

矢量网格法实现多边形地图 叠置的前提论证

张 爱 宁

摘 要

本文提出了一种适合在微机上实现的多边形地图叠置算法——矢量网格法。该法以矢量格式为基本数据格式，辅之以网格结构，具有数据结构简单、数据量小、求交效率较高的特点。但矢量数据的叠置处理极为复杂，为保证算法思想的可靠性，本文着重运用拓扑学中有关复合形的理论，证明了矢量网格法叠置算法若干前提的正确性。该法已在微机HITACHI MB-16007A上实现。初步试验表明该系统可行。

【关键词】 多边形地图叠置；矢量；网格；复合形理论

引 言

多边形地图叠置是多因素地图综合分析评价的技术前提，因而也是地理信息系统中不可缺少的技术环节。尤其是矢量格式多边形叠置问题，由于其应用之有益和处理之复杂，早已引起国外许多学者的重视并提出了多种叠置方法，但各种方法都尚存不足；在国内，随着各种信息系统的兴建，多边形叠置正是一个亟待开展的课题。基于对现有各种叠置方法的分析总结，本文提出了一种新的多边形地图叠置方法——矢量网格法，应用拓扑学有关理论，论证了矢量网格法基本思想的可靠性。

矢量网格法叠置系统 PMOS 已在16位微机 HITACHI MB—16007A 上实现。就渡口地区资料所做的实验表明，该系统可行且有较高的效率。

1 矢量网格法简介

矢量网格法是以矢量格式为基本数据格式，辅之以网格数据格式的叠置方法。该法的基

本文 1987 年 4 月收到。

本文是研究生毕业论文的一部份，指导教师为张克权教授、黄伟副教授。

本思想如下：

(1) 将待叠置的多边形地图作必要的预处理，包括地图编码和洞（孤立多边形）的建“桥”等，并数字化输入多边形图形数据库 PMDB 中，PMDB 的数据模型如图 1 所示。

(2) 将二维笛卡尔空间中多边形点集映射到指定的网格平面中，形成一一对应的点网格关系（见图 1）。

(3) 以点网格关系为基础，按序对同一网格中两个多边形地图的线段作求交检测并求出交点。

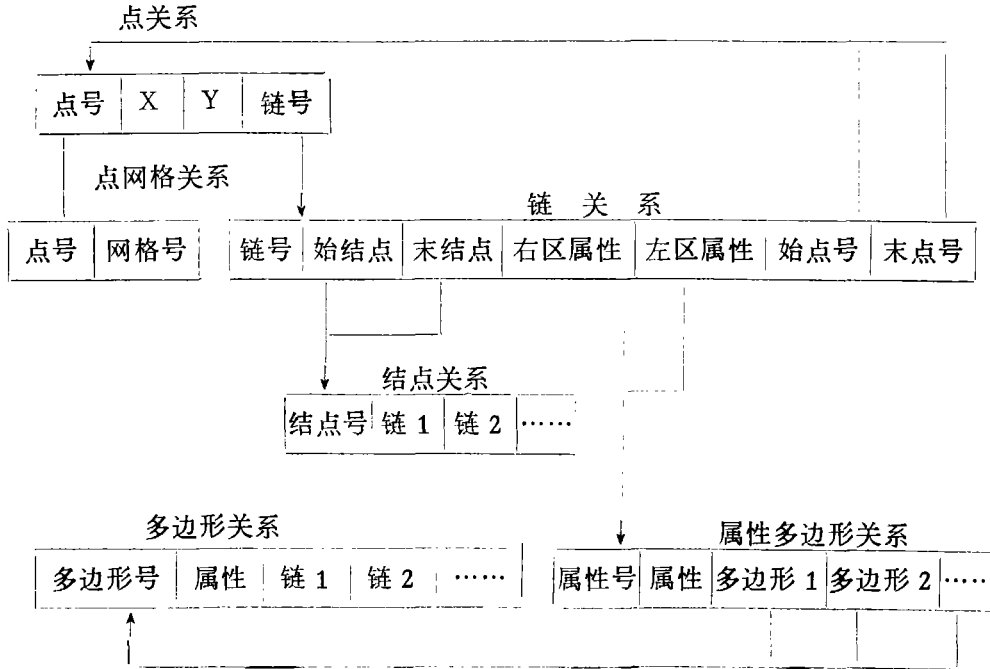


图 1 PMDB 数据模型及逻辑联系

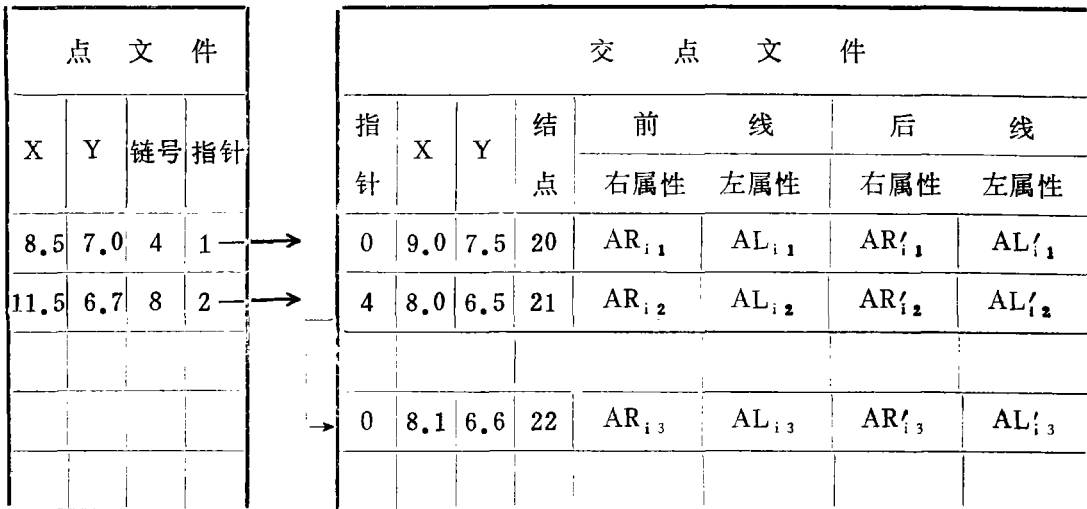
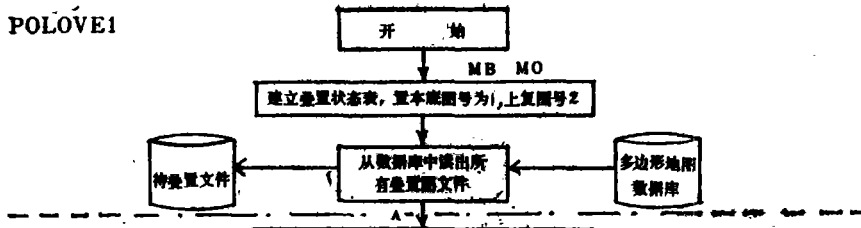
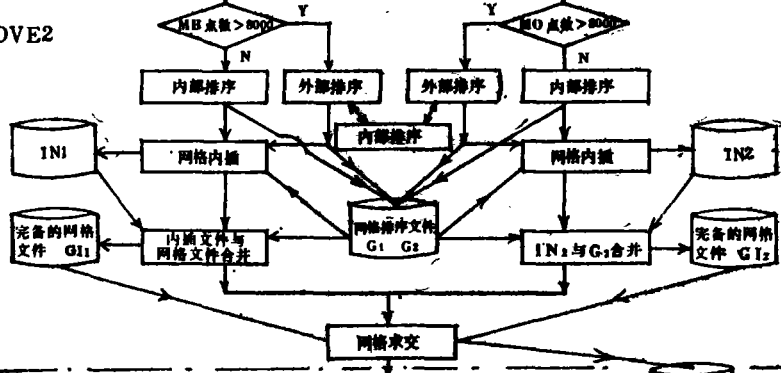


