

模糊综合评判及地形图质量的评定

胡 继 才

摘 要

本文根据模糊综合评判的原理,提出了用多级综合评判的数学模型研究地形图质量的评定问题,根据国家用图的不同需要,提出了三种具体的数学模型,并通过实例对这三种模型的实用性和有效性进行了比较,指出模型(3)是地形图质量评判的基本模型。

【关键词】 地形图;质量评定;模糊综合评判;数学模型

一、单因素的模糊评判

假设现对一幅地形原图的质量进行评判。请了一批专家(或成图验收人员)用打分的方法进行评定,若规定评价的等级集合(或评价集)为

$$V = \{ \text{好, 较好, 一般, 较差} \} .$$

规定每个人可在集合 V 中选定一个等级(或用打分的方法进行折合),综合所有人的评判结果为:

20%的人认为“好”,45%的人认为“较好”,25%的人认为“一般”,10%的人认为“较差”。

于是,这一评判结果为 V 上的一个模糊子集:

$$B = \frac{0.2}{\text{好}} + \frac{0.45}{\text{较好}} + \frac{0.25}{\text{一般}} + \frac{0.1}{\text{较差}} ,$$

即

$$B = (0.2, 0.45, 0.25, 0.1) .$$

由评判集上的模糊子集可知,认为该图属于较好等级的人最多,占45%,根据最大隶属原则判断,故评定该幅地形原图的质量属于“较好”。

这种单一评判工作比较简单而且粗糙,因为每个人考虑问题的侧重点不同,对问题的看法也不一样,很可能导致不同的结果。

本文1985年12月收到。

现在进一步考虑对地形图数学精度的评判。影响数学精度的因素有：控制点的平面位置精度，控制点的高程精度，地理精度和地貌精度等。

现在分别对上述各因素进行评判：

对控制点平面位置精度的评判结果为：

$$R_1 = (0.6, 0.3, 0.1, 0);$$

对控制点高程精度的评判结果为：

$$R_2 = (0.3, 0.5, 0.1, 0.1);$$

对地物精度的评判结果为：

$$R_3 = (0.5, 0.3, 0.2, 0);$$

对地貌精度的评判结果为：

$$R_4 = (0.3, 0.4, 0.2, 0.1).$$

由上述各单因素评判子集（向量）所构成的矩阵为：

$$\tilde{R} = \begin{pmatrix} 0.6 & 0.3 & 0.1 & 0 \\ 0.3 & 0.5 & 0.1 & 0.1 \\ 0.5 & 0.3 & 0.2 & 0 \\ 0.3 & 0.4 & 0.2 & 0.1 \end{pmatrix}, \quad (1)$$

则称 \tilde{R} 为对地形图数学精度的单因素评判矩阵。

二、数学模型

设因素集 $U = \{u_1, u_2, \dots, u_n\}$ ，其中 u_i ($i = 1, 2, \dots, n$)为影响地形图质量的

因素。

评价集 $V = \{v_1, v_2, \dots, v_m\}$ ，其中 v_j ($j = 1, 2, \dots, m$)为评判结果。

它们都是给定的有限论域。

单因素评判矩阵为 \tilde{R} 。

对于有限论域 U 上的每个因素 u_i ，都有一个单因素评判：

$$R_i = (r_{i1}, r_{i2}, \dots, r_{im}),$$

其中 $i = 1, 2, \dots, n$ ， \tilde{R}_i 是 V 上的一个模糊子集。则单因素评判矩阵为：

$$\tilde{R} = \begin{pmatrix} r_{11} & r_{12} & \dots & r_{1m} \\ r_{21} & r_{22} & \dots & r_{2m} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ r_{n1} & r_{n2} & \dots & r_{nm} \end{pmatrix}, \quad (2)$$

