

卫星网与地面网联合平差的理论和应用

刘 经 南 刘 大 杰 崔 希 璋

摘 要

卫星网与地面网联合平差的研究主要包括：(1)卫星系统与地面系统之间的转换模型；(2)联合平差的实施方案；(3)联合平差的误差分析；(4)联合平差程序的研制和实际应用。

近几年来，国内外一些学者对联合平差的理论和方法进行了广泛的研究，我们也对上述问题作了较系统的探讨，对有些问题的研究已在〔1〕～〔4〕中论述过，本文仅对上述问题作必要的补充和综合，从而进一步说明联合平差的有关理论问题和实用意义。

【关键词】 卫星网和地面网联合平差；尺度比参数；平移参数；最小偏差

一、前 言

卫星网与地面网联合平差是一个具有十分重要的科学价值和经济意义的课题。通过联合平差，不仅可以使天文大地网得到加强，提高网中各种元素的精度和准确度，而且可以确定地面大地坐标系统与卫星网地心坐标系统之间的转换参数，分析地面网与卫星网中的系统误差。同时，联合平差的研究也为一并处理包括天文、重力、高程测量、三角测量、距离测量和卫星大地测量的所谓整体大地测量的研究打下一定的基础。

卫星网与地面网联合平差的研究主要包括以下几个方面：

(1) 卫星系统与地面系统之间的转换模型，各种转换模型之间的关系以及转换参数的选择；

(2) 联合平差的实施方案，证明所采用的方案的严密性，根据所选择的转换模型建立适当的观测方程；

本文1987年4月收到。

(3) 联合平差的误差分析, 分析各种误差对联合平差成果和转换参数的影响;

(4) 联合平差的实用程序和实际应用。

近年来, 国内外一些学者对联合平差的理论和方法进行了广泛的研究 ([7]~[14])。我们也对上述问题作了较系统的探讨, 并编制了计算程序, 对一些模拟网和实测网进行了计算和分析, 最近, 我们还对我国西北地区的卫星多普勒网和地面网进行了联合平差的计算。对有些问题的研究已在 [1]~[4] 中论述过, 本文仅对上述问题的探讨作必要的补充和综合, 从而进一步说明联合平差的有关问题和实用意义。

二、坐标系统的转换模型

在卫星网和地面网的联合平差中, 卫星网的定位成果通常是卫星系统的地心坐标, 而地面网单独平差的成果是地面参考系统的大地坐标, 两种坐标系统的转换关系的一般形式是

$$\vec{r}_i)_s = f(\vec{r}_i)_g, \mathbf{Y} \quad (1)$$

式中 $\vec{r}_i)_s$ 和 $\vec{r}_i)_g$ 分别表示公共点 i 在卫星系统和地面系统的位置矢量, \mathbf{Y} 表示转换参数。选择不同的转换参数, 可以得到不同的转换模型。

卫星网与地面网的公共点是三维空间的点, 因此, 一般应有七个转换参数, 包括三个平移参数, 三个旋转参数和一个尺度比参数。较常用的七参数转换模型就是 Bursa 模型 (简称为 B 模型) 和 Molodensky 模型 (简称为 M 模型)。其中 B 模型的转换方程是

$$\vec{r}_i)_s = (\vec{r}_0)_s^B + (1 + \delta k)R(\epsilon) (\vec{r}_i)_g \quad (2)$$

式中 $(\vec{r}_0)_s$ 表示参心在卫星地心坐标系中的位置矢量, 也就是平移参数, δk 是尺度比参数, 而 $R(\epsilon)$ 表示旋转矩阵, 有

$$R(\epsilon) = R_1(\epsilon_x)R_2(\epsilon_y)R_3(\epsilon_z) \approx \begin{pmatrix} 1 & \epsilon_z & -\epsilon_y \\ -\epsilon_z & 1 & \epsilon_x \\ \epsilon_y & -\epsilon_x & 1 \end{pmatrix} \quad (3)$$

$$R_1(\epsilon_x) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \epsilon_x & \sin \epsilon_x \\ 0 & -\sin \epsilon_x & \cos \epsilon_x \end{pmatrix}$$

$$R_2(\epsilon_y) = \begin{pmatrix} \cos \epsilon_y & 0 & -\sin \epsilon_y \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \epsilon_y & 0 & \cos \epsilon_y \end{pmatrix}$$

$$R_3(\epsilon_z) = \begin{pmatrix} \cos \epsilon_z & \sin \epsilon_z & 0 \\ -\sin \epsilon_z & \cos \epsilon_z & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