图 2 交点文件的物理结构及与点文件的关系

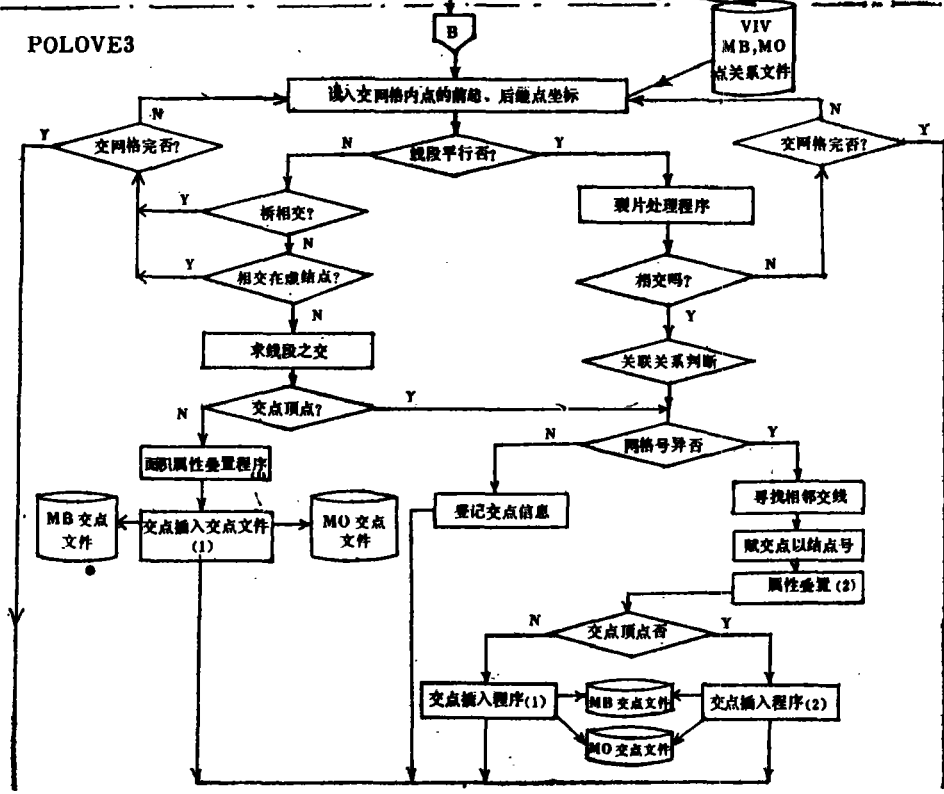
POLOVE1



POLOVE2



POLOVE3



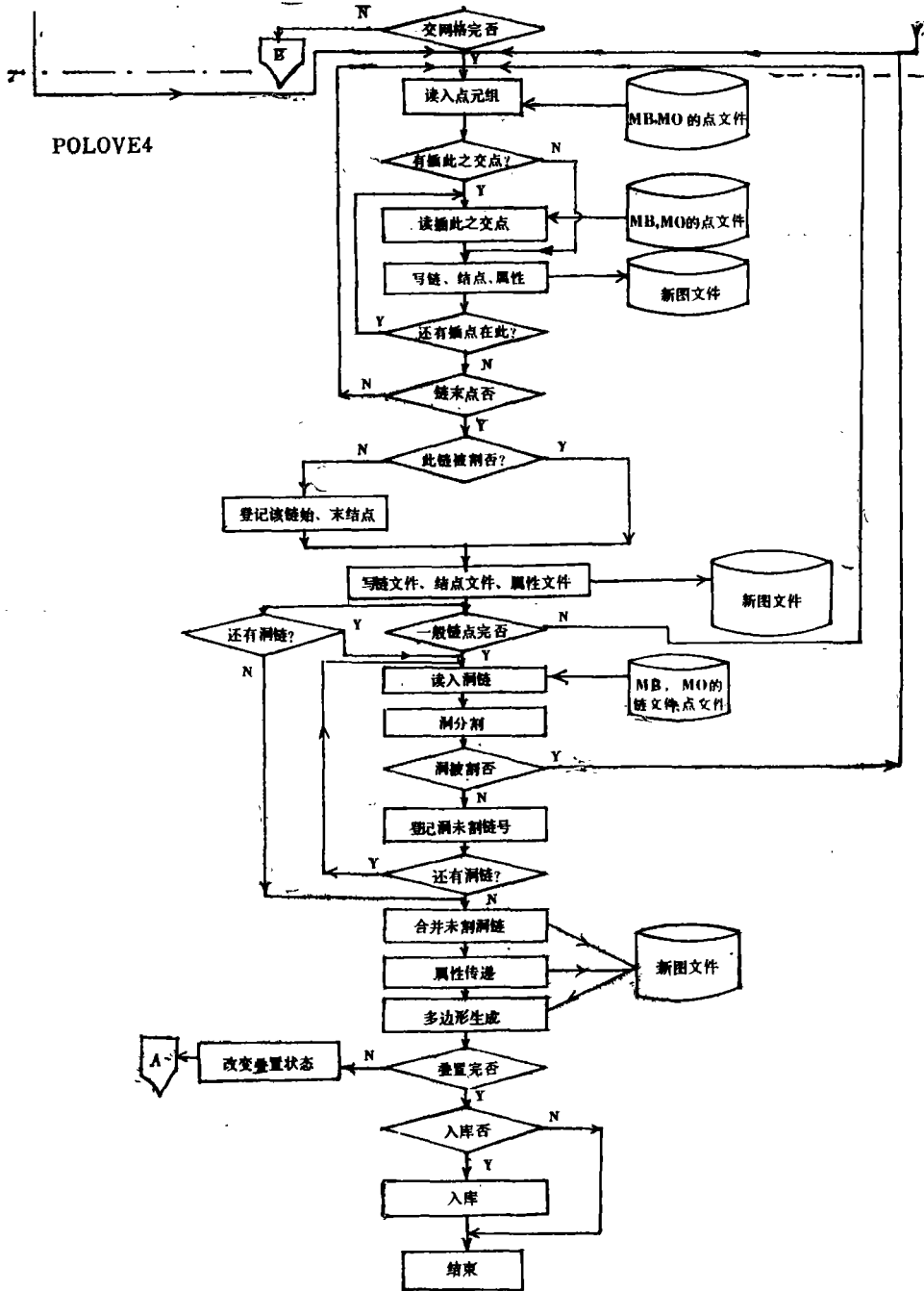


图 3 矢量网格法多边形地图叠置系统 PMOS算法框图

(4) 对交线形成的区域作区域属性叠加。交点、叠加后的区域属性以及交点与原始点文件的关系文件如图 2 所示。

(5) 以交点为割点, 对所有链作分割处理, 形成新的链、点、结点等关系文件。

(6) 对无交点的链作属性传递, 以得到叠置图完备的关系文件。

(7) 用分解法算法³⁾生成叠置处理的主要成果——叠置后的多边形地图, 同时完成叠置地图的拓扑一致性检验。

矢量网格法基本算法框图如图 3 所示。图 4 到图 9 是就渡口地区土地类型、垂直分带、降雨和气温各图件资料所做的初步叠置实验, 其中图 9 是叠置图上按属性选取的多边形。

