

# 单站点无地面控制摄影机自检校

袁修孝 朱宜萱

## 摘 要

“单站点无地面控制摄影机自检校”是一种利用纯摄影测量信息检校摄影机的方法。本文由共线条件方程出发导出了顾及到摄影机旋转中心与其摄影中心不一致时正直摄影象片与倾斜摄影象片同名象点坐标的几何关系式及线性化的误差方程式。编制了适用于VAX—11/750计算机使用的FORTRAN程序,并给出了用模拟数据和实际数据的计算结果。

【关键词】 自检校; 内方位元素; 畸变差; 旋转矩阵; 摄影机检校; 摄影机偏心分量

## 一、概 述

摄影机的检校, 目的旨在提供摄影机的内方位元素( $x_0, y_0, f_k$ )和物镜的畸变系数( $A_1, A_2, B_1, B_2$ )。目前, 量测用摄影机在使用单位中常规检校方法多采用试验场检校法, 该法需要建立高精度的三维控制场; 由于控制场一般设在室内, 摄影机检校时的条件难以与实际使用条件相符, 严格地讲, 试验场检校法检校出来的摄影机参数并不能完全真实、准确地反映摄影机摄影时的瞬时特性。

“单站点无地面控制摄影机自检校”是一种采用纯摄影测量信息而无需物方控制的摄影机检校方法<sup>[1]</sup>。可将该方法用于摄影测量作业过程中, 在解算各类未知数的同时进行摄影机检校。

本文将介绍这种方法的原理, 推导出线性化的误差方程式, 给出精度评定和粗差检测公式。此外, 还在VAX—11/750计算机上编制了程序, 并用此方法进行了实际的摄影机检校。

## 二、原理及公式

### 1. 基本思想

在单个摄站上对具有足够数量的二维分布的明显细部目标摄取几张不同倾斜角而有一

本文1987年3月收到。

定重叠度的象片, 然后, 根据正直象片与倾斜象片间同名象点坐标的几何关系建立误差方程式, 最后按最小二乘法原理求解摄影机的内方位元素  $(x_H, y_H, f_K)$ 、物镜的畸变系数  $(A_1, A_2, B_1, B_2)$ 、各倾斜象片相对于正直象片的旋转角  $(\varphi_i, \omega_i, \kappa_i)$  及仪器旋转中心  $R$  至摄影中心  $S$  之间的向量分量  $(r_{0x}, r_{0y}, r_{0z})$ 。

## 2. 公式的简单推导

假如在某一摄站上摄取了一正直摄影象片  $P_0$  和一倾斜摄影象片  $P_i$ , 目标上点  $A$  在  $P_0$ 、 $P_i$  上的构象分别为  $a_0(x_0, y_0)$ 、 $a_i(x_i, y_i)$ 。

当摄影机的旋转中心  $R$  与其摄影中心  $S$  重合时 (图 1), 显然有:

$$\begin{pmatrix} x_i - x_H - dx(x_i, y_i) \\ y_i - y_H - dy(x_i, y_i) \\ -f_K \end{pmatrix} = \lambda \cdot R^{-1}(\varphi, \omega, \kappa)_{0i} \begin{pmatrix} x_0 - x_H - dx(x_0, y_0) \\ y_0 - y_H - dy(x_0, y_0) \\ -f_K \end{pmatrix} \quad (1)$$

式中:  $dx, dy$  表示由畸变差引起的象平面坐标的误差

$R(\varphi, \omega, \kappa)_{0i}$  表示象片  $P_i$  到  $P_0$  的旋转矩阵

$\lambda$  为比例系数

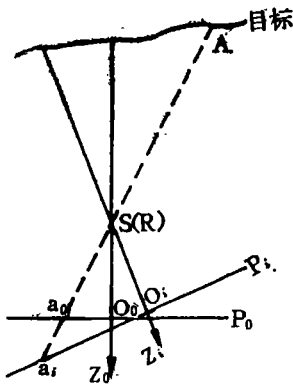


图 1 摄影机旋转中心  $R$  与摄影中心  $S$  重合时  $P_0$  与  $P_i$  的关系

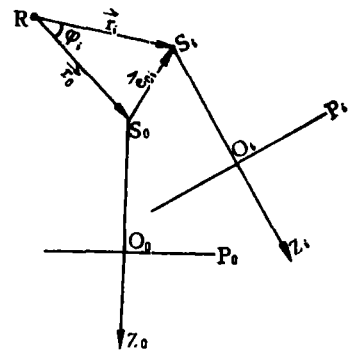


图 2 摄影时的偏心分量

当摄影机的旋转中心  $R$  与其摄影中心  $S$  不重合时, 设正直摄影情况下其偏心分量为  $r_{0x}, r_{0y}, r_{0z}$ , 则当摄影机由  $P_0$  时的状态旋转到  $P_i$  时的状态, 其偏心分量变为  $e_{x0i}, e_{y0i}, e_{z0i}$  (图 2)。从图中可知  $e_{x0i}, e_{y0i}, e_{z0i}$  与  $r_{0x}, r_{0y}, r_{0z}$  的关系为:

$$\vec{e}_{0i} = \vec{r}_i - \vec{r}_0 = \begin{pmatrix} e_{x0i} \\ e_{y0i} \\ e_{z0i} \end{pmatrix} = R(\varphi, \omega, \kappa)_{0i} \begin{pmatrix} r_{0x} \\ r_{0y} \\ r_{0z} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} r_{0x} \\ r_{0y} \\ r_{0z} \end{pmatrix} \quad (2)$$

顾及(2)式, (1)式应改为:

$$\begin{pmatrix} x_i - x_H - dx(x_i, y_i) \\ y_i - y_H - dy(x_i, y_i) \\ -f_k \end{pmatrix} = \lambda \cdot R^{-1}(\varphi, \omega, \kappa)_{0i} \cdot \left\{ -\frac{f_k}{Z - e_{z0i}} \left[ -\frac{Z}{f_k} \begin{pmatrix} x_0 - x_{H1} - dx(x_0, y_0) \\ y_0 - y_H - dy(x_0, y_0) \\ -f_k \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} e_{x0i} \\ e_{y0i} \end{pmatrix} \right] \right\} \quad (3)$$

式中:  $Z$ ——正直摄影时的摄影距离  
 $\varphi, \omega, \kappa$ 按图3定义, 旋转矩阵

$$R = \begin{pmatrix} m_{11} & m_{12} & m_{13} \\ m_{21} & m_{22} & m_{23} \\ m_{31} & m_{32} & m_{33} \end{pmatrix} = R_\varphi \cdot R_\omega \cdot R_\kappa$$

$$\begin{aligned} m_{11} &= \cos\varphi \cdot \cos\kappa - \sin\varphi \cdot \sin\omega \cdot \sin\kappa \\ m_{12} &= -\cos\varphi \cdot \sin\kappa - \sin\varphi \cdot \sin\omega \cdot \cos\kappa \\ m_{13} &= -\sin\varphi \cdot \cos\omega \\ m_{21} &= \cos\omega \cdot \sin\kappa \\ m_{22} &= \cos\omega \cdot \cos\kappa \\ m_{23} &= -\sin\omega \\ m_{31} &= \sin\varphi \cdot \cos\kappa + \cos\varphi \cdot \sin\omega \cdot \sin\kappa \\ m_{32} &= -\sin\varphi \cdot \sin\kappa + \cos\varphi \cdot \sin\omega \cdot \cos\kappa \\ m_{33} &= \cos\varphi \cdot \cos\omega \end{aligned}$$

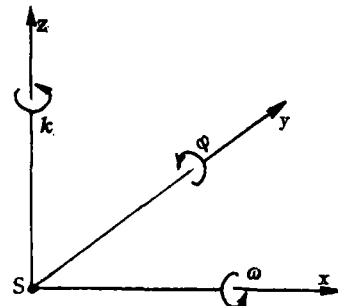


图3 转角系统

若将  $x_0, y_0$  作为带权观测值列入未知数, 有如下误差方程式:

$$\begin{cases} x_0^{\text{观}} + v_{x_0} = x_0 \\ y_0^{\text{观}} + v_{y_0} = y_0 \\ x_i^{\text{观}} + v_{x_i} = F(x_0, y_0, \varphi_i, \omega_i, \kappa_i, r_{0x}, r_{0y}, r_{0z}, x_H, y_H, f_k, A_1, A_2, B_1, B_2) \\ y_i^{\text{观}} + v_{y_i} = G(x_0, y_0, \varphi_i, \omega_i, \kappa_i, r_{0x}, r_{0y}, r_{0z}, x_H, y_H, f_k, A_1, A_2, B_1, B_2) \end{cases}$$