ε_x 、 ε_y 和 ε_z 表示旋转参数，它们都是微小量。

M 模型的转换方程是

$$(\vec{r}_i)_s = (\vec{r}_0)_s^m + (1 + \delta k)R(\varepsilon)(\vec{r}_{ki})_g + (\vec{r}_k)_g \quad (4)$$

其中 k 表示大地原点。

B 模型和 M 模型中的尺度比参数 δk 只能是卫星网与地面网的相对尺度比。研究表明¹²，对于联合平差的结果来说，这两种模型是等价的。

这两种七参数模型都是在位置矢量具有相似变换性质的假定下给出的。实际上，地面网系统的站心矢量并不具有这种性质，因此，可以提出以下转换模型

$$(\vec{r}_i)_s = (\vec{r}_0)_s^w + (1 + \delta k)R(\varepsilon)(\vec{r}_{is})_g + R(\varepsilon)(\vec{r}_k)_g \quad (5)$$

我们称之为武测模型，或简称为 W 模型。W 模型的旋转参数的引入方式与 B 模型相同，而尺度比参数的引入方式与 M 模型相同¹⁵¹。

研究表明，B 模型平移参数的偏差只与地面网尺度有关，M 模型平移参数的偏差与卫星网尺度以及两系统的欧拉角有关，而 W 模型平移参数的偏差只与卫星网尺度有关。在通常的卫星网尺度较均匀且数值较小的情况下，采用 W 模型求得的平移参数相对于两系统定义值的偏差，较之于 B 模型和 M 模型求得的平移参数的偏差要小。当卫星网尺度误差可以忽略时，W 模型的平移参数接近定义的真值。三种模型平移参数之间有以下关系

$$\left. \begin{aligned} (\vec{r}_0)_s^B &= (\vec{r}_0)_s^w - \delta k(\vec{r}_k)_g \\ (\vec{r}_0)_s^M &= (\vec{r}_0)_s^w - [E - R(\varepsilon)](\vec{r}_k)_g \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

式中 E 为单位矩阵。

七参数模型还可以有其它的形式。可以证明，对联合平差的结果而言，它们都是等价的，并且，无论采用何种七参数模型，都只能得到两网的相对尺度比。

为了能准确地求得卫星网和地面网各自的尺度比参数，也为了求得准确的平移参数，可以在网中布设若干条 VLBI 基线，以 VLBI 为尺度基准¹⁶¹，此时，有转换方程

$$\left. \begin{aligned} (\vec{r}_i)_g &= \vec{r}_i + \delta k_g(\vec{r}_i - \vec{r}_k) \\ (\vec{r}_i)_s &= \vec{r}_0 + (1 + \delta k_{s,g})R(\varepsilon)\vec{r}_i \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

其中 δk_g 和 $\delta k_{s,g}$ 分别表示地面网和卫星网的尺度比参数， \vec{r}_i 和 \vec{r}_k 分别表示 i 点和原点 k 在地面网定位和定向基准及 VLBI 尺度基准下的位置矢量。

在地面网的不同区域内，它们的尺度和定向往往是不同的。若考虑尺度比和定向的区域性偏差，则相应于 B 模型的转换方程可变为

$$(\vec{r}_i)_s = (\vec{r}_0)_s + (1 + \delta k_p)R(\varepsilon)\{(\vec{r}_k)_g + R(\varepsilon_q)(\vec{r}_k)_g\} \quad (8)$$