其中 $r_{ij} = \mu_{\tilde{R}}(u_i, v_j)$ ($0 \leq r_{ij} \leq 1$)表示第 i 个因素的评价对于第 j 个等级的隶属度，则评价矩阵 \tilde{R} 就是因素论域 U 和评价论域 V 之间的模糊关系，从而，矩阵 \tilde{R} 确定了从 U 到 V 的一个模糊变换，即

$$A \circ \tilde{R} = B,$$

或

$$(a_1, a_2, \dots, a_n) \begin{pmatrix} r_{11} & r_{12} & \dots & r_{1m} \\ r_{21} & r_{22} & \dots & r_{2m} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ r_{n1} & r_{n2} & \dots & r_{nm} \end{pmatrix} = (b_1, b_2, \dots, b_m).$$

模糊变换 \tilde{R} 把 U 上的模糊子集 \tilde{A} 变到 V 上的一个模糊子集 \tilde{B} , 则 \tilde{B} 就是对评判对象所作的一个模糊综合评判, (U, V, \tilde{R}) 就是模糊综合评判的数学模型, 记为 $M(\overset{\cdot}{*}, \overset{+}{*})$, \tilde{B} 中的各元素可通过广义模糊运算而得:

$$b_j = (a_1 \overset{\cdot}{*} r_{1j}) \overset{+}{*} (a_2 \overset{\cdot}{*} r_{2j}) \overset{+}{*} \dots \overset{+}{*} (a_n \overset{\cdot}{*} r_{nj}), \quad (3)$$

$$j = 1, 2, \dots, m.$$

本文中采用的几种具体数学模型为:

模型1 $M(\wedge, \vee)$, 即用 \wedge 代替 $\overset{\cdot}{*}$, 用 \vee 代替 $\overset{+}{*}$, 于是

$$b_j = \bigvee_{i=1}^n (a_i \wedge r_{ij}), \quad (4)$$

其中 \vee 和 \wedge 分别为取大 (\max) 和取小 (\min) 运算, 即

$$b_j = \max\{\min(a_1, r_{1j}), \min(a_2, r_{2j}), \dots, \min(a_n, r_{nj})\}. \quad (5)$$

在这种模型中, 单因素 u_i 的评价对等级 v_j 的隶属度 r_{ij} 为:

$$r_{ij}^{\overset{\cdot}{*}} = a_i \overset{\cdot}{*} r_{ij} = a_i \wedge r_{ij} = \min(a_i, r_{ij}). \quad (6)$$

由上面取大取小运算的结果可知, 在决定 b_j 时, 对每个等级 v_j 而言, 只考虑了 $r_{ij}^{\overset{\cdot}{*}}$ 中最大的那个起主要作用的因素, 而忽视了其它小因素的影响, 故这种模型是一种“主要因素决定型”的综合评判。而测量中, 特别是在评定测量成果时, 应同时考虑诸因素的综合影响, 在权重分配较均匀的情况下, 这种模型可能失效。

模型2 $M(\cdot, \vee)$, 即用“ \cdot ”代替“ $\overset{\cdot}{*}$ ”, 用“ \vee ”代替“ $\overset{+}{*}$ ”, 于是

$$b_j = \bigvee_{i=1}^n a_i r_{ij}, \quad (7)$$

其中, “ \cdot ”为普通乘法运算, “ \vee ”为取大运算, 即

$$b_j = \max\{a_1 r_{1j}, a_2 r_{2j}, \dots, a_n r_{nj}\}. \quad (8)$$

这种模型与模型1比较接近, 也是属于“主要因素决定型”的综合评判, 其评判结果比 $M(\vee, \wedge)$ 要“细腻”, 当模型 $M(\vee, \wedge)$ 失效需要加细时, 可用此模型。