按泰勒级数展开上式至一次项, 得:

$$v_{x_0} = dx_0$$

$$v_{y_0} = dy_0$$

$$\begin{aligned} v_{x_i} &= \frac{\partial F}{\partial x_0} dx_0 + \frac{\partial F}{\partial y_0} dy_0 + \frac{\partial F}{\partial \varphi_i} d\varphi_i + \frac{\partial F}{\partial \omega_i} d\omega_i + \frac{\partial F}{\partial \kappa_i} d\kappa_i + \frac{\partial F}{\partial r_{0x}} dr_{0x} \\ &\quad + \frac{\partial F}{\partial r_{0y}} dr_{0y} + \frac{\partial F}{\partial r_{0z}} dr_{0z} + \frac{\partial F}{\partial x_H} dx_H + \frac{\partial F}{\partial y_H} dy_H + \frac{\partial F}{\partial f_k} df_k \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{\partial F}{\partial A_1} dA_1 + \frac{\partial F}{\partial A_2} dA_2 + \frac{\partial F}{\partial B_1} dB_1 + \frac{\partial F}{\partial B_2} dB_2 - (x_i^{\text{观}} - x_i^0) \\
v_{y_i} = & \frac{\partial G}{\partial x_0} dx_0 + \frac{\partial G}{\partial y_0} dy_0 + \frac{\partial G}{\partial \varphi_i} d\varphi_i + \frac{\partial G}{\partial \omega_i} d\omega_i + \frac{\partial G}{\partial \kappa_i} d\kappa_i + \frac{\partial G}{\partial r_{0x}} dr_{0x} \\
& + \frac{\partial G}{\partial r_{0y}} dr_{0y} + \frac{\partial G}{\partial r_{0z}} dr_{0z} + \frac{\partial G}{\partial x_H} dx_H + \frac{\partial G}{\partial y_H} dy_H + \frac{\partial G}{\partial f_k} df_k \\
& + \frac{\partial G}{\partial A_1} dA_1 + \frac{\partial G}{\partial A_2} dA_2 + \frac{\partial G}{\partial B_1} dB_1 + \frac{\partial G}{\partial B_2} dB_2 - (y_i^{\text{观}} - y_i^0)
\end{aligned}$$

若将上式写成一般误差方程式形式：

$$\left\{ \begin{array}{l}
x_{x_0} = dx_0 \\
v_{y_0} = dy_0 \\
v_{x_i} = a_{101} dx_0 + a_{102} dy_0 + a_{103} d\varphi_i + a_{104} d\omega_i + a_{105} d\kappa_i + a_{106} dr_{0x} \\
\quad + a_{107} dr_{0y} + a_{108} dr_{0z} + a_{109} dx_H + a_{110} dy_H + a_{111} df_k \\
\quad + a_{112} dA_1 + a_{113} dA_2 + a_{114} dB_1 + a_{115} dB_2 - l_{x_i} \\
v_{y_i} = a_{201} dx_0 + a_{202} dy_0 + a_{203} d\varphi_i + a_{204} d\omega_i + a_{205} d\kappa_i + a_{206} dr_{0x} \\
\quad + a_{207} dr_{0y} + a_{208} dr_{0z} + a_{209} dx_H + a_{210} dy_H + a_{211} df_k \\
\quad + a_{212} dA_1 + a_{213} dA_2 + a_{214} dB_1 + a_{215} dB_2 - l_{y_i}
\end{array} \right.$$

(4)

经推导，误差方程式(4)中各系数及常数项为：

$$\begin{aligned}
a_{101} &= \frac{\partial F}{\partial x_0} = -\frac{Z}{(Z - e_{z_{0i}})Z_{0i}^*} (m_{11}f_k + m_{13}x_i) \\
a_{102} &= \frac{\partial F}{\partial y_0} = -\frac{Z}{(Z - e_{z_{0i}})Z_{0i}^*} (m_{21}f_k + m_{23}x_i) \\
a_{103} &= \frac{\partial F}{\partial \varphi_i} = -\frac{f_k}{(Z - e_{z_{0i}})Z_{0i}^*} [(m_{22}x_i)r_{0x} - (m_{21}x_i - m_{23}f_k)r_{0y} \\
&\quad - (m_{22}f_k)r_{0z}] + \frac{1}{f_k} [(m_{21}x_i - m_{23}f_k)y_i - m_{22}(x_i^2 + f_k^2)] \\
a_{104} &= \frac{\partial F}{\partial \omega_i} = -\frac{f_k}{(Z - e_{z_{0i}})Z_{0i}^*} [(x_i \sin \kappa)r_{0x} + (x_i \cos \kappa)r_{0y} - (f_k \sin \kappa)r_{0z}] \\
&\quad - \frac{1}{f_k} [(x_i \cos \kappa)y_i + \sin \kappa(x_i^2 + f_k^2)] \\
a_{105} &= \frac{\partial F}{\partial \kappa_i} = \frac{f_k^2}{(Z - e_{z_{0i}})Z_{0i}^*} r_{0y} + y_i
\end{aligned}$$