式中 δk_p 表示区域 p 的尺度比参数， ε_q 表示区域 q 的定向偏差 dA_q 引起的旋转角。对于中心区 $dA_0 = 0$ ，而

$$\varepsilon_q = \begin{pmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \end{pmatrix}^q = \begin{pmatrix} -\cos B_q \cos L_q \\ -\cos B_q \sin L_q \\ -\sin B_q \end{pmatrix} dA_q \quad (9)$$

为考虑地面网基准误差的影响，有人提出了若干种多于七参数的转换模型。但当全网都采用这些模型进行平差时，所得到的法方程将是秩亏的。如果考虑不同区域的坐标上含有不同的基准误差影响，假定某个区域（中央区域）的基准误差影响近似为零，应该可以确定其它区域相对于中央区域的基准误差影响，这也就是分“内”、“外”带来定各外带的相对基准误差的方法。上面的分离区域性定向误差 dA_i 的模型（8）可以看成是一种八参数模型，如果将 ε_{1i} , ε_{2i} , ε_{3i} 作为参数，也就是得到一种十参数模型。

此外，对于范围较小的卫星网与地面网，还可以采用只包含三至六个参数的简化模型。在实用上，可以根据具体情况在联合平差中应用线性假设检验的方法来选择最佳的简化模型。

三、联合平差的方法

卫星网与地面网联合平差一般是在两网分别单独平差的基础上进行。理论上已经证明，在两网分别单独平差的基础上进行联合平差的结果，与整体平差的结果是一致的^{[1][13]}。

联合平差的方法可以分为两类：一类是先将地面网的成果（大地坐标）变换为地心坐标，或者将卫星网的成果（地心坐标）变换为大地坐标，然后按相关间接平差原理进行联合平差；另一类是在建立误差方程时考虑其变换关系，联合平差按最小二乘配置法处理，或者也按相关间接平差法计算。这两类方法是等价的。

我们采用了第二类方法，在建立误差方程时考虑两种坐标的变换关系，按相关间接平差法求各未知参数的平差值。当以地面网平差所得的大地坐标和卫星网平差所得的地心坐标为观测值，以地面参考系的大地坐标为未知参数，按七参数转换模型（以 **B** 模型为例）建立误差方程时，对于两网公共点 i 有

$$\left. \begin{aligned} V_{g,i} &= \delta \hat{X}_{g,i} - l_{g,i} \\ V_{s,i} &= A_i \delta \hat{X}_{g,i} + B_{s,i} \hat{Y} + C_{s,i} \delta \hat{k} - l_{s,i} \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

式中 $\delta \hat{X}_{g,i}$ 表示未知参数（ i 点在地面系统的大地坐标）的改正值， \hat{Y} 表示不包括 $\delta \hat{k}$ 在内的转换参数，而

$$\left. \begin{aligned} A_{s,i} &= \begin{pmatrix} -(M_i^0 + H_i^0) \sin B_i^0 \cos L_i^0 & -(N_i^0 + H_i^0) \cos B_i^0 \sin L_i^0 & \cos B_i^0 \cos L_i^0 \\ -(M_i^0 + H_i^0) \sin B_i^0 \sin L_i^0 & (N_i^0 + H_i^0) \cos B_i^0 \cos L_i^0 & \cos B_i^0 \sin L_i^0 \\ (M_i^0 + H_i^0) \cos B_i^0 & 0 & \sin B_i^0 \end{pmatrix} \\ B_{s,i} &= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & -Z_i^0 & Y_i^0 \\ 0 & 1 & 0 & Z_i^0 & 0 & -X_i^0 \\ 0 & 0 & 1 & -Y_i^0 & X_i^0 & 0 \end{pmatrix} \\ C_{s,i} &= [x_i^0 \quad y_i^0 \quad z_i^0]^T \end{aligned} \right\} \quad (11a)$$

$$\left. \begin{aligned} l_{g,i} &= X_{g,i} - X_i^0 \\ l_{s,i} &= X_{s,i} - X_i^0 \end{aligned} \right\} \quad (11b)$$