模型3 $M(\cdot, \oplus)$, 即“ \cdot ”代替“ $\overset{\cdot}{*}$ ”, 用“ \oplus ” (有界算子) 代替“ $\overset{+}{*}$ ”, 于是

$$b_j = \bigoplus_{i=1}^n a_i r_{ij}, \quad (9)$$

其中, $\alpha \oplus \beta = \min(1, \alpha + \beta)$ 为上界1求和, $\bigoplus_{i=1}^m$ 为对 m 个数在 \oplus 运算下求和, 即:

$$b_j = \min\{1, \sum_{i=1}^n a_i r_{ij}\}. \quad (10)$$

此模型是在模型 $M(\cdot, \vee)$ 的基础上改进而成的, 此模型中在求 b_j 时, 是用对修正

后的 $r_{ij}^* = a_i r_{ij}$ 取和来代替模型 $M(\cdot, \vee)$ 中对 r_{ij}^* 取大, 这种模型的重要特点在于:

1. 在决定各因素的评价对等级 v_j 的隶属度 b_j 时, 考虑了所有因素 u_i ($i = 1, 2, \dots, n$) 的影响, 而不是只考虑对 b_j 影响最大的因素。
2. 由于同时考虑到所有因素的影响, 因此 a_i 的大小具有刻划各因素 u_i 重要性的权系数的意义, 此时, 要求 a_i 满足关系式 $\sum_{i=1}^m a_i = 1$, 从而: $\tilde{A} = (a_1, a_2, \dots, a_m)$ 也具有权向量的意义。

这种模型称为“加权平均型”的综合评判, 因此对于地形原图成图质量的评定, 一般采用这种模型来进行综合评判, 因为这种方法考虑到了影响测量成果的各种因素, 它符合实际情况。

应该指出, 由于 $\sum_{i=1}^m a_i r_{ij} \leq 1$, 运算“ \oplus ”实际上蜕化为一般的实数加法, 于是模型 3 又可写成如下形式:

$M(\cdot, +)$, 即用“ \cdot ”代替“ $*$ ”, 用“ $+$ ”代替“ \vee ”, 于是:

$$b_j = \sum_{i=1}^m a_i r_{ij}, \quad (11)$$

其中, 权系数和为

$$\sum_{i=1}^m a_i = 1.$$

总之, 由模型 3 所确定的综合评判, 是评定测量成果好坏的一种较为有效的方法, 而模糊变换 \tilde{R} (单因素评判矩阵), 可以看作是从 U 到 V 的一个模糊变换器, 每输入一个权向量 \tilde{A} , 就可得到一个相应的综合评判 B , 于是该模型的综合评判可用如图 1 的框图表示判断过程。

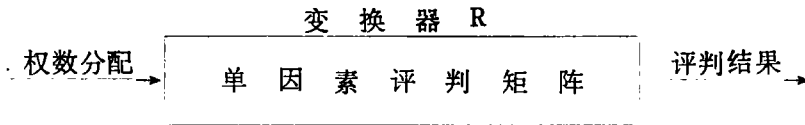


图 1

三、地形图数学精度的模糊综合评判

为对地形图数学精度进行模糊综合评判, 我们先取因素集和评价集如下:

设因素论域为:

$$U = \{ \text{控制点平面位置精度}(u_1), \text{控制点高程精度}(u_2), \text{地物精度}(u_3), \text{地貌精度}(u_4) \};$$

评价论域为:

$$V = \{ \text{好}(v_1), \text{较好}(v_2), \text{一般}(v_3), \text{较差}(v_4) \}.$$

现请专家（或专门验收人员）分别对上面四个因素进行评判，得到单因素评判矩阵：

$$R = \begin{pmatrix} 0.6 & 0.3 & 0.1 & 0 \\ 0.3 & 0.5 & 0.1 & 0.1 \\ 0.5 & 0.3 & 0.2 & 0 \\ 0.3 & 0.4 & 0.2 & 0.1 \end{pmatrix}$$

1. 如果考虑城市建筑和冶金工业的用图需要，它们对控制点平面位置的精度较为侧重，于是提出权重分配如下：

因素	u_1	u_2	u_3	u_4
权重	0.5	0.3	0.1	0.1

即 $A = (0.5, 0.3, 0.1, 0.1)$.