$$a_{106} = \frac{\partial F}{\partial r_{0x}} = \frac{f_k}{(Z - e_{z_{0i}})Z_{0i}^*} [(m_{11} - 1)f_k + m_{13}x_i]$$

$$a_{107} = \frac{\partial F}{\partial r_{0y}} = \frac{f_k}{(Z - e_{z_{0i}})Z_{0i}^*} (m_{21}f_k + m_{23}x_i)$$

$$a_{108} = \frac{\partial F}{\partial r_{0z}} = \frac{f_k}{(Z - e_{z_{0i}})Z_{0i}^*} [m_{31}f_k + (m_{33} - 1)x_i]$$

$$a_{109} = \frac{\partial F}{\partial x_H} = 1 - a_{101}$$

$$a_{110} = \frac{\partial F}{\partial y_H} = -a_{102}$$

$$a_{111} = \frac{\partial F}{\partial f_k} = \frac{x_i}{f_k} + \frac{1}{(Z - e_{z_{0i}})Z_{0i}^*} [(e_{x_{0i}}^* + m_{31}Z)f_k + (e_{z_{0i}}^* + m_{33}Z)x_i]$$

$$a_{112} = \frac{\partial F}{\partial A_1} = r(r - r_0)x_i - (a_{101}x_0 + a_{102}y_0)(r' - r_0)r'$$

$$a_{113} = \frac{\partial F}{\partial A_2} = r^3(r - r_0)x_i - (a_{101}x_0 + a_{102}y_0)(r' - r_0)r'^3$$

$$a_{114} = \frac{\partial F}{\partial B_1} = (r^2 + 2x_i^2) - a_{101}(r'^2 + 2x_0^2) - a_{102}(2x_0y_0)$$

$$a_{115} = \frac{\partial F}{\partial B_2} = 2x_iy_i - a_{102}(r'^2 + 2y_0^2) - a_{101}(2x_0y_0)$$

$$a_{201} = \frac{\partial G}{\partial x_0} = -\frac{Z}{(Z - e_{z_{0i}})Z_{0i}^*} (m_{12}f_k + m_{13}y_i)$$

$$a_{202} = \frac{\partial G}{\partial y_0} = -\frac{Z}{(Z - e_{z_{0i}})Z_{0i}^*} (m_{22}f_k + m_{23}y_i)$$

$$a_{203} = \frac{\partial G}{\partial \varphi_i} = -\frac{f_k}{(Z - e_{z_{0i}})Z_{0i}^*} [(m_{22}y_i - m_{23}f_k)r_{0x} - (m_{21}y_i)r_{0y} + (m_{21}f_k)r_{0z}] - \frac{1}{f_k} [(m_{22}y_i - m_{23}f_k)x_i - m_{21}(y_i^2 + f_k^2)]$$

$$a_{204} = \frac{\partial G}{\partial \omega_i} = -\frac{f_k}{(Z - e_{z_{0i}})Z_{0i}^*} [(y_i \sin \kappa)r_{0x} + (y_i \cos \kappa)r_{0y} - (f_k \cos \kappa)r_{0z}] - \frac{1}{f_k} [(y_i \sin \kappa)x_i + \cos \kappa(y_i^2 + f_k^2)]$$