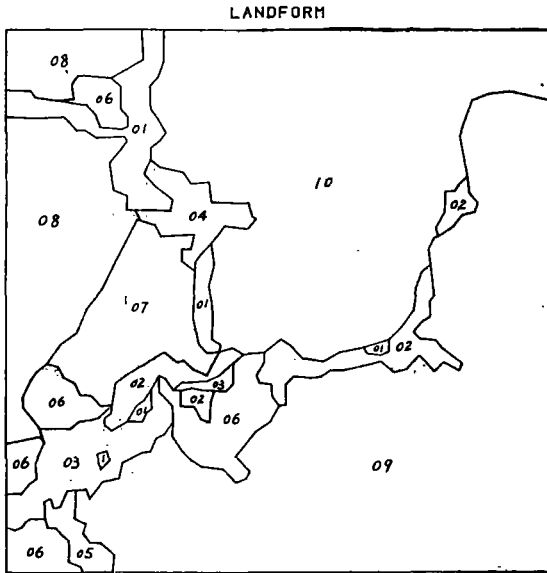


图 4 地貌类型图

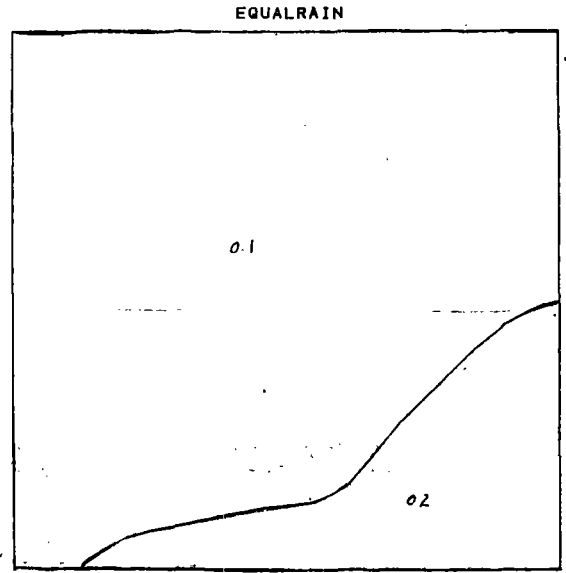


图 5 年平均降雨量图

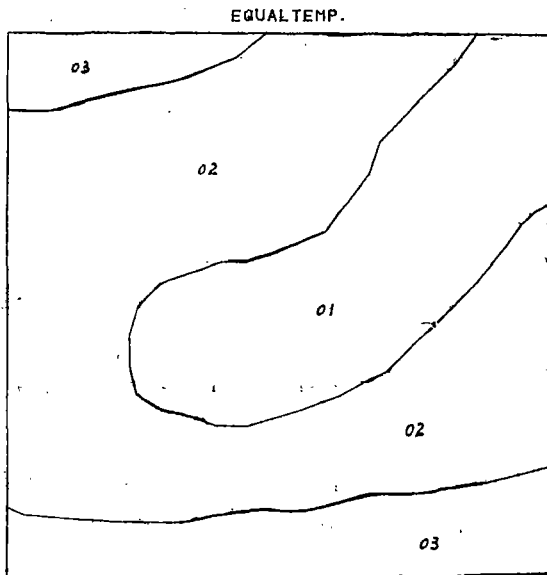


图 6 年平均气温图

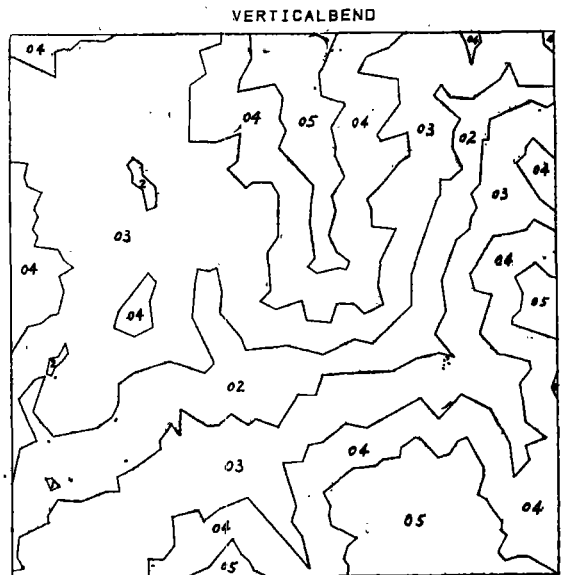


图 7 自然垂直分带图

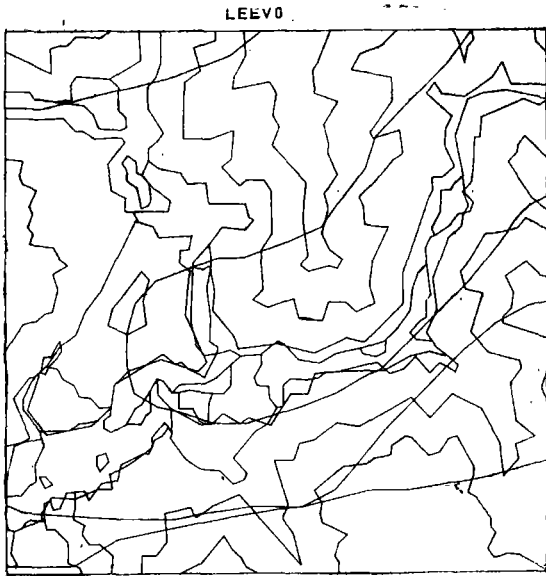


图8 四图叠置图

006901002003



图9 叠置图上按属性选取的多边形

2 矢量网格法算法前提的可靠性论证

由矢量网格法算法思想不难看出, 该法实现多边形地图叠置基于以下三个前提:

- (1) 两幅作叠置处理的多边形地图总是存在交点且交点可求;
- (2) 在交点上能够实现多边形属性的叠置;
- (3) 属性可以通过结点和链传递, 及至遍及全图。

前提(2)显然成立。(1)、(3)则不然, 甚至存在疑问。因此下文通过若干命题, 运用拓扑学中复合形的理论, 对于退化多边形地图和叠置退化多边形地图的拓扑连通性作出证明, 进而证明前提(1)与(3)的正确性。

2.1 多边形地图及其若干元素的定义

定义1 结点: 地图上度数大于2的点称为结点, 用 N_i 表示。 N 是一图上所有结点的集合。 $N_i \in N$ 。

定义2 链: 两邻接结点之间的所有点, 包含这两个邻接结点构成链, 用 C_i 表示。 C 是一图上所有链之集合。任意 $C_i \in C$ 具有如下性质:

① C_i 与且仅与两个区域相关联, 这两个区域的属性分别为 AR_i 和 AL_i ($AR_i \neq AL_i$), 记作: $AR_i \tilde{R} C_i \tilde{R} AL_i$ (\tilde{R} 为关联符), $AR_i, AL_i \in A$, A 是该图区域属性的集合;

② C_i 与且仅与两个结点相关联, 记作 $NS_i \tilde{R} C_i \tilde{R} NE_i$, NS_i, NE_i 分别为 C_i 的始结点和末结点, $NS_i, NE_i \in N$ 。此关联关系也记作: (C_i, NS_i, NE_i) 。