用模型 3 进行综合评判：

$$B = A \circ R = (0.5, 0.3, 0.1, 0.1) \begin{pmatrix} 0.6 & 0.3 & 0.1 & 0 \\ 0.3 & 0.5 & 0.1 & 0.1 \\ 0.5 & 0.3 & 0.2 & 0 \\ 0.3 & 0.4 & 0.2 & 0.1 \end{pmatrix}$$

由公式 (11) 式有：

$$b_1 = 0.5 \times 0.6 + 0.3 \times 0.3 + 0.1 \times 0.5 + 0.1 \times 0.3 = 0.47,$$

$$b_2 = 0.5 \times 0.3 + 0.3 \times 0.5 + 0.1 \times 0.3 + 0.1 \times 0.4 = 0.37,$$

$$b_3 = 0.5 \times 0.1 + 0.3 \times 0.1 + 0.1 \times 0.2 + 0.1 \times 0.2 = 0.12,$$

$$b_4 = 0.5 \times 0 + 0.3 \times 0.1 + 0.1 \times 0 + 0.1 \times 0.1 = 0.04,$$

则评判结果为：

$$B = (0.47 \quad 0.37 \quad 0.12 \quad 0.04) .$$

这就是说，专家们对该地形图数学精度的质量评价，如果把上述四个因素综合起来考虑，“好”所占的比重最大，根据最大隶属原则判断，故可以认为此图的数学精度的总的评价为“好”。

如果用模型 1 进行评判，由公式 (4) 有：

$$b_1 = (0.5 \wedge 0.6) \vee (0.3 \wedge 0.3) \vee (0.1 \wedge 0.5) \vee (0.1 \wedge 0.3) \\ = 0.5 \vee 0.3 \vee 0.1 \vee 0.1 = 0.5,$$

$$b_2 = (0.5 \wedge 0.3) \vee (0.3 \wedge 0.5) \vee (0.1 \wedge 0.3) \vee (0.1 \wedge 0.4) \\ = 0.3 \vee 0.3 \vee 0.1 \vee 0.1 = 0.3,$$

$$b_3 = (0.5 \wedge 0.1) \vee (0.3 \wedge 0.1) \vee (0.1 \wedge 0.2) \vee (0.1 \wedge 0.2) \\ = 0.1 \vee 0.1 \vee 0.1 \vee 0.1 = 0.1,$$

$$b_4 = (0.5 \wedge 0) \vee (0.3 \wedge 0.1) \vee (0.1 \wedge 0) \vee (0.1 \wedge 0.1) \\ = 0 \vee 0.1 \vee 0 \vee 0.1 = 0.1,$$

则评判结果为：

$$B = (0.5, 0.3, 0.1, 0.1) .$$

这两种模型评判的总的结论是一致的，但模型 1 不如模型 3 细腻。

2. 如果考虑水利、电力建设的用图需要，它们对控制点的高程精度较为侧重，提出权重分配如下：

因素	u_1	u_2	u_3	u_4
权重	0.2	0.5	0.1	0.2

即 $A = (0.2 \ 0.5 \ 0.1 \ 0.2) .$

用模型 3 进行综合评判，有：

$$B = A \circ R = (0.2, 0.5, 0.1, 0.2) \begin{pmatrix} 0.6 & 0.3 & 0.1 & 0 \\ 0.3 & 0.5 & 0.1 & 0.1 \\ 0.5 & 0.3 & 0.2 & 0 \\ 0.3 & 0.4 & 0.2 & 0.1 \end{pmatrix} ,$$