$$\begin{aligned}
a_{205} &= \frac{\partial G}{\partial k_i} = -\frac{f_k^2}{(Z - e_{z_{0i}})Z_{0i}^*} r_{0x} - x_i \\
a_{206} &= \frac{\partial G}{\partial r_{0x}} = \frac{f_k}{(Z - e_{z_{0i}})Z_{0i}^*} (m_{12}f_k + m_{13}y_i) \\
a_{207} &= \frac{\partial G}{\partial r_{0y}} = \frac{f_k}{(Z - e_{z_{0i}})Z_{0i}^*} [(m_{22} - 1)f_k + m_{23}y_i] \\
a_{208} &= \frac{\partial G}{\partial r_{0z}} = \frac{f_k}{(Z - e_{z_{0i}})Z_{0i}^*} [m_{32}f_k + (m_{33} - 1)y_i] \\
a_{209} &= \frac{\partial G}{\partial x_H} = -a_{201} \\
a_{210} &= \frac{\partial G}{\partial y_H} = 1 - a_{202} \\
a_{211} &= \frac{\partial G}{\partial f_k} = \frac{y_i}{f_k} + \frac{1}{(Z - e_{z_{0i}})Z_{0i}^*} [(e_{y_{0i}}^* + m_{32}Z)f_k + (e_{z_{0i}}^* + m_{33}Z)y_i] \\
a_{212} &= \frac{\partial G}{\partial A_1} = r(r - r_0)y_i - (a_{201}x_0 + a_{202}y_0)(r' - r_0)r' \\
a_{213} &= \frac{\partial G}{\partial A_2} = r^3(r - r_0)y_i - (a_{201}x_0 + a_{202}y_0)(r' - r_0)r'^3 \\
a_{214} &= \frac{\partial G}{\partial B_1} = 2x_i y_i - a_{201}(r'^2 + 2x_0^2) - a_{202}(2x_0 y_0) \\
a_{215} &= \frac{\partial G}{\partial B_2} = (r^2 + 2y_i^2) - a_{202}(r'^2 + 2y_0^2) - a_{201}(2x_0 y_0) \\
l_{x_i} &= x_i^{\text{观}} - x_i^0 \\
l_{y_i} &= y_i^{\text{观}} - y_i^0
\end{aligned}$$

(5)

(5) 式中:

$$x_i = x_i^{\text{观}} - x_H - dx(x_i, y_i)$$

$$y_i = y_i^{\text{观}} - y_H - dy(x_i, y_i)$$

$$\bar{X} = \frac{1}{Z - e_{z_{0i}}} [(x_0 - x_H - dx(x_0, y_0))Z + f_k e_{x_{0i}}]$$

$$\bar{Y} = \frac{1}{Z - e_{z_{0i}}} [(y_0 - y_H - dy(x_0, y_0))Z + f_k e_{y_{0i}}]$$

$$\begin{pmatrix} X_{0i}^* \\ Y_{0i}^* \\ Z_{0i}^* \end{pmatrix} = R^{-1}(\varphi, \omega, \kappa)_{0i} \begin{pmatrix} \bar{X} \\ \bar{Y} \\ -f_k \end{pmatrix}$$

$$x_i^0 = x_H + dx(x_i, y_i) - f_k \frac{X_{0i}^*}{Z_{0i}^*}$$

$$y_i^0 = y_H + dy(x_i, y_i) - f_k \frac{Y_{0i}^*}{Z_{0i}^*}$$

$$\begin{pmatrix} e_{x_{0i}}^* \\ e_{y_{0i}}^* \\ e_{z_{0i}}^* \end{pmatrix} = R^{-1}(\varphi, \omega, \kappa)_{0i} \begin{pmatrix} r_{0X} \\ r_{0Y} \\ r_{0Z} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} r_{0X} \\ r_{0Y} \\ r_{0Z} \end{pmatrix}$$

$$r = \sqrt{(x_i^{\text{观}} - x_H)^2 + (y_i^{\text{观}} - y_H)^2}$$

$$r' = \sqrt{(x_0^{\text{观}} - x_H)^2 + (y_0^{\text{观}} - y_H)^2}$$

采用的畸变差模型为：

$$\begin{cases} dx = [(r^2 - rr_0)A_1 + (r^4 - r^3r_0)A_2]x + (r^2 + 2x^2)B_1 + (2xy)B_2 \\ dy = [(r^2 - rr_0)A_1 + (r^4 - r^3r_0)A_2]y + (r^2 + 2y^2)B_2 + (2xy)B_1 \end{cases} \quad (6)$$

$r_0$ ——畸变差第二次为零时的向径。

### 3. 摄站的布设

以一张与所摄二维目标相平行的正直摄影象片为基础，考虑到精度和可靠性的要求，向上下左右各倾斜一个角度再摄取同一目标的四张象片。倾角应尽可能大，但要保证各倾斜象片与中央的象片有合适的重叠度。这五张象片间的关系如图 4 所示。

### 4. 误差方程式的建立与法方程式的求解

对于正直、倾斜象片上的每一个点分别建立形如式 (4) 中  $v_{x_0}$ 、 $v_{y_0}$  和  $v_{x_i}$ 、 $v_{y_i}$  的两组方程式，对于所有点组成的误差方程式用矩阵形式表示为：

$$V = AX - L \quad \text{权} P \quad (7)$$

式中：P——观测值权矩阵

V——观测值残差向量

A——未知数系数矩阵

L——常数项列矩阵

X——未知数列向量

$$X = [dx_{01} \quad dy_{01} \quad \dots \quad d\varphi_1 \quad d\omega_1 \quad d\kappa_1 \quad \dots \quad dr_{0X} \quad dr_{0Y} \quad dr_{0Z} \quad dx_H \quad dy_H \quad df_k \quad dA_1 \quad dA_2 \quad dB_1 \quad dB_2]^T$$

