

# GPS 空间基线向量网与 地面控制网的联合平差模型

周忠谟 晁定波

## 摘 要

利用全球定位系统 (GPS) 所建立的空间基线向量网, 对于改善已有地面网, 分析网的系统误差和进行地球动力学的监测等具有广泛的意义。本文着重讨论了上述空间基线向量网和地面控制网的三维联合平差和二维联合平差的方法和模型。指出, 为了避免地面网高程误差以及引入地面网尺度因子的模型误差对三维联合平差结果的影响, 在二维大地坐标系统中进行上述两网联合平差的方法具有重要的现实意义。

**【关键词】** 全球定位系统; 地面控制网; 空间基线向量网; 联合平差

近年来, 在一些地区利用全球定位系统 (GPS) 的接收设备 (例如 Macrometer V—1000, TI 4100等) 进行的试验表明, 用相对定位法测定的空间基线向量网 (简称空间网) 无论对改善现有的地面控制网 (简称地面网) 的精度, 分析网的系统误差, 或者对于建立高精度的大地控制网都具有重要的意义, 因而引起广泛的重视<sup>[1, 2]</sup>。

文章的主要目的是试图研究一下空间网与地面网联合平差的方法与模型。

## 一、GPS 空间网的数据处理

假设, 利用 GPS 通过相对定位法测定的空间基线向量, 其端点在球面坐标系统中的坐标差为  $\Delta\Phi = (\Delta\phi, \Delta\lambda, \Delta R)^T$ , 同时已知其方差为  $D_{\Delta\phi\Delta\phi}$ ,  $D_{\Delta\lambda\Delta\lambda}$  和  $D_{\Delta R\Delta R}$ , 而相关系数阵为

$$\Gamma_{\Delta\phi} = \begin{pmatrix} 1 & \Gamma_{\Delta\phi\Delta\lambda} & \Gamma_{\Delta\phi\Delta R} \\ & 1 & \Gamma_{\Delta\lambda\Delta R} \\ & & 1 \end{pmatrix} \quad (1)$$

本文1986年11月收到。

则由此空间向量的方差与协方差阵可表示为:

$$\mathbf{D}_{\Delta\phi} = \begin{pmatrix} D_{\Delta\phi\Delta\phi} & D_{\Delta\phi\Delta\Lambda} & D_{\Delta\phi\Delta R} \\ & D_{\Delta\Lambda\Delta\Lambda} & D_{\Delta\Lambda\Delta R} \\ & & D_{\Delta R\Delta R} \end{pmatrix} \quad (2)$$

其中元素的一般形式:

$$D_{XY} = r_{XY}(D_{XX} D_{YY})^{1/2} \quad (3)$$

如果在空间直角坐标系中, 空间向量的坐标差设为  $\Delta\mathbf{X}_s = (\Delta X, \Delta Y, \Delta Z)_s^T$ , 其方差与协方差为:

$$\mathbf{D}_{\Delta X} = \begin{pmatrix} D_{\Delta X\Delta X} & D_{\Delta X\Delta Y} & D_{\Delta X\Delta Z} \\ & D_{\Delta Y\Delta Y} & D_{\Delta Y\Delta Z} \\ & & D_{\Delta Z\Delta Z} \end{pmatrix} \quad (4)$$

则有

$$\mathbf{D}_{\Delta X} = \mathbf{h}\mathbf{k}\mathbf{D}_{\Delta\phi}\mathbf{h}^T \quad (5)$$

$$\mathbf{h} = \begin{pmatrix} -\sin\phi\cos\Lambda & -\sin\Lambda & \cos\phi\cos\Lambda \\ -\sin\phi\sin\Lambda & \cos\Lambda & \cos\phi\sin\Lambda \\ \cos\phi & 0 & \sin\phi \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{k} = \begin{pmatrix} R & & \\ & R\cos\phi & \\ & & 1 \end{pmatrix}$$

由此, 相应的相关系数阵可写为:

$$\mathbf{r}_{\Delta X} = \begin{pmatrix} 1 & r_{\Delta X\Delta Y} & r_{\Delta X\Delta Z} \\ & 1 & r_{\Delta Y\Delta Z} \\ & & 1 \end{pmatrix} \quad (6)$$