由公式 (11) 有：

$$b_1 = 0.38,$$

$$b_2 = 0.42,$$

$$b_3 = 0.13,$$

$$b_4 = 0.07,$$

则评判结果为：

$$B = (0.38, 0.42, 0.13, 0.07) .$$

用模型 1 进行综合评判，由公式 (4) 得：

$$b_1 = 0.3, \ b_2 = 0.5, \ b_3 = 0.2, \ b_4 = 0.1$$

其评判结果为： $B = (0.3, 0.5, 0.2, 0.1) .$

此时的评判结果是“较好”，即该图用于水利电力建设上数学精度属于“较好”。

3. 如果考虑国家基本用图的需要，此时对各因素都需要重视，于是提出权重分配为：

$$A = (0.3, 0.3, 0.2, 0.2) .$$

由模型 3 进行综合评判，其结果为：

$$B = (0.43, 0.38, 0.14, 0.05) . \tag{12}$$

由模型 1 进行评判，其结果为：

$$b_1 = 0.3, \ b_2 = 0.3, \ b_3 = 0.2, \ b_4 = 0.1,$$

即 $B = (0.3, 0.3, 0.2, 0.1) . \tag{12'}$

此时，模型 1 失效，改用模型 2，由公式 (8) 有：

$$b_1 = (0.3 \times 0.6) \vee (0.3 \times 0.3) \vee (0.2 \times 0.5) \vee (0.2 \times 0.3) \\ = 0.18 \vee 0.09 \vee 0.10 \vee 0.06 = 0.18,$$

$$b_2 = (0.3 \times 0.3) \vee (0.3 \times 0.5) \vee (0.2 \times 0.3) \vee (0.2 \times 0.4) \\ = 0.09 \vee 0.15 \vee 0.06 \vee 0.08 = 0.15,$$

$$b_3 = (0.3 \times 0.1) \vee (0.3 \times 0.1) \vee (0.2 \times 0.2) \vee (0.2 \times 0.2)$$

$$= 0.03 \vee 0.03 \vee 0.04 \vee 0.04 = 0.04,$$

$$b_4 = (0.3 \times 0) \vee (0.3 \times 0.1) \vee (0.2 \times 0) \vee (0.2 \times 0.1)$$

$$= 0 \vee 0.03 \vee 0 \vee 0.02 = 0.03,$$

评判结果为 $B = (0.18, 0.15, 0.04, 0.03)$ 。

可以看出，模型 2 的评判结果和模型 3 是一致的，即该图的数学精度作为国家基本用图是“好”的。应该指出，在因素较多，权重分配又较均匀的情况下，模型 1 常常会失效，因此模型 3 比模型 1 更具有实用价值。

四、地形图地理精度的综合评判

设因素论域为：

$U = \{ \text{地物地貌的综合取舍的合理度}(u_1), \text{地物地貌的相互配置的合理度(套合精度)}(u_2), \text{物理地貌的地理精度}(u_3), \text{地理名称的调查、译名、注记的正确性}(u_4) \}$ ；
评价论域为：

$$V = \{ \text{好}(v_1), \text{较好}(v_2), \text{一般}(v_3), \text{较差}(v_4) \}$$
；

经过专家评判，得单因素评判矩阵为：

$$R = \begin{pmatrix} 0.5 & 0.3 & 0.2 & 0 \\ 0.3 & 0.5 & 0.1 & 0.1 \\ 0.4 & 0.4 & 0.2 & 0 \\ 0.6 & 0.4 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

由于国家基本用图与经济建设中对各因素的重视程度基本一致，故提出权重分配为：

因素	u_1	u_2	u_3	u_4
权重	0.2	0.2	0.3	0.3

用模型 3 进行综合评判：

$$B = A \circ R = (0.2, 0.2, 0.3, 0.3) \begin{pmatrix} 0.5 & 0.3 & 0.2 & 0 \\ 0.3 & 0.5 & 0.1 & 0.1 \\ 0.4 & 0.4 & 0.2 & 0 \\ 0.6 & 0.4 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