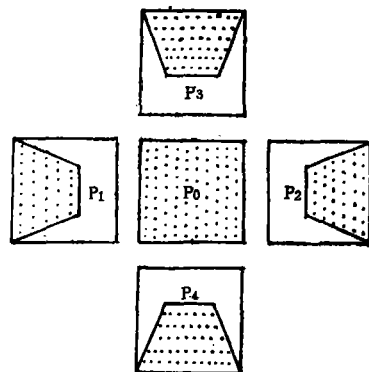


图 4 五张象片间的关系

按最小二乘法原理可得法方程为：

$$(A^T P A) X - (A^T P L) = 0 \quad (8)$$

解 (8) 式得各未知数的改正数为：

$$X = (A^T P A)^{-1} (A^T P L) \quad (9)$$

### 5. 精度评定和粗差检测

未知数由改正数加初始值获得后，可按 (3) 式严格公式计算出坐标观测值残差  $v_i$ 。由  $v_i$  求得单位权中误差估值为：

$$m_0 = \pm \sqrt{\frac{V^T P V}{r}} \quad (10)$$

又由 (9) 式知：

$$Q_{XX} = (A^T P A)^{-1} \quad (11)$$

由此可估求每一个未知数的中误差：

$$m_{x_i} = m_0 \sqrt{Q_{x_i x_i}} \quad (12)$$

(10) ~ (12) 式中：

$r$  —— 多余观测数

$Q_{x_i x_i}$  ——  $Q_{XX}$  阵的主对角线上第  $i$  个元素。

在摄取如图 4 的五片时，观测值、未知数和多余观测的个数如下计算：

设在中央片  $P_0$  上利用了  $n_0$  个点，其中出现在  $P_i$  ( $i = 1, 2, 3, 4$ ) 片上的点为  $n_i$ ，则总观测值个数为：

$$n = n_0 \times 2 + \sum_{i=1}^4 n_i \times 2 = 2 n_0 + 2 \sum_{i=1}^4 n_i \quad (13)$$

未知数个数为：

$$\mu = n_0 \times 2 + 4 \times 3 + 10 = 2 n_0 + 22 \quad (14)$$

所以，多余观测数为：

$$r = n - \mu = 2 \sum_{i=1}^4 n_i - 22 \quad (15)$$

理想情况下，目标上应有 60~100 个明显细部点。如果缺少明显细部点，摄影时可以在目标上贴上标志点。

由于本方法要处理大量的象片坐标观测值，为了保证成果的可靠性，需要对原始观测数据进行有效的粗差检测。可以采用下列由验后方差估计导出的权函数：

$$P_i = \begin{cases} 1 & T_i < F_\alpha(1, r) \\ \frac{1}{T_i} & T_i \geq F_\alpha(1, r) \end{cases} \quad (16)$$



其中：

$$T_i = \frac{v_i^2}{m_i^2(Q_{VV}P)_{ii}} \quad (17)$$

$$Q_{VV} = P^{-1} - AQ_{XX}A^T$$

取  $\alpha = 0.1\%$ ，查表得  $F_{\alpha}(1, \infty) = 10.83$

### 6. 误差方程式和法方程式系数阵结构图

假设在中央象片  $P_0$  上量测了 30 个点，在  $P_1, P_2, P_3, P_4$  片上各量测了 15 个点（其中有的点为两片或更多片的公共点），则误差方程式的系数阵  $A$  和法方程式的系数阵  $(A^T P A)$  的结构图分别如图 5 和图 6 所示。 $(A^T P A)$  为一镶边带状结构矩阵。