其中元素可按式 (3) 计算

现把  $\Delta\mathbf{X}_s$  作为具有先验精度信息  $\mathbf{D}_{\Delta X}$  的观测量, 来介绍一种空间网本身的平差方法。

假设, 空间网点三维直角坐标的近似值为  $\mathbf{X}_{S_i}^0$ , 平差值为  $\mathbf{X}_S$ , 则对任一空间向量可写出误差方程:

$$\mathbf{v}_{ij} = \delta\mathbf{X}_{S_j} - \delta\mathbf{X}_{S_i} + \mathbf{l}_{ij} \quad (7)$$

$$\mathbf{l}_{ij} = \mathbf{X}_{S_j}^0 - \mathbf{X}_{S_i}^0 - \Delta\mathbf{X}_{S_{ij}}$$

相应的权阵

$$\mathbf{P}_{\Delta X_{ij}} = \sigma_0^2 \mathbf{D}_{\Delta X_{ij}}^{-1} \quad (8)$$

为了消除自由网的亏秩, 可取任意点  $P_0$  为参考点, 同时假设:

$$\mathbf{X}_{S_0} = \mathbf{X}_{S_0}^0 \quad (9)$$

于是按式 (7) 和 (8) 平差后便得网点坐标的平差值:

$$\mathbf{X}_{S_i} = \mathbf{X}_{S_i}^0 + \delta \mathbf{X}_i \quad (10)$$

其相对参考点的方差与协方差:

$$\mathbf{D}_{X_S} = \sigma_S^2 \mathbf{Q}_{X_S}$$

$\mathbf{Q}_{X_S}$ —相应于式 (7) 和 (8) 的权系数阵

一般来说, 这一方法可适用于任一以三维坐标差为相关观测量的空间网的平差计算。如果进一步考虑到空间网与地面网合并计算的方便, 则在可能情况下应使参考点  $P_0$  与大地原点相重合。

## 二、空间网与地面网的三維联合平差

这里把空间网点坐标的平差值  $\mathbf{X}_S$  作为具有先验方差  $\mathbf{D}_{X_S}$  的观测量, 并取符号:

$\mathbf{X}_0$ —参考点的空间直角坐标向量

$\hat{\mathbf{X}}_0$ —联合平差后参考点的空间直角坐标向量

$\mathbf{X}$ —地面网和空间网单独平差后的空间直角坐标向量

$\hat{\mathbf{X}}$ —联合平差后网点的空间直角坐标向量

$\mathbf{P}_X$ —相对参考点的空间直角坐标权阵

$$\Delta \mathbf{X} = \mathbf{X} - \mathbf{X}_0$$

$$\Delta \hat{\mathbf{X}} = \hat{\mathbf{X}} - \hat{\mathbf{X}}_0$$

$$\delta \hat{\mathbf{X}} = \hat{\mathbf{X}} - \mathbf{X}$$

如果空间网的参考点与地面网的大地原点 (或参考点) 不相重合, 则应取得一致并通过下式将地面网的权阵变换为相应于新的参考点的权阵:

$$\mathbf{P}_{\hat{X}_T}^{-1} = \mathbf{F} \mathbf{Q}_T \mathbf{F}^T = \mathbf{F} \mathbf{P}_T^{-1} \mathbf{F}^T \quad (11)$$

其中下标 “T” 表示与地面网相应之量 (以下同)

$\mathbf{Q}_T, \mathbf{P}_T$ —地面网原空间直角坐标的已知权系数阵和权阵

$$\mathbf{F} = \begin{pmatrix} \mathbf{E} & \dots & \dots & -\mathbf{E} & \dots & \dots & \dots \\ & \mathbf{E} & \dots & -\mathbf{E} & \dots & \dots & \dots \\ & & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ & & & \dots & \mathbf{E} & -\mathbf{E} & \dots \\ & & & \dots & -\mathbf{E} & \mathbf{E} & \dots \\ & & & & \dots & \dots & \dots \\ & & & & & \dots & -\mathbf{E} & \dots & \dots & \mathbf{E} \end{pmatrix}$$

