我国大比例尺实测地形图的规范中, 也相应规定了精度标准。但是, 编绘生产的中、小比例尺地形图至今还没有一个标准, 这是现行规范所欠缺的。因此, 对每种比例尺的地形图提出一个精度标准很有必要。根据前几部分所量测分析的结果, 顾及目前我国常规制图工艺及技术水平, 本文提出我国中、小比例尺地形图的平面位置精度标准的建议 (见表 8):

地图精度分析是一个综合性的大课题, 是一项制图科学的基础理论研究, 它涉及的面很广, 很多问题还值得进一步研究。如:

表 8 我国中小比例尺地形图平面位置精度标准 单位: m

地 图 比 例 尺	平面位置精度标准
1 : 10 万	±50
1 : 20 万	±100
1 : 25 万	±125
1 : 50 万	±250
1 : 100万	±500

- 1 点位精度对符号设计的规格大小有多大影响;
- 2 制图综合精度的研究;
- 3 高程精度的研究。

所有这些问题的研究,对我们认识地图、使用地图都是有重大意义的。

本课题在研究中,还得到了胡毓钜和龚剑文教授的热情帮助和指导,在此一并致谢!

参 考 文 献

- [1] 祝国瑞,尹贡白.普通地图编制(上、下册).测绘出版社,1982.
- [2] 胡毓钜,龚剑文,黄伟.地图投影.测绘出版社,1981.
- [3] 龚剑文.地图量算.测绘出版社,1989.
- [4] В.Н. 苏霍夫著,胡毓钜等译.普通地图的编制.中国工业出版社,1965.
- [5] А.И. шабанава. О точности карт мелкого масштаба. Г И К, 1957.10.

The Analysis of Planimetric Accuracy for Topographic Map Series at Medium and Small Scales

Xu Gencai

Abstract

On the basis of analysing main sources of topographic map errors, some sample topographic maps published at 1 : 100 000, 1 : 200 000, 1 : 500 000 and 1 : 1 000 000 scales are measured, and a method which evaluates accuracy of topographic maps is proposed, the accuracies for topographic map series are discussed according to map details, for example, graticule intersections, river and road crosses, central points of settlements, etc. Finally, some recommendations for the planimetric accuracy standards are suggested for national topographic map series at medium and small scales.

[Key words] topographic map; planimetric accuracy; accuracy standards