由公式 (11) 有：

$$b_1 = 0.46,$$

$$b_2 = 0.40,$$

$$b_3 = 0.12,$$

$$b_4 = 0.02,$$

则评判结果为：

$$B = (0.46, 0.4, 0.12, 0.02). \quad (13)$$

用模型 1 评判结果为：

$$B = (0.3, 0.3, 0.2, 0.1) . \quad (13')$$

此时模型 1 失效，故改用模型 2 进行综合评判（过程从略），其结果与模型 3 一致，故地形图的地理精度属于“好”。

五、地形图整饰精度的模糊综合评判

设因素集为：

$U = \{\text{线条色调的一致性（影象的一致性）}(u_1), \text{线划的均匀度}(u_2), \text{符号的规格质量}(u_3), \text{注记清楚}(u_4)\}$ ，

评价集为：

$$V = \{\text{好}(v_1), \text{较好}(v_2), \text{一般}(v_3), \text{较差}(v_4)\}$$
，

经过评判，得单因素评判矩阵为：

$$R = \begin{pmatrix} 0.5 & 0.3 & 0.2 & 0 \\ 0.4 & 0.4 & 0.1 & 0.1 \\ 0.5 & 0.3 & 0.1 & 0.1 \\ 0.5 & 0.3 & 0.1 & 0.1 \end{pmatrix} .$$

由国家基本用图的需要，提出对因素的权重分配，得权向量，

$$A = (0.3, 0.2, 0.2, 0.3) ,$$

用模型 3 进行综合评判的结果为：

$$B = (0.44, 0.36, 0.13, 0.07) , \quad (14)$$

用模型 1 评判的结果为：

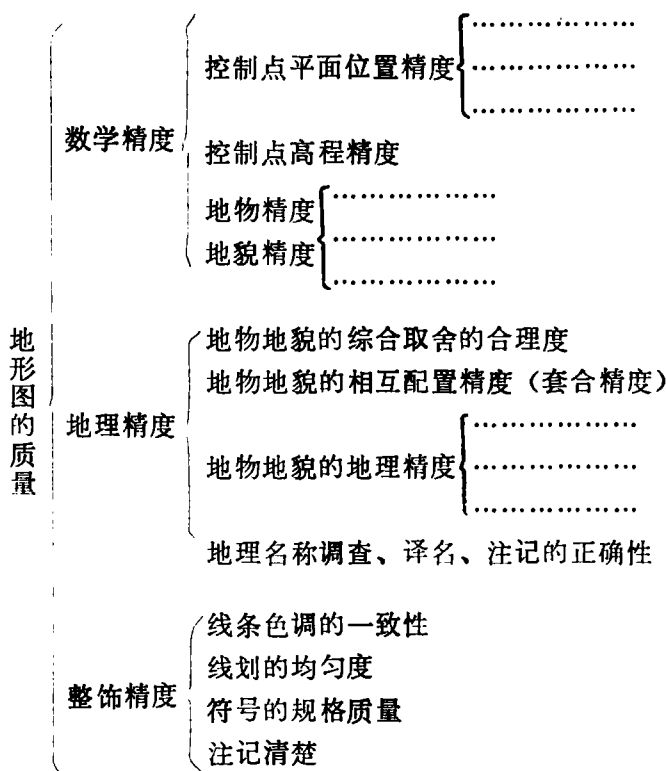
$$B = (0.3, 0.3, 0.2, 0.1) . \quad (14')$$

模型 1 评判失效，用模型 2 评判（过程从略），其结果与模型 3 的评判结果一致。

六、多层次（或多级）的综合评判模型 及地形图质量的模糊综合评判

在测量实践中，对测量成果质量的评定，需要考虑的因素是很多的，在用模型 3 进行综合评定时，对各因素的权重分配必然很细，又由于各因素权重的和为 1，即 $\sum_{i=1}^m a_i = 1$ ，因此，各因素所分配到的权重 a_i 也势必很小，最后计算的综合评判值 b_j 也一定很小，特别是因素越多时，这一矛盾显得尤其突出，为克服这一矛盾，我们可以把需要考虑的因素集合按一定的属性分成若干类，再对每一类进行综合评判，最后对评判结果进行各类因素之间更高一级（或层次）的综合评判，这样可建立多层次（或多级别）的模糊综合评判模型。