$E$ —单位阵。

若假设，

$$\begin{pmatrix} \hat{\mathbf{X}}_{S_0} \\ \hat{\mathbf{X}}_{T_0} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{X}_{S_0} \\ \mathbf{X}_{T_0} \end{pmatrix} \quad (12)$$

则

$$\begin{pmatrix} \hat{\mathbf{X}}_S \\ \hat{\mathbf{X}}_T \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{X}_{S_0} \\ \mathbf{X}_{T_0} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \Delta \hat{\mathbf{X}}_S \\ \Delta \hat{\mathbf{X}}_T \end{pmatrix} \quad (13)$$

$$\begin{pmatrix} \delta \hat{\mathbf{X}}_S \\ \delta \hat{\mathbf{X}}_T \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \delta \Delta \hat{\mathbf{X}}_S \\ \delta \Delta \hat{\mathbf{X}}_T \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \Delta \hat{\mathbf{X}}_S \\ \Delta \hat{\mathbf{X}}_T \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \Delta \mathbf{X}_S \\ \Delta \mathbf{X}_T \end{pmatrix} \quad (14)$$

由此可写出如下误差方程：

$$\begin{pmatrix} \mathbf{P}_{X_S} \\ \mathbf{P}_{X_T} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{V}_S \\ \mathbf{V}_T \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \delta \hat{\mathbf{X}}_S \\ \delta \hat{\mathbf{X}}_T \end{pmatrix} \quad (15)$$

其中

$$\delta \hat{\mathbf{X}}_S = \delta \hat{\mathbf{X}}_T + \mathbf{G} \delta \hat{\mathbf{Y}} + \mathbf{l} \quad (16)$$

$$\mathbf{l} = \Delta \mathbf{X}_T + \mathbf{G} \mathbf{Y} - \Delta \mathbf{X}_S$$

$\mathbf{G}$ —转换系数阵

$\mathbf{Y}$ —转换参数向量

根据式 (15) 和 (16) 便得两网联合平差的模型：

$$\begin{pmatrix} (\mathbf{P}_{X_T} + \mathbf{P}_{X_S}) & \mathbf{P}_{X_S} \mathbf{G} \\ \mathbf{G}^T \mathbf{P}_{X_S} & \mathbf{G}^T \mathbf{P}_{X_S} \mathbf{G} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \delta \hat{\mathbf{X}}_T \\ \delta \hat{\mathbf{Y}} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \mathbf{P}_{X_S} \mathbf{l} \\ \mathbf{G}^T \mathbf{P}_{X_S} \mathbf{l} \end{pmatrix} = \mathbf{0} \quad (17)$$

对于空间基线向量网来说，参考点坐标的选择具有任意性。在一般情况下，如考虑到式 (9) 和 (12)，即：

$$\hat{\mathbf{X}}_{S_0} = \mathbf{X}_{S_0} = \mathbf{X}_{S_0}^0 \quad (18)$$

则对参考点可得转换关系式<sup>[5]</sup>：

$$\mathbf{X}_{S_0} = \mathbf{X}_{T_0} + \Delta \hat{\mathbf{X}}_0 + \mathbf{R}_0 \hat{\mathbf{W}} \quad (19)$$

其中

$\Delta \hat{\mathbf{X}}_0$ —平移参数的平差值向量

$\hat{\mathbf{W}}$ —旋转参数的平差值向量

$$\mathbf{R}_0 = \begin{pmatrix} 0 & -Z & Y \\ Z & 0 & -X \\ -Y & X & 0 \end{pmatrix}_{T_0}$$

由此

$$\Delta \hat{\mathbf{X}}_0 = d\mathbf{X}_0 - \mathbf{R}_0 \hat{\mathbf{W}} \quad (20)$$

$$d\mathbf{X}_0 = \mathbf{X}_{S_0}^0 - \mathbf{X}_{T_0}$$

这时若考虑到两网的相对尺度因子，则对其余公共网点坐标的转换关系可写出：

$$\hat{\mathbf{X}}_S = \hat{\mathbf{X}}_T + (\mathbf{R} - \mathbf{R}_0) \hat{\mathbf{W}} + \hat{m} \Delta \mathbf{X}_T + d\mathbf{X}_0 \quad (21)$$