定义3 多边形: 设有集合 $CN = \{(C_j, NS_j, NE_j) | j = 1, 2, 3, \dots, k\}$, 若 $\forall (C_j, NS_j, NE_j) \in CN$, 都存在唯一的 $(C_i, NS_i, NE_i) \in CN$, 满足 $|NE_j| = |NS_i| \vee |NE_j| = |NE_i|$, 并且 $\forall C_j$, 其左、右区属性 AL_j, AR_j 都满足 $AL_j = a \vee AR_j = a$, $a \in A$, 则称 $(a,$

CN) 为一个属性为 a 的多边形, 记作 $P_i = (a, CN)$; CN 称为 P_i 的闭边界, 它是一个回路。

定义 4 多边形地图: 设二维欧氏空间 E^2 中点集合为 (\bar{X}, \bar{Y}) , 顶点标号集为 \bar{V} , 结点标号集为 \bar{N} , 链标号集为 \bar{C} , 平面分布属性集为 \bar{A} 。 $\exists (X, Y) \subseteq (\bar{X}, \bar{Y}), V \subseteq \bar{V}, N \subseteq \bar{N}, C \subseteq \bar{C}, A \subseteq \bar{A}$, 使得笛卡尔乘积 $C \times N \times A$ 的子集在几何上构成一个平面图, 在元素关系上符合定义 2 中的两点性质, 则该子集称为一个多边形地图, 记作: $M = (C, N, A)$ 。如果将链 C_i 和结点 N_i 都看作平面上点的集合, 也可记作: $M = (X, Y, A)$, 其中 (X, Y) 是 A 所相应的 E^2 中的点集, 即 $\forall m, m \in M, \exists (x, y, a)$, 使得 $m = (x, y, a), x \in X, y \in Y, a \in A$ 。

定义 5 退化多边形: 与多边形 $P_i = (a, CN)$ 相对应, 定义 $P'_i = (t, CN)$ 为退化多边形, 其中 t 是多边形所含之面。

定义 6 退化多边形地图: 与多边形地图 $M = (C, N, A)$ 或 $M = (X, Y, A)$ 相对应, 定义 $M' = (C, N, T)$ 或 $M' = (X, Y, T)$ 为退化多边形地图, 其中 T 为多边形地图的面集。 M' 是二维欧氏空间 E^2 的平面图。