$X_{g,i} = [B_i \ L_i \ H_i]^T$ 是地面网平差所得的大地坐标观测值, $X_{g,i}^0$ 是它的近似值; 当取 $X_{g,i}^0 = X_{g,i}$ 时, $l_{g,i} = 0$ 。 $X_{s,i} = [x_i \ y_i \ z_i]^T$ 表示卫星网所得的地心坐标观测值, $X_{s,i}^0$ 是由 $X_{g,i}^0$ 按七参数模型转换得到的结果。

利用误差方程 (10) 及地面网、卫星网分别单独平差得到的相应协方差阵组成法方程, 求解后即得到地面参考系大地坐标的平差值和卫星系统地心坐标的平差值, 以及各转换参数的平差值。

当网中布设了若干条 VLBI 基线时, 若以地面参考系的定向、定位为方位和位置基准, 而以 VLBI 基线为尺度基准, 设相应于这种基准的大地坐标为未知参数 (记为 X_i), 其改正值设为 δX_i , 则有误差方程

$$\left. \begin{aligned} V_{g,i} &= \delta \hat{X}_i + C_{g,i} \delta \hat{k}_g - l_{g,i} \\ V_{s,i} &= A_{s,i} \delta \hat{X}_i + B_{s,i} \hat{Y}_i + C_{s,i} \delta \hat{k}_s - l_{s,i} \\ V_{i,j} &= A_{i,j} \delta \hat{X}_i + A_{i,j} \hat{X}_i - l_{i,j} \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

式中 $\delta \hat{k}_g$ 仍表示地面网 (相对于 VLBI 基线) 的尺度比参数; \hat{Y} 表示不包括 $\delta \hat{k}_g$ 和 $\delta \hat{k}_s$ 在内的转换参数; 系数阵 $A_{s,i}$ 、 $B_{s,i}$ 的形式与 (11) 式相同, 而

$$\left. \begin{aligned} C_{s,i} &= A_{s,i}^{-1} \begin{bmatrix} x_i^0 & -x_i^0 \\ y_i^0 & -y_i^0 \\ z_i^0 & -z_i^0 \end{bmatrix} \\ A_{i,j} &= \begin{bmatrix} -\Delta x_{i,j}^0 / D_{i,j}^0 \\ -\Delta y_{i,j}^0 / D_{i,j}^0 \\ -\Delta z_{i,j}^0 / D_{i,j}^0 \end{bmatrix} \end{aligned} \right\} \quad (13a)$$

$$\left. \begin{aligned} l_{g,i} &= X_{g,i} - X_{g,i}^0 \\ l_{s,i} &= X_{s,i} - X_{s,i}^0 \\ l_{i,j} &= D_{i,j} - D_{i,j}^0 \end{aligned} \right\} \quad (13b)$$

其中 $D_{i,j}$ 表示 VLBI 基线的观测值, $D_{i,j}^0$ 表示由未知参数近似值求得的相应近似长度。

如果考虑区域性尺度比参数和区域性定向偏差参数, 按模型 (8) 可以建立以下误差方程

$$\left. \begin{aligned} V_{g,i} &= \delta \hat{X}_{g,i} - l_{g,i} \\ V_{s,i} &= A_{s,i} \delta \hat{X}_{g,i} + B_{s,i} \hat{Y} + C_{s,i} \delta \hat{k}_p + H_{s,i} \delta \hat{A}_q - l_{s,i} \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

区域性定向偏差 $\delta \hat{A}_q$ 的系数阵为

$$H_{s,i} = \begin{bmatrix} 0 & -z_i^0 & y_i^0 \\ z_i^0 & 0 & -x_i^0 \\ -y_i^0 & x_i^0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -\cos B_q \cos L_q \\ -\cos B_q \sin L_q \\ -\sin B_q \end{bmatrix} \quad (15)$$