或

$$\Delta \hat{\mathbf{X}}_S = \Delta \hat{\mathbf{X}}_T + (\mathbf{R} - \mathbf{R}_0) \hat{\mathbf{W}} + \hat{m} \Delta \mathbf{X}_T \quad (22)$$

其中  $\hat{m}$  为尺度因子的平差值。

在此如果进一步假设：

$$\hat{\mathbf{X}}_{S_0} = \mathbf{X}_{S_0} = \mathbf{X}_{T_0} \quad (23)$$

则可使式 (21) 简化为：

$$\hat{\mathbf{X}}_S = \hat{\mathbf{X}}_T + (\mathbf{R} - \mathbf{R}_0) \hat{\mathbf{W}} + \hat{m} \Delta \mathbf{X}_T \quad (24)$$

应用关系式 (13)，该式亦可改写为式 (22) 的形式。

根据以上的讨论，式 (16) 中的转换参数向量及其系数阵可一般地写为：

$$\mathbf{Y} = [W_x, W_y, W_z, m]^T$$

$$\mathbf{G} = \begin{pmatrix} 0 & -\Delta Z & \Delta Y & \Delta X \\ \Delta Z & 0 & -\Delta X & \Delta Y \\ -\Delta Y & \Delta X & 0 & \Delta Z \end{pmatrix}_T \quad (25)$$

这里应当指出，考虑到 Helmert 关于地面网系统误差的定义，上述系统尺度误差参数  $m$  可定义为<sup>[5]</sup>：

$$m = m_s - m_T \quad (26)$$

其中

$m_s$ —空间网的尺度因子

$m_T$ —地面网的尺度因子

而系统定向误差参数  $\mathbf{W}$  可定义为：

$$\mathbf{W} = \omega - \mathbf{Q} \quad (27)$$

其中

$$\mathbf{Q} = \alpha \begin{pmatrix} \cos B_0 \cos L_0 \\ \cos B_0 \sin L_0 \\ \sin B_0 \end{pmatrix}$$

$\alpha$ —地面网定向的系统误差

$\omega$ —地面网所属坐标系相对空间网所属坐标系之间的定向误差

所以, 根据模型 (17) 通过两网联合平差所确定的尺度因子  $m$ , 是表示地面网相对空间网 (或相反) 的系统尺度误差, 它包含着两网尺度误差的综合影响; 而  $\mathbf{W}$  是表示地面网相对空间网所属坐标系的系统定向误差, 它包含着地面网本身的定向误差和两个坐标系之间相对定向误差的影响。

以上在空间直角坐标系统中的联合平差模型, 可以充分地利用两网所提供的关于点位的信息, 且形式简单。

但是, 由于目前地面网大地高程的精度一般较低, 而且其方差与协方差往往难以可靠地确定, 这样一来, 网的高程误差将会对联合平差的结果产生不可忽视的影响<sup>[3, 6]</sup>。因此, 讨论一下空间基线向量网与地面控制网在二维大地坐标系中的联合平差模型具有重要的现实意义。

### 三、空间网与地面网的二维联合平差

这里, 首先介绍一下在三维大地坐标系中空间网与地面网的联合平差模型。

现取符号:

$\mathbf{B} = (B, L, H)^T$ —任意网点的大地坐标向量

$\mathbf{B}_0 = (B, L, H)_0^T$ —参考点的大地坐标向量

$\Delta \mathbf{B} = \mathbf{B} - \mathbf{B}_0$

$\mathbf{P}_E$ —在大地坐标系中网点相对参考点的权阵

而

$\mathbf{P}_E = \mathbf{K}^{-1} \mathbf{H} \mathbf{P}_X \mathbf{H}^T \mathbf{K}^{-1}$

$$\mathbf{K} = \begin{pmatrix} \frac{1}{M+H} & & \\ & \frac{1}{(N+\bar{N})\cos B} & \\ & & 1 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{H} = \begin{pmatrix} -\sin B \cos L & -\sin B \sin L & \cos B \\ -\sin L & \cos L & 0 \\ \cos B \cos L & \cos B \sin L & \sin B \end{pmatrix}$$