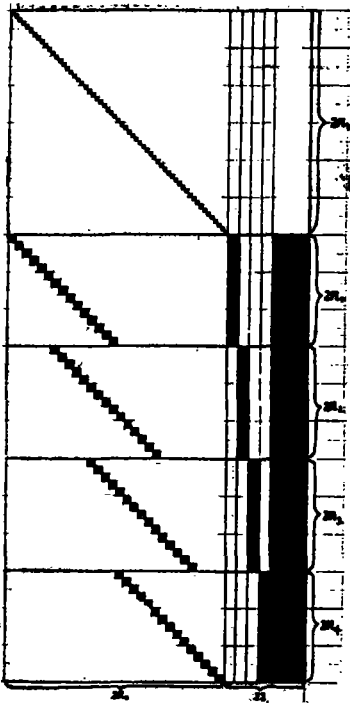


图 5 误差方程式系数阵  $A$  结构图

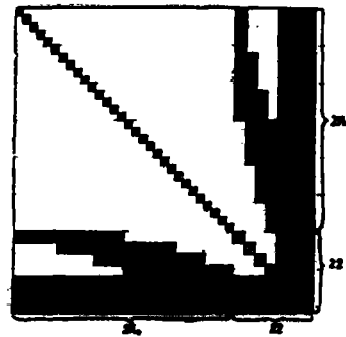


图 6 法方程式系数阵  $(A^T P A)$  结构图

## 三、初步试验结果

作者按上述理论和公式编写了适用于 VAX—11/750 计算机使用的 FORTRAN 程序，并用模拟数据和实际数据进行了试验。

第一组试验数据为由另一计算机程序用严格空间坐标变换求得的无偶然误差的模拟数

据，它仅含机器的舍位误差（十进制数为六位有效数字）。平差中各片角元素初值偏离其真值达到  $20'$  左右。该值比实际作业中量测摄影机可能提供的初值有更大的误差。内方位元素和偏心分量的初值误差也在  $10\sim 25\mu\text{m}$  之间。平差结果是：检校值完全等于其理论应有值（见表 1 中第 I 部分）。

表 1 单站点无地面控制摄影机自检校结果

		应有值或厂方 给定值 (mm)	自 检 校 值 (mm)	中误差 ( $\mu\text{m}$ )	坐标量测中 误差 $\sigma_0$ ( $\mu\text{m}$ )
I 模 拟 数 据	$x_0$	0.0050	0.0050	$\pm 0.0$	$\pm 0.03$
	$y_0$	0.0010	0.0010	$\pm 0.0$	
	$f_k$	100.0000	99.9997	$\pm 0.1$	
II 模 拟 数 据	$x_0$	0.0050	0.0049	$\pm 1.1$	$\pm 2.50$
	$y_0$	0.0010	-0.0004	$\pm 1.3$	
	$f_k$	100.0000	99.9950	$\pm 4.6$	
III P31   57301	$x_0$	0.0110	0.0062	$\pm 5.8$	$\pm 4.66$
	$y_0$	0.0040	-0.0244	$\pm 7.6$	
	$f_k$	101.7600	101.7614	$\pm 12.5$	

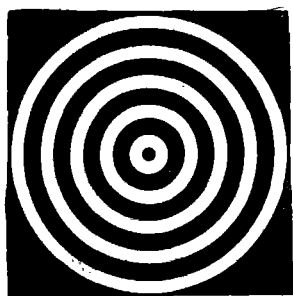
第二组试验数据是在第一组模拟数据中加入中误差为  $\pm 2.5\mu\text{m}$  的偶然误差后得到的。平差结果表明检校值与其应有值之差对于  $x_0$ ,  $y_0$  和  $f_k$  分别仅为  $0.1$ ,  $1.4$  和  $5.0\mu\text{m}$ （详见表 1 第 II 部分）。

在第二组试验数据中，分别在中央象片上的 204, 310, 508, 811 四个象点的  $x$ ,  $y$  坐标中同时加入粗差 ( $G_{y_{204}} = -20.0\mu\text{m}$ ,  $G_{x_{310}} = 20.0\mu\text{m}$ ,  $G_{y_{508}} = 40.0\mu\text{m}$ ,  $G_{x_{811}} = -20.0\mu\text{m}$ ,  $G_{y_{811}} = 40.0\mu\text{m}$ ) 进行试验，计算结果为：全部粗差均已发现，并能准确地定位，经过三次迭代后，粗差点上的象点坐标残差与加入的粗差值基本相等（详见表 2）。

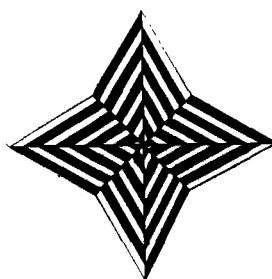
以上两组试验结果基本上证明了程序的正确性。

第三组数据为实际观测数据。在室内墙壁上（平面目标）贴了图 7 所示的自制标志，用 Wild P31 (No. 57301) 摄影机在距摄影墙 4.27 米处进行了图 4 方式的摄影，然后采用国产 19JA 型工具显微镜（最小读数分划为  $1.0\mu\text{m}$ ，可以估读至  $0.1\mu\text{m}$ ）量测了全部象点坐标，同时还量测了各片的框标和主点。因为量测过程中，象片任意安置，所以，程序中包含有内定向子程序，以便将仪器上的量测坐标化算到框标坐标系中，同时还可对象点坐标作仿射变形改正。但该仪器隙动差较大，又所有的坐标仅一次读数，若采用性能更稳定的精密坐标量