当然，也可以将布设 VLBI 基线与分离区域性尺度比参数和区域性定向偏差参数的模型结合起来，得到相应的误差方程。

四、误差分析

误差分析是联合平差课题的一个重要组成部分。它包括以下内容：

——分析地面网中存在的局部尺度和定向系统误差，分析地面网中高程异常的局部性系统误差，研究这些误差对平差后点的坐标和转换参数的影响。

——分析联合平差观测值的协方差阵的准确性，讨论求得观测值的协方差的方法。

如前所述，地面网与卫星多普勒网联合平差所得到的尺度比参数，只能是两网的相对尺度比，而不是它们各自的尺度比。按七参数模型进行平差时，尺度比的误差就是一种系统误差，同时它还对平移参数产生系统影响。在网中加入高精度 VLBI 基线观测值，就是为了消除这种系统影响。

地面网中的区域性尺度偏差和定向偏差以及区域性大地高（或高程异常）的系统偏差也是系统误差，它们可以通过联合平差的残差矢量图和趋势图或其它方法进行定性分析，设立区域性尺度比参数和定向偏差参数，然后定量地估算这些局部偏差并消除这些区域性系统误差的影响。

为了使联合平差所输入的数据不含有粗差，也可以对他们进行粗差检验和定位。

作为联合平差观测值的地面网大地坐标（包括大地经纬度与大地高）及卫星网地心坐标，它们都含有误差，这些误差对联合平差结果的影响，是人们十分关心的问题。不少文献推导了一些微分关系式来估算和讨论这种影响，得到了一些有益的看法。但由于这些微分关系式都是就单个点推导的，而联合平差的结果受大量公共点的大地和地心坐标误差的联合影响，同时还受两网配合的网形结构等因素的影响，微分关系式不能够严密地描述这些影响。因此，应该探讨能够严密描述和分析这些影响的方法。

为了能够严密地区分各类观测值的误差在不同结构的网中的影响，文献〔8〕从联合平差的公式出发，导出了地面点大地坐标与平差后坐标平差值微变化（或真差）之间的关系式，并利用这种关系着重分析了大地高误差的影响。

我们在〔2〕中提出了利用影响系数定义影响率的概念来讨论观测值误差的影响。这种方法与〔8〕中方法的出发点是一致的。但影响率是用协因数之比率来分析和讨论，而不是用真误差（或微变化）来讨论的。我们对几个精度和范围不同的模拟网和实测网作了计算，求得了联合平差后公共点坐标和转换参数对于不同观测值的影响率，并对计算结果进行了分析。〔5〕中加入 VLBI 的联合平差与〔6〕中分离局部尺度比和定向偏差的联合平差，也应用影响率作了分析。从这些计算和分析中可以看出以下一些趋势：

（1）卫星网的地心坐标对各个转换参数的影响率都比较大；地面网大地经纬度对尺度比参数的影响率占主要，而大地高对平移参数和旋转参数的影响率较大。

（2）联合平差后，大地经纬度的精度受大地高的影响很小；而平差后大地高的精度受大地经纬度的影响很小。

（3）偏于大地原点一边较远的网，或离大地原点较远的点，平差后在地面网大地坐标中，地心坐标的影响率明显增大，因此，在这种网中提高卫星定位精度是有意义的。

在联合平差的计算中还发现,对模拟网计算所得到的单位权方差估值与平差前的给定值较接近,但对实测网计算时,联合平差所得到的单位权方差估值有时与平差前的给定值有显著差异。产生这种现象的主要原因是地面网或卫星网平差所得到的方差阵不准确。例如我国天文大地网平差只求得了少量点的方差——协方差,其它点的方差和协方差是由内插得到的;大地高的方差阵也不可能准确得到。当单位权方差估值与给定值存在显著差异时,对正确评定联合平差的精度带来困难,因此,应该采用适当的方法,如方差分量估计的方法来求得较好的单位权方差估值。在不能给出准确的方差阵时,还可以使所给出的方差阵不小于其准确值,以避免过高地估计联合平差结果的精度。有关这方面的问题还有待进一步研究。