定义 7 洞、桥: 设 P_i, P_j 是 M 上两个多边形, 若 P_i 完全位于 P_j 之内, 则称 P_i 是 P_j 的嵌套洞, 简称洞, 记作 $P_j \circ P_i$, 取 P_i 与 P_j 的适当点作最短距离有向连线 B_{ij} , 则 B_{ij} 称为 P_i 与 P_j 的桥。 B_{ij} 之右区属性为 P_i 与 P_j 所含属性 a_{ij} , B_{ij} 左属性为空。相应的有 $-B_{ij}$, 其右属性亦为 a_{ij} , 左属性亦空。桥是虚拟的链, 且 $B_{ij} \in C$ 。

2.2 预备命题证明

命题 1: 一个退化多边形可以单纯剖分组成一个纯粹的单纯复合形 S , 多边形的闭边界是 S 的边缘^[1]。

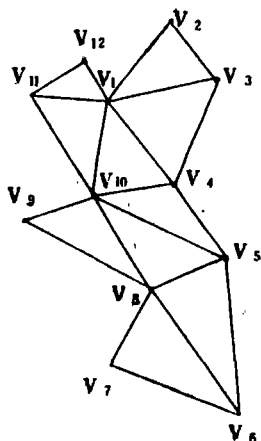


图 10

[证]: 退化多边形可以单纯剖分成为一个单纯复合形。这是因为对于任意退化多边形, 其边界上顶点设为 v_1, v_2, \dots, v_n , 我们总可以进行这样的分割: 若 v_i, v_j, v_k 为多边形上的三个顶点, v_i, v_k 分别与 v_j 相邻接, 则连接 v_i, v_k , 将该退化多边形分割为三角形 $v_i v_j v_k$ 以及不包含 v_j 的一个剩余退化多边形。再对剩余退化多边形进行同样的分割, 直至剩余退化多边形也是一个三角形, 如图 10 所示。因为 n 维空间中的 2-维单纯形便是一个三角形, 而退化多边形地图是二维欧氏空间 E^2 的平面图, 图 10 分割中所添加的任意线段, 都由该平面中的两点确定。因而一个退化多边形分割得的任意三角形都是 E^2 的 2-维单纯形, 而每条边, 每个顶点, 分别为 1-维的单纯形和 0-维的单纯形。设所有这些单纯形组成一个组 $S = \{S_1, S_2, \dots, S_k, \dots, S_{i+1}, \dots, S_{i+k}, \dots\}$, 任意三角形 $S_i \in S$, 则该三角形的任意边 S_{i+1} 、任意点 S_{i+k} 都满足 $S_{i+1} \in S \wedge S_{i+k} \in S$; 又若 S_m 与 S_n 相交, $S_m, S_n \in S$, 其交边为 S_{m+n} , 则 S_{m+n} 是 S_m 与 S_n 的公共面。所以退化多边形是可单纯剖分的, 剖分所得之所有单纯形组成了一个单纯复合形。

又对于 $S = \{S_1, S_2, \dots, S_k, \dots, S_{ij}, \dots, S_{ikk}, \dots\}$, 若 S_i 为一个 2-维单纯形, 构成该单纯形的边有 S_{i1}, S_{i2}, S_{i3} , 顶点有 $S_{i11}, S_{i22}, S_{i33}$, 则它们都是 S 中的元素; 反之, 任意不是 S 中一个 2-维单纯形的面的 0-维单纯形、1-维单纯形均不在 S 中 (由 S 的剖分与构成)。因此有: S 中任意 0-维、1-维单纯形是其中 2-维单纯形的面。而由纯粹的单纯复合形的定义^[1], 便证得了 S 是一个纯粹的单纯复合形; 又由图 10 可见, 任意剖分均与偶数个 2-维单纯形相关联, 唯有退化多边形边界上的所有边仅与一个 2-维单纯形关联, 所以退化多边形边界便是纯粹的单纯复合形的边缘。

命题 2: 退化多边形地图 M' 可单纯剖分组成连通复合形, 它是一个邻域空间。

[证]: 由链的定义可知, M 上任意链与且仅与两个属性相关联。类似地在 M' 中, 任意链 C'_i 与且仅与两个面相关联。因此可以这样假设: M' 上任意与 C'_i 关联的多边形 P'_1, P'_2 , 是在规定 P'_1 与 P'_2 有一个相抵点组集合 V_i 的情况下叠合相抵点而得到的。于是: (1) 因为任意 P'_1, P'_2 都是邻域空间 (纯粹的单纯复合形是实数空间的子集), 所以 M' 也是一个邻域空间; (2) 因为任意 P'_1, P'_2 都是单纯复合形, 即是可单纯剖分的, 所以 M' 也是单纯复合形。

在 M' 中取一组非空的单纯形及其面单纯形 $\{S_1, S_2, \dots, S_k, \dots, S_{ij}, \dots, S_{ikk}\} = S$, S 组成 M' 的一个子复合形^[1], 并且满足: 若 S 含有 S' 的某一单纯形 S_i 的一个面单纯形, 就也含有 S_i , 因而 S 也是孤立的子复合形^[1]。需要证明: 在 M' 上构造这样的孤立子复合形, 其 τ 数为 1^[1]。

事实上, 我们可以任取一个 M' 上的退化多边形 P' , 它的所有单纯形 $S_1, S_2, \dots, S_k, \dots, S_{ij}, \dots, S_{ikk}, \dots$ 组成了一个子复合形 S 。但它不是孤立的子复合形, 因为若设 P' 的某一边缘的某一边为 S_{ij} , 则 S 中含有 S_{ij} 以及以 S_{ij} 作为面的一个单纯形 S_i , 却不含有 S_{ij} 所关联的另一面的单纯形 S_j 。所以要使 S 成为孤立子复合形, 还必须将 S_j 置入 S 中。但此时 S_j 上又产生了边缘 S_n , 即以 S_n 为 1-维面的 2-维单纯形仍有不包含在 S 中的, 依此类推, 由于 M' 中任意链 (即边缘) 都与两个面相关联, 所以只有取尽了 M' 上的所有退化多边形, 方可使得 S 成为孤立子复合形。换言之, M' 上 $\tau=1$ 。