前面我们讨论了对地形图的数学精度，地理精度等方面的综合评判，现在我们考虑对整个地形图质量的综合评判问题。为此，我们先将所有影响成图质量的因素分成三大类，即地形图的数学精度，地理精度和整饰精度，而每一类因素又是低一级（或层次）的某些因素综合评判的结果，如数学精度的评判又可由控制点的平面位置精度、控制点高程精度、地物精度和地貌精度等因素的综合评判而定，其它两类因素也可由各自低一级的某些因素而来确定，即：



依次类推，由于某个低级层次的因素，又可由更低一级层次的其他一些因素综合评定，如控制点（平面和高程）精度又可由外业控制点精度和内业定向点精度等因素综合评定，而外业控制点精度又由测角精度、测距精度、平差计算精度和刺点精度等因素综合评定。

又如地物、地貌的地理精度又可由地物、地貌的特征，地物地貌符号运用的正确性及地物地貌的判读性能等因素综合评定。

总之，只要我们按部就班地进行上述工作，就可建立理想的多层次（或多级别）的模糊综合评判的数学模型。一般，一个多层次（或多级别）的综合评判可按下述步骤进行：

第一步，将给定的因素集 U 作划分 M （即将 U 按属性分类）。

若 M 将 U 分成 n 个子集，且

$$\sum_{i=1}^n u_i = U, \quad u_i \cap u_j = \Phi, \quad i \neq j.$$

则称 M 为 U 的一个划分， U 在划分 M 下所得到的集合记为

$$U/M = \{u_1, u_2, \dots, u_n\}$$

而 u_i 又含有 k_i 个因素, 即

$$u_i = \{u_{i1}, u_{i2}, \dots, u_{ik_i}\}, \quad i = 1, 2, \dots, n,$$

故 U 共有 $\sum_{i=1}^n k_i$ 个因素。

第二步, 对每个 u_i 的 k_i 个因素, 按前面提出的模型 3 (或模型 1) 作综合评判, 有

$$A_i \circ R_i = B_i = \{b_{i1}, b_{i2}, \dots, b_{im}\} \quad i = 1, 2, \dots, n.$$

其中 R_i 为 u_i 的总的评判矩阵, A_i 为 u_i 的各因素权重分配。

第三步, 以第二步所得到的对每类因素所作的综合评判结果 B_i 为行向量作矩阵 R ,

$$R = \begin{pmatrix} B_1 \\ B_2 \\ \vdots \\ B_n \end{pmatrix}$$

则 R 为总的评判矩阵, 设 U/M 的权重分配为 A , 则可得到 U/M 的综合评判结果为

$$B = A \circ R,$$

即

$$B = A \circ R = A \circ \begin{pmatrix} A_1 \circ R_1 \\ A_2 \circ R_2 \\ \vdots \\ A_n \circ R_n \end{pmatrix},$$