五、联合平差的计算程序与实际应用

根据联合平差的理论研究和实际应用的需要,我们编制了一个联合平差计算程序。该程序综合了我们以及国内外其他学者在联合平差研究中的新成果,在算法上也进行许多改进,使程序具有容量大、速度快、功能强,能综合处理多种数据,运用多种模型平差的特点。

程序适用于卫星多普勒网或其它能提供地心坐标的卫星定位网,如激光测卫定位网, GPS 系统定位网与地面天文大地网或工程控制网的联合平差。为了便于应用,程序的主要操作采用人机对话的形式,逐步提示用户按自己的需要选择运行方式。有关程序的编制和使用将另文说明。

联合平差不仅在我国大地测量的基础研究中具有重要意义,而且在石油、地矿和工程建设各部门的生产实践中也日益发挥重要作用。1982年以来,我们分别对含6个点的格尔木网、含15个点的武汉网等多个网进行了联合平差的计算和分析,又以全国37点的卫星多普勒网为依据进行了模拟联合平差。为满足石油部门的迫切需要,我们还特别对我国西北地区的柴达木、准噶尔和塔里木三个卫星网以及三网联成整体的西北卫星网进行了多种模型的联合平差。

西北网的联合平差为西北三大盆地和整个西北地区提供了精度较高的转换参数。所求参数的精度和国际上精度最高的美国网同类参数的精度相当。从而扭转了原来采用的三个平移参数精度不高,不能满足石油地质勘探对定位精度的要求的被动局面,使以前不能开展的某些特殊地震勘探方法也可以借助卫星多普勒定位开展起来,获得了显著的经济效益。

西北网联合平差后地面网大地经纬度的中误差下降到 $\pm 0.01 \sim \pm 0.001$ 秒量级,大地高的中误差下降到 $\pm 0.6 \sim \pm 1.2$ 米,且呈现较为均匀的趋势。这表明通过联合平差,卫星网的确起到了改善地面网精度的作用,特别能改善象我国西北地区这种地面网最弱部的精度。这一结论对于今后联合平差的实施和整体大地测量的研究都有明显的参考价值。

西北网的联合平差还提供了我国西北地区34个大地点(包括200多万平方公里的范围)的大地高程改正数。研究表明,这些改正数在相当程度上反映了我国西北部高程异常值的偶然误差部分。利用这些数值重新确定高程异常或再增加一些卫星定位点,利用这次联合平差提供的转换参数得到更多点的大地高程值,将得到采用多普勒水准精化后的高程异常图。将柴达木地区精密天文重力水准确定的高程异常(800公里累积中误差为 ± 0.75 米),与联合平差后多普勒水准求得的高程异常进行比较,八个公共点的最大相差为1.2米,平均相差仅0.6米。这种外部检验表明,三维联合平差对改善大地水准面的精度有着不可忽视的作用。

六、結 語

综合我们对卫星网与地面网联合平差的一些理论问题的讨论, 以及对实际应用结果的分析, 可以得到以下主要结论:

(1) 在卫星网和地面网分别单独平差的基础上进行联合平差, 理论上是严密的, 且两类平差方法是等价的。在实用上, 直接在建立联合平差的误差方程时考虑变换关系的平差方法看来更方便, 且便于灵活采用不同的转换模型进行计算和分析。

(2) 联合平差中最基本的转换模型是七参数模型, 各种七参数模型的转换参数含义有所区别, 但联合平差的结果是等价的。W模型得到的平移参数的偏差只与卫星网尺度有关, 对于卫星网尺度较小的实际情况, 宜采用这种模型。

(3) 如果考虑不同区域含有不同的尺度误差和定向误差, 还可以采用多于七参数的转换模型。对于范围较小的网, 可以采用线性假设检验的方法来选择某些简化模型。为了求得卫星网与地面网各自的尺度比 (k_s 、 k_g) 和准确的平移参数, 应在联合平差中加入其它尺度基准 (如 VLBI 等)。