因 M' 上 $\tau=1$, 故 M' 是连通复合形^[1]。而复合形是实数空间的子集, 所以 M' 也是邻域空间。

命题 3: 退化多边形叠置地图 $\overline{M'}$ 是退化多边形地图。

[证]: 首先证明引理 1:

引理 1: M' 为退化多边形地图的充分条件是: 任意关联面为 2 的连续的点 $(x_i, y_i, \{t_1, t_2\})$, $i=1, 2, \dots, k$ 所构成的链, (1) 与且仅与两个面 t_1, t_2 的点集相关联, 且 $t_1 \neq t_2$; (2) 与且仅与两个关联面多于 2 的点 (x_b, y_b, t_b) 和 (x_a, y_a, t_a) 相关联, 且 $t_1, t_2 \in t_b \wedge t_1, t_2 \in t_a$ 。

[引理 1 证]: 由定义 2, 在多边形地图 $M = (C, N, A)$ 中, 任意 $C_i \in C$, (1) 与且仅与两个不同的区域属性相关联; (2) 与且仅与两个结点相关联。而由定义 4、5 可知, M 与 M' 中 A 与 T 相对应; 用点集描述 M' 时, 链则是所有连续的关联面为 2 的点及其隐含弧段的集合。因此, 定义 2 中的性质 (1) 便决定了引理 1 中的 (1); 性质 (2) 决定了引理 1 中的 (2), 因为与链所关联的结点, 也必与该链所关联的两个面相关联。引理 1 得证。

分析退化多边形地图叠置的实质: 设 $M1', M2'$ 分别为退化多边形地图, $M1' = (X, Y, T1), M2' = (X, Y, T2)$ 。任意 $m1' = (x1, y1, t1) \in M1'$, 其中 $t1 = \{t1_i | i=1, 2,$

$\dots, k_1\}$; 任意 $m_2' = (x_2, y_2, t_2) \in M_2'$, 其中 $t_2 = t_{2i} | i=1, 2, \dots, k_2\}$, k_1, k_2 分别为 m_1', m_2' 所关联的面数。由命题 2 可知, M_1', M_2' 都是邻域空间。规定 M_1' 与 M_2' 的某两点 m_1', m_2' 为相抵点, 当且仅当 $x_1 = x_2 \wedge y_1 = y_2$ 。由于 M_1 与 M_2 总有相同的制图范围 X, Y , 因而 M_1' 与 M_2' 也有相同的 X, Y , M_1' 的点与 M_2' 的点存在一一对应, 并且每个对应点可界说为相抵点。于是, M_1' 与 M_2' 叠置, 实质是叠合邻域空间 M_1' 与 M_2' 的相抵点, 并对相抵点的关联面作选择性并置运算, 从而构成一个新的邻域空间 \overline{M}' 。 M_1' 与 M_2' 的叠置记为: $\overline{M}' = M_1' \square M_2' = (X, Y, T_1 \cup T_2)$ 。 $\forall m', m' \in \overline{M}'$, $m' = (x, y, t)$, $t = \{t_j | j=1, 2, \dots, k\}$, $k \geq \max\{k_1, k_2\} \wedge k \leq k_1 + k_2$, 其中 $t_j = t_{1j_1} \cup t_{2j_2}$, $t_{1j_1} \in t_1$, $t_{2j_2} \in t_2$ 。

基于叠质实质的分析, 只要进一步证明 \overline{M}' 上的点集也符合引理 1 的条件, 命题 3 便得证。

分析 \overline{M}' : $\forall m', m' \in \overline{M}'$, $m' = m_1' \square m_2' = (x, y, t_1) \square (x, y, t_2) = (x, y, t)$ 。因 m_1', m_2' 均有三类: $i=1, i=2, i>2$, 即关联面有 1、2 及大于 2 之分, 故分别讨论如下 (以 i_1, i_2 分别代表 m_1' 与 m_2' 的关联面数):

(1) 当 $i_1=1, i_2=1$ 时, $t_{j_1} = t_{1j_1} \cup t_{2j_1}$, $j_1=1$, 说明此时 m' 是 \overline{M}' 中的关联面为 1 的点, 如图 11(a):

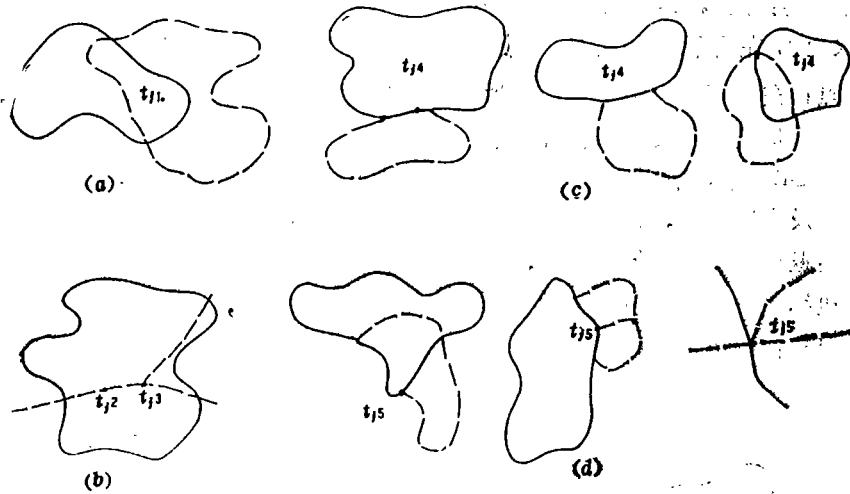


图 11

(2) 当 $i_1=1, i_2=2$ 时, $t_{j_2} = t_{1j_1} \cup t_{2j_2}$, $i_2=1, 2, j_2=1, 2$, 说明此时 m' 是关联面为 2 的点且 $t_1 \neq t_2$, 如图 11(b);

(3) 当 $i_1=1, i_2>2$ 时, $t_{j_3} = t_{1j_1} \cup t_{2j_2}$, $i_2=1, 2, \dots, k_2, j_3=1, 2, \dots, k_2$, 说明此时 m'' 是关联面大于 2 的点, 如图 11(b);