$M$ —椭球子午圈曲率半径

N—椭球卯酉圈曲率半径

如果仍以标“S”和“T”表示相应于空间网和地面网的量，并假设对参考点有：

$$\hat{\mathbf{B}}_{S_0} = \mathbf{B}_{S_0} \quad (28)$$

而与  $\mathbf{B}_{S_0}$  相应的空间直角坐标为  $\mathbf{X}_{S_0}$ ，则在两大地坐标系相应的椭球参数相同的情况下，可写出联合平差的误差方程如下：

$$\begin{pmatrix} \mathbf{P}_{ES} \\ \mathbf{P}_{ET} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{V}_{ES} \\ \mathbf{V}_{ET} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \delta \hat{\mathbf{B}}_S \\ \delta \hat{\mathbf{B}}_T \end{pmatrix} \quad (29)$$

$$\begin{pmatrix} \delta \hat{\mathbf{B}}_S \\ \delta \hat{\mathbf{B}}_T \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \delta(\Delta \hat{\mathbf{B}})_S \\ \delta(\Delta \hat{\mathbf{B}})_T \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \delta(\hat{\mathbf{B}}_S - \mathbf{B}_{S_0}) \\ \delta(\hat{\mathbf{B}}_T - \mathbf{B}_{T_0}) \end{pmatrix}$$

考虑到关系式：

$$\delta \hat{\mathbf{B}}_S = \delta \hat{\mathbf{B}}_T + \mathbf{S} \delta \hat{\mathbf{Y}} + \mathbf{W}_E \quad (30)$$

$$\mathbf{W}_E = \Delta \mathbf{B}_T + \mathbf{S} \mathbf{Y} - \Delta \mathbf{B}_S + (\mathbf{K} \mathbf{H} - \mathbf{K}_0 \mathbf{H}_0) d\mathbf{X}$$

$$d\mathbf{X}_0 = \mathbf{X}_{S_0} - \mathbf{X}_{T_0}$$

$$\mathbf{S} = \mathbf{K} \mathbf{H} \mathbf{G}$$

于是可写出两网联合平差的模型如下：

$$\begin{pmatrix} (\mathbf{P}_{ES} + \mathbf{P}_{ET}) & \mathbf{P}_{ES} \mathbf{S} \\ \mathbf{S}^T \mathbf{P}_{ES} & \mathbf{S}^T \mathbf{P}_{ES} \mathbf{S} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \delta \hat{\mathbf{B}}_T \\ \delta \hat{\mathbf{Y}} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \mathbf{P}_{ES} \mathbf{W}_E \\ \mathbf{S}^T \mathbf{P}_{ES} \mathbf{W}_E \end{pmatrix} = \mathbf{0} \quad (31)$$

如果假设空间网参考点的坐标为：

$$\mathbf{X}_{S_0} = \mathbf{X}_{T_0}, \text{ 即 } \mathbf{B}_{S_0} = \mathbf{B}_{T_0}$$

则式 (30) 中的常数项可简化为：

$$\mathbf{W}_E = \Delta \mathbf{B}_T + \mathbf{S} \mathbf{Y} - \Delta \mathbf{B}_S \quad (32)$$

可见，在三维大地坐标系中适当地选择参考点的坐标，对简化计算工作是很重要的。根据以上的讨论不难理解，模型 (31) 和 (17) 等价。

如果在二维大地坐标系中以  $\mathbf{v}_{ES}$  和  $\mathbf{v}_{ET}$  分别表示两网坐标的改正数向量，则：

$$\begin{pmatrix} \mathbf{v}_{ES} \\ \mathbf{v}_{ET} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{C} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{C} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{V}_{ES} \\ \mathbf{V}_{ET} \end{pmatrix} \quad (33)$$

$$\mathbf{C} = \text{diag}[\dots, \mathbf{c}_i, \dots]$$

$$\mathbf{c}_i = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

由此简单地消去式 (29) 中的高程未知数, 可得在二维大地坐标系中相应的联合平差模型如下:

$$\begin{pmatrix} (\mathbf{p}_{ES} + \mathbf{p}_{ET}) & \mathbf{p}_{ES} \mathbf{s} \\ \mathbf{s}^T \mathbf{p}_{ES} & \mathbf{s}^T \mathbf{p}_{ES} \mathbf{s} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \delta \hat{\mathbf{b}}_T \\ \delta \hat{\mathbf{Y}} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \mathbf{p}_{ES} \mathbf{w}_E \\ \mathbf{s}^T \mathbf{p}_{ES} \mathbf{w}_E \end{pmatrix} = 0 \quad (34)$$

其中

$$\mathbf{p}_E = \mathbf{C} \mathbf{P}_E \mathbf{C}^T$$

$$\delta \hat{\mathbf{b}}_T = \mathbf{C} \delta \hat{\mathbf{B}}_T$$

$$\mathbf{s} = \mathbf{C} \mathbf{S}$$

$$\mathbf{w}_E = \mathbf{C} \mathbf{W}_E$$

上述二维联合平差模型, 一方面可以避免大地高程精度的不可靠性对平差结果的影响, 另一方面也可避免由于引入地面网尺度因子的模型误差对平差结果产生的影响<sup>[5]</sup>。因此, GPS 空间基线向量网与地面控制网在二维大地坐标系中进行联合平差具有重要的现实意义。

另外, 利用在二维联合平差中所求得的转换参数  $\hat{\mathbf{Y}}$ , 将空间网大地高程的平差值转换到地面网所属的坐标系 (或相反), 这些数据对于分析和检核地面网大地高程的精度和研究大地水准面的形状是极其重要的。

顺便指出, 以上简单消去高程改正数的方法 (几何法), 其缺点是损失了空间网所提供的高程信息。为此可采用在理论上较为严密的代数消去法, 即首先用约化法消去空间网的高程改正数。对此可参见文献 [3, 4]。

### 参 考 文 献

- [1] W. Lindstrot, Ergebnisse von Macrometermessungen in Nordrhein-Westfalen und Vergleiche mit anderen Verfahren, Forum, 1984.
- [2] P. Schwintzer, Ch. Reigber, R. Strauß, Macrometerbeobachtungen in Deutschen Hauptdreiecksnetz, DGK, Reihe B., Heft Nr. 273, 1985.
- [3] H. Wolf, Das Lage—und Höhenproblem in großen geodätischen Netzen bei Einbeziehung von Satellitendopplermessungen, ZfV, Heft 5, 1985.
- [4] K. Swiatek, Anwendung von Doppler—Satellitenmessungen zur Genauigkeitsverbesserung geodätischer Netze, ZfV, Heft 2, 1984.



- [ 5 ] 周忠谟, 地面网与卫星网之间转换的数学模型, 测绘出版社, 1984.
- [ 6 ] 周忠谟、时京、刘乃苓, 大地高程误差对卫星网与地面网联合平差的影响, 武汉测绘学院学报, No. 1, 1985.
- [ 7 ] 周忠谟、晁定波, 地面网与卫星网联合平差的数学模型, 武汉测绘学院学报, No. 4, 1985.

## The Combined Adjustment Model for GPS Space Baseline Vector Network and Terrestrial Control Network

*Zhou Zhongmo      Chao Dingbo*

### Abstract

It is of extensive significance to establish a GPS space baseline vector network for the improvement of an existing terrestrial network, the analysis of systematic errors of the network and the monitoring of geodynamics. In this paper, the methods and models for threedimensional combined adjustment of the space baseline vector network and the terrestrial control network are discussed in great detail along with those for the twodimensional combined adjustment.

It has been pointed out that the combined adjustment method for the two networks in twodimensional geodetic coordinate system is of practical importance in order to avoid the effects on the results of threedimensional combined adjustment resulting from the errors of heights of the terrestrial network and the model errors due to the introduction of scale factor to the network.

**[Key words]** GPS; terrestrial network; space baseline vector network; combined adjustment