(4) 利用影响率对联合平差进行误差分析是一种有效方法。这种方法比常用的微分关系式更严密, 且计算方便。既可用于对模拟网进行误差分析, 也可用于对实测网进行计算和分析。

(5) 采用三维联合平差有利于应用卫星定位成果改善地面网中大地高的精度, 对于精化大地水准面有着值得注意的作用。

(6) 联合平差对利用卫星网改善地面网有重要作用, 特别是对精度薄弱的边沿地区 (如我国西北地区) 地面网的改善, 更具有速度快、效益高的特点。

(7) 通过联合平差可以相当精确地求得某些地区的转换参数, 满足石油地质勘探等方面对卫星定位精度的要求, 获得显著的经济效益。

(8) 我们所研制的程序系统具有功能强、方法严密、速度快、使用方便的特点, 既可用于生产实践, 也可以用来对有关成果采用不同的模型进行计算和分析, 进行科研工作。

卫星网与地面网的联合平差是一项内容极其丰富, 涉及面十分广泛的科学研究课题, 本文是对我们所作的一些工作的小结, 有不少问题还有待于从理论和实践上进一步深入研究。

参 考 文 献

- [1] 崔希璋、刘大杰, 我国天文大地网与卫星多普勒网联合平差的初步方案, 武汉测绘学院学报, No. 1, 1982.
- [2] 刘经南, 卫星网与地面网联合平差坐标转换模型的等价性, 武汉测绘学院学报, No. 2, 1983.
- [3] 刘大杰、刘经南, 卫多普勒网与地面网联合平差的试验, 武汉测绘学院学报, No. 2, 1984.
- [4] 刘经南、刘大杰, 大地坐标和地心坐标精度对联合平差的精度影响, 测绘学报, No. 2, 1985.

- [7] 周忠谟, 地面网与卫星网之间转换的数学模型, 测绘出版社, 1984.
- [8] 周忠谟, 大地高程误差对卫星网与地面网联合平差的影响, 武汉测绘学院学报, No. 1, 1985.
- [9] 陈俊勇, 论我国多普勒网和天文大地网联合平差方案的几点意见, 测绘学报, No. 4, 1983.
- [10] E.J.Krakiwsky, D.E.Well 著, 朱华统译, 大地测量的坐标系统, 测绘出版社, 1983.
- [11] E.Krakiwsky, D.Thomson, Mathematical Models for the Combination of Terrestrial and Satellite Network, The Canadian Surveyor. Vol.23, No.5, 1974.
- [12] Hotine, Mathematical Geodesy, Washington, 1969.
- [13] H.Wolf, Scale and Orientation in Combined Doppler and Triangulation Nets, Bull. Geod. 1980.
- [14] H.wolf, Das Lage und Hohenproblem in Großen Geodatischen Netzen bei Einbeziehung von Satellitendopplermessungen, zfv, 1985.

Theory and Application of the Combined Adjustment of Satellite and Terrestrial Network

Liu Jingnan Liu Dajie Cui Xizhang

Abstract

This paper is a report of the study on the combined adjustment of satellite and terrestrial network, which is a research project undertaken in recent years. In this paper the following points have been discussed:

- the WUS model with seven parameters and model appending VLBI observations. (the former likely makes the deviation of the translation parameters minimum and the latter will be able to keep the scale parameter of the terrestrial network separate from the scale parameter of the satellite network) .
- the method of the combined adjustment by means of least squares collocation and build-up of observation equations in different coordinate system.
- The analyses of the errors in the combined adjustment in which emphasis is placed on the concept of "Influence rate" .
- A development of the combined adjustment program with multifunction such as the location of the gross errors, estimation of the variance components, the hypothetic test of the transformation parameters and automatic selection of models with appropriate number of transformation parameters and so on.
- The application of the combined adjustment to North-West satellite network and terrestrial network.

【Key words】 the combined adjustment of satellite and terrestrial network, scale parameter, translation parameter, the least deviatio