若 (2) 中 m' 所对应的 M_2' 的点 m_2' 连续出现, (3) 中 m'' 所对应的 M_2' 中的点 m_2'' 与 m_2' 相关联, 则由于拓扑不变性, m'' 与 m' 仍相关联, 且 $\{t_{j_2}\} \subset \{t_{j_3}\}$, $j_2=1, 2, j_3=1, 2, \dots, k_2$ 。

(4) 当 $i_1=2, i_2=2$ 时, $t_{j_4}=t_{1_{i_1}} \cup t_{2_{i_2}}, t_{1_{i_1}} \in t_1, t_{2_{i_2}} \in t_2, j_4=1, 2 \vee j_4=1, 2, 3 \vee j_4=1, 2, 3, 4$, 如图11(c), 即 m' 的关联面可能为 2, 也可能大于 2。当为 2 时, $t_1 \neq t_2$ (各并集的子集不等); 当大于 2 时, 若(2)中的 m_2' 与 (4) 中的 m_2' 是关联的, 则也有 $\{t_{j_2}\} \subset \{t_{j_4}\}$ 。

(5) 当 $i_1=2, i_2 \geq 3$ 时, 不失一般性, 以 $i_2=3$ 为例讨论: $t_{j_5}=t_{1_{i_1}} \cup t_{2_{i_2}}, t_{1_{i_1}} \in t_1, t_{2_{i_2}} \in t_2, j_5=1, 2, 3 \vee j_5=1, 2, 3, 4 \vee j_5=1, 2, 3, 4, 5$, 如图11(d), 即 m' 的关联面总大于 2。此时, 若(2)的 m_2' 与(5)的 m_2' 相关联, 则也有 $\{t_{j_2}\} \subset \{t_{j_5}\}$;

(6) 当 $i_1=3, i_2=3$ 时, $t_{j_6}=t_{1_{i_1}} \cup t_{2_{i_2}}, j_6 \geq 3$, 所以当(2)的 m_2' 与此时的 m_2' 相关联时, 与前述类似, 也有 $\{t_{j_2}\} \subset \{t_{j_6}\}$ 。

$i_1 > 3, i_2 > 3$ 的情形都与(6)类同, 因为同属 $i \geq 3$ 类。由(2)、(3)、(4)、(5)、(6)的结论可见, 它们分别满足引理 1 的条件。所以 $\overline{M'}$ 也是退化多边形地图。

2.3 算法前提证明

命题 4: 设有多边形地图 M_1, M_2 以及 M_1 与 M_2 的叠置地图 \overline{M} , (1)总存在 M_1 与 M_2 的多边形闭界的交点集合 $\text{Int} = \text{CN}_1 \cap \text{CN}_2$, CN_1, CN_2 分别为 M_1, M_2 的多边形闭界集合; (2) Int 是可求的。

[证]: 由定义 4 和 6, 多边形地图与退化多边形地图存在着一个一一映射关系 $f, f: M \rightarrow M'$, 其中 f 为: $f(x, y, \{a_i | i=1, 2, \dots, k\}) = (x, y, \{t_i | i=1, 2, \dots, k\})$, $t_i \in T, a_i \in A$ 。 f 并未改变 M 在平面上的度量, 点仍映射为位置不变的点。因此只要证明叠置退化多边形 $\overline{M'}$ 上交点存在并可求, 由于多边形地图叠置与退化多边形地图叠置实质相同, 因而也就证明了叠置多边形地图上交点存在并可求。

首先证明 Int 的存在性:

由命题 1 及命题 2 知, 退化多边形闭界恰是退化多边形地图中每个纯粹单纯复合形的边缘, 因而所谓退化多边形闭界的交点, 实质就是 M_1' 与 M_2' 的边缘的相抵点。区分为三种基本类型: 边缘相叠合或部份叠合的 I_1 , 在边缘上相切的 I_2 , 以及某边缘的两顶点分别位于异图某纯粹复合形边缘之内外的 I_3 , 如图12。

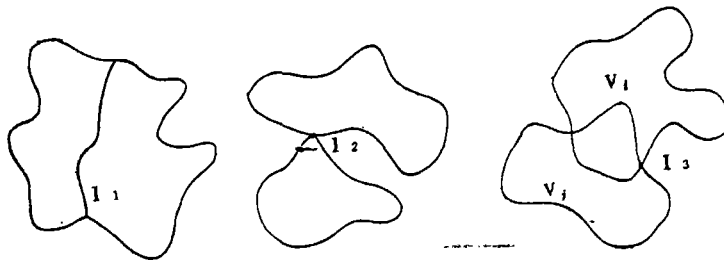


图 12

对于 I_1, I_2 , 叠合的顶点便是交点。

对于 I_3 , 其中 CN 是一条约旦曲线²¹, 因为它是连续的、自身不相交的、起点与终点

相重合的多边形曲线。关于约旦曲线，有著名的约旦曲线定理^[2]：设 J 是平面上的一条约旦曲线，平面的剩下部份被分成两个不相交的开集，称为 J 的内部与外部，则连接内部的点和外部的点的任何连线，必在某点和 J 相交。因此，图12的 I_3 上，由于某边缘上的两顶点 ν_1, ν_2 分别位于 CN 之内和之外，故曲线必与 CN 形成交点。

对于两种特殊情形：图上除图廓无任何图形；图内仅有孤立的多边形（漏），如图13所示。由于多边形地图定义中将图廓也计为链（定义4），图13(a)的情形可归入第一类求交中；对于图13(b)的情形，除与(a)的相似之处外，还涉及桥（图上虚线所示）的处理问题。事实上，桥同样是作为链求交的，只是处理方法略有别，因此，交点也同样有如上三种情形。此外，再无其它特例，故 Int 存在性得证。

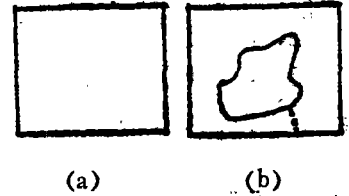


图13

交点也是可求的。这是因为纯粹单纯复合形的边缘恰是退化多边形地图的闭界。边缘上的顶点集对应于多边形闭界上的点集 V_j ，而 V_j 在网格平面上的映象已经形成，因而总可以通过对所有网格作网格内两组点集的检测和求交运算求得交点集 Int 。