测仪或解析测量仪器量测，量测精度还应有所提高。



(1)



(2)

图7 摄影标志

Wild P31 (No. 57301) 全能地面摄影机的内方位元素和仪器偏心值已由厂方以一定精度提供，所以在平差中自动处理成带权观测值（给权0.1，象点坐标观测值权为1.0）以保证解的精度和稳定性。非对称和切向畸变参数  $B_1$ ,  $B_2$  未参加平差。平差过程中，中央摄影象片上利用了91个象点，其余四张倾斜象片分别利用了49、66、56、59个象点，这样，多余观测数为446个。平差结果为：象片坐标量测误差（即单位权中误差）为  $\pm 4.66\mu\text{m}$ ，内方位元素  $x_0$ ,  $y_0$  和  $f_k$  的检定精度分别为  $\pm 5.8\mu\text{m}$ 、 $\pm 7.6\mu\text{m}$  和  $\pm 12.5\mu\text{m}$ （详见表1的第三部分）。由于对标志的量测精度可以达到  $2 \sim 3\mu\text{m}$ ，所以用本方法进行摄影机检校可望达到更高的精度。

表2 粗差检测试验结果

( $\sigma_0 = 2.50\mu\text{m}$ )

象片号	象点号	加入的粗差 ( $\mu\text{m}$ )		残差 ( $\mu\text{m}$ )		多余观测分量 $r_i$	统计量 $T_i$
		$G_x$	$G_y$	$v_x$	$v_y$		
0	204	0.0	-20.0	-2.7	-17.3	0.71	$0.69 \times 10^2$
0	310	20.0	0.0	14.6	-0.2	0.73	$0.48 \times 10^2$
0	508	0.0	40.0	-1.2	40.3	0.96	$0.27 \times 10^3$
0	811	-20.0	40.0	-18.0	36.1	0.94	$0.22 \times 10^3$
1	310	0.0	0.0	-6.7	-0.9	0.55	$0.13 \times 10^2$
3	204	0.0	0.0	2.2	8.0	0.55	$0.19 \times 10^2$
3	508	0.0	0.0	0.8	-9.7	0.98	$0.16 \times 10^2$

本次试验共选用了五种标志，通过量测和计算，图7中两种标志精度最好，且两者的精度相同，它们的自检校结果也一致。

通过本文的试验研究可以看出：

利用位于平面上临时布设的人工标志，在不作任何地面控制的条件下，可用本方法进行

摄影机的检校，不需测任何地面控制点。

当近景摄影测量所要测定的物体表面有足够大的平面时，可在摄影测量作业时加摄按本文要求的用于摄影机检校的四张倾斜象片，可将本程序并入近景摄影测量平差程序中进行联合平差，从而获得更好的结果。

物方的相对控制条件也可以用于本方法中，以增强摄影机检校的精度。这方面还有待进一步试验和研究。此外，本方法还有一些有待讨论和解决的问题，如内方位元素和偏心值的相关、摄影距离测定精度要求、水平象片与物平面平度的要求以及如何在无转轴的量测摄影机检校中应用等，拟在另外的文章中进行处理。

### 参 考 文 献

- [ 1 ] Wester—Ebbinghaus W., Einzelstandpunkt—Selbstkalibrierung — Ein Beitrag zur Feldkalibrierung von Aufnahmekammern, Institut für Photogrammetrie, Universität Bonn, 1983.
- [ 2 ] 王之卓, 摄影测量原理, 测绘出版社, 1979.
- [ 3 ] 李德仁, 利用选权迭代法进行粗差定位, 武汉测绘学院学报, No. 1, 1984.
- [ 4 ] 冯文灏, 非地形摄影测量, 武汉测绘学院, 1983.

## A Self-Calibration Method for Metric Camera in a Single Station Without Ground Controls

Yuan Xiuxiao    Zhu Yixuan

### Abstract

The self-calibration of metric camera in a single station without ground controls is a method using pure photogrammetric information. Starting from the collinearity equation and considering the decenter of projection center from the rotation center of camera, the geometric relationship between vertical and oblique photographs and its linearized error equation are derived. A FORTRAN program has been developed in VAX—11/750. The results are given both for simulation and practical data.

**[Key words]** self calibration; inner orientation; distortion; rotation matrix; camera calibration; camera decenter component