交点的存在并可求加之一定的数据处理，前提(2)便也成立了。但可能存在这样的链，它们在叠置图上无新交点出现，而这些链的叠置属性只能通过属性的传递得到，因此，通过命题5证明前提(3)的正确性尤为必要。

命题5：叠置多边形地图 \bar{M} 上任意未割链都可以通过属性传递算法而得到叠置属性。

〔证〕：属性传递算法的实现依赖以下事实的成立：(1) \bar{M} 上任意链和结点均是可达的；(2) 任意结点的关联链中，只要有一链的属性是叠置后的，则其它链的叠置属性都确定了；(3) $\bar{M} = (\bar{C}, \bar{N}, \bar{A})$ 上， $\exists N_i, N_i \in \bar{N}, \exists C_i, C_i \in \bar{C}$ ，满足 $C_i \tilde{R} N_i$ ， C_i 的关联属性是被叠置的。

(1) 是成立的：由命题2和命题3， \bar{M}' 可以单纯剖分组成连通复合形，而所有单纯剖分都是在一个退化多边形闭界内进行的，从而使所有闭界成为彼此除图边外，有且仅有一边相叠合的纯粹的单纯复合形。而连通复合形上任两点 P, Q 都有一条连接的棱道^[1]，所以 \bar{M}' 中所有边缘上的任两点，也都有一条连接的棱道，亦即所有链上的任意两点都是可达的。而变换 $f: M \rightarrow M'$ 并不改变 M 的几何性质，故 M 上的所有链的任意两点也是可达的。

(2) 是成立的：首先可以肯定，未割链登记表中的任一始点 N_j ，其关联链 $C_i, i=1, 2, \dots, k, C_i \tilde{R} N_j$ ，均满足 $C_i \in C_1 \wedge C_i \in C_2 \vee C_i \in C_2 \wedge C_i \in C_1$ (C_1, C_2 分别为 M_1 与 M_2 的链集合)。这是因为如果 $\exists C_j, \exists C'_j$ ，满足 $C_j \tilde{R} N_j \wedge C'_j \tilde{R} N_j, C_j \in C_1 \wedge C'_j \in C_2$ ，则必有 $C_j \cap C'_j = N_j$ ($m=1, 2, \dots, m_1, C_{j_m} \in C_2$)，以及 $C'_j \cap C_{j_n} = N_j$ ($n=1, 2, \dots, n_1, C_{j_n} \in C_1$)，亦即 N_j 与 M_1 关联的链数及与 M_2 关联的链数分别为 n_1 和 m_1 。因此， N_j 不是未割链登记表中的元素；其次，当 $C_i (C_i \tilde{R} N_j)$ 具有叠置属性时，则所有 N_j 的关联链的叠置属性就被确定了，因为在以 N_j 为中心的适当小的邻域内无异图的链通过，说明该领域中只有异图的一个属性，所以由 C_i 得到这个属性，便可传递给全部关联于 N_j 的链；如果与 N_j 关联的链中具有叠置属性的不仅一个，也由于邻域的这个特性，它们的异图属性必是

一致的。传递中为减少不必要的处理，可仅取一链为传递基元，而将其它排除。总之，所有链均可得到叠置属性。

(3)也是成立的，由命题4及前提(2)的成立便直接得到此结论。

由于(3)成立，在未割链表中总存在 N_j ，在满足 $C_i \tilde{R} N_j$ 的所有 C_i 中 $\exists C_j$ ， C_j 的关联属性是被叠置的，包含了传递基元；由于(2)成立，该基元可以传递给任意未被叠置的 C_i ，由 $C_i \tilde{R} N_j$ 实现结点到链的传递；而所有 C_i 都有另一关联结点 N'_j ，传递运算使与 N'_j 关联的这些本来未被叠置的链得到了叠置属性，从而所有 N'_j ，凡包含在未割链表中的，都将有传递基元，即实现了链到结点的传递；又由于(1)成立，使得这样的传递能够遍及全图。

至此，证明了矢量网格法三个算法前提的正确性。

结 语

由本文的证明以及系统初步实验的结果和分析可以得出结论：矢量网格法在理论上是可靠的，该法数据结构简单，求交效率较高，较局部分带法等见优；其中的网格关系可为形心求取等系统待扩充的若干软件设计提供方便；此外，算法前提的论证也是对于拓扑学有关理论在机助制图研究中应用的进一步尝试，其中关于退化多边形地图可单纯剖分组成连通复合形的证明，可能为拓扑学中同调群、基本群、复叠复合形等理论在计算机制图中的应用提供基础。

参 考 文 献

- [1] H.沙爱幅, W.施雷发著, 江泽涵译, 拓扑学, 人民教育出版社, 1981
- [2] J.A.邦迪, U.S.R.默蒂著, 吴望名等译, 图论及其应用, 科学出版社, 1984
- [3] Zhang Aining, Generation of Polygons and Test of Their Topological Consistency, Proceedings of International Workshop on Geographic Information System, Beijing 1987
- [4] Jane E.Drummond, Polygon Handling at the Experimental Cartography Unit., The Cartography Journal, June 1984
- [5] Robert M.Hardlick, Linda G.Shapiro, A Data Structure for a Spatial Information System, Auto-Carto IV, 1979

The Method of Vector-Grid for Polygonal Map Overlap and the Proof of Its Reliability

Zhang Aining

Abstract

Polygonal map overlap is an important technical link in synthetical analysis and evaluation of multi-factor maps. A new method of polygonal map overlap, the method of vector-grid which is fit for being applied in microcomputers, is proposed in this paper. Concerning two kinds of formats, Vector as the main format and grid as the auxiliary format, the method has such advantages as simpler structure, less data, higher efficiency and so on. Because of the complication of the overlap, the reliability of the basic idea of the method is also proved with the theory of complexes from topology in this paper. The method has been implemented in the microcomputer HITACHI MB-16007A, and the initial test shows the system to be feasible.

[Key words] polygonal map overlap; vector; grid; theory of complexes from topology