这就是二级综合评判, 依此类推可得到三级以至更多级综合评判。多级 (或多层次) 模糊综合评判的框图如图 2 所示。

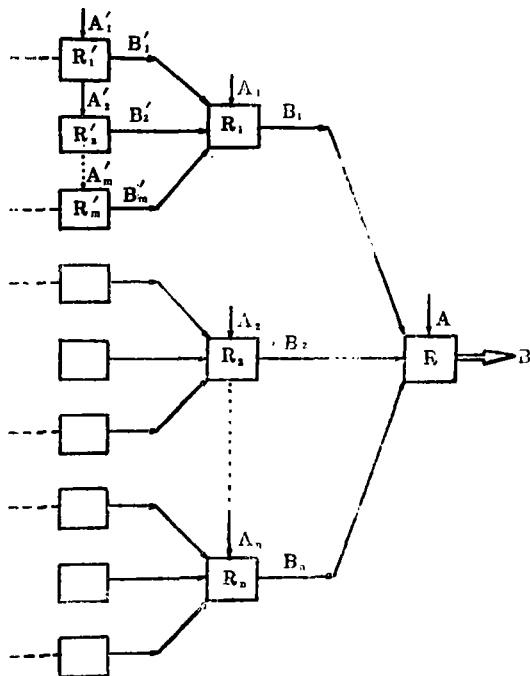


图 2

七、地形图质量的模糊综合评判问题

由上可知, 地形图质量的综合评判问题是一个多级的模糊综合评判, 现在只讨论它的二级模糊评判问题。

设地形图质量评判的最高级因素论域为:

$$U = \{\text{数学精度}(u_1), \text{地理精度}(u_2), \text{整饰精度}(u_3)\}$$

评价论域为:

$$V = \{\text{好}(v_1), \text{较好}(v_2), \text{一般}(v_3), \text{较差}(v_4)\}.$$

由三、四、五可知, 根据模型 3 对各因素 u_1 、 u_2 和 u_3 所作的低一级综合评判结果由 (12)、(13) 和 (14) 式给定, 于是得到评判矩阵为:

$$R = \begin{pmatrix} 0.43 & 0.38 & 0.14 & 0.05 \\ 0.46 & 0.40 & 0.12 & 0.02 \\ 0.44 & 0.36 & 0.13 & 0.07 \end{pmatrix}.$$

根据国家基本用图的需要, 提出权重分配为:

因素	u_1	u_2	u_3
权重	0.4	0.4	0.2

即 $A = (0.4, 0.4, 0.2)$.

由模型 3 进行综合评判, 有:

$$B = A \circ R = (0.4, 0.4, 0.2) \begin{pmatrix} 0.43 & 0.38 & 0.14 & 0.05 \\ 0.46 & 0.40 & 0.12 & 0.02 \\ 0.44 & 0.36 & 0.13 & 0.07 \end{pmatrix},$$

$$b_1 = 0.45,$$

$$b_2 = 0.38,$$

$$b_3 = 0.13,$$

$$b_4 = 0.04,$$

则评判结果为:

$$B = (0.45, 0.38, 0.13, 0.04).$$

根据最大隶属原则判断, 该地形图的质量为“好”, 因此, 它适用于国家基本用图。

如果改用模型 1 对因素 u_1 , u_2 和 u_3 作低一级的综合评判, 其评判结果由 (12'), (13') 和 (14') 式给定, 则评判矩阵为:

$$\tilde{R} = \begin{pmatrix} 0.3 & 0.3 & 0.2 & 0.1 \\ 0.3 & 0.3 & 0.2 & 0.1 \\ 0.3 & 0.3 & 0.2 & 0.1 \end{pmatrix}.$$

在同样的权重分配下, 地形图质量的综合评判为

$$B = A \circ R = (0.4, 0.4, 0.2) \begin{pmatrix} 0.3 & 0.3 & 0.2 & 0.1 \\ 0.3 & 0.3 & 0.2 & 0.1 \\ 0.3 & 0.3 & 0.2 & 0.1 \end{pmatrix},$$

评判结果为:

$$b_1 = 0.3,$$

$$b_2 = 0.3,$$

$$b_3 = 0.2,$$

$$b_4 = 0.1,$$

即 $B = (0.3, 0.3, 0.2, 0.1)$ 。

此时评判失效, 故测量成果的质量评定一般用模型 3 进行模糊综合评判。

最后应该指出, 由于影响地形图质量的因素很多, 本文中考虑的因素可能不够全面, 甚至可能忽视一些重要因素, 但这并不妨碍模糊综合评判方法在测量上的应用。人们考虑问题的角度不同, 因而对因素的分类也可能各有所异。另外, 在考虑地形图质量时, 由于作业

程序的相互关联性以及由于各种用图的需要不同, 因此对各因素影响成图质量的重视程度也可能有所不同, 在综合评判时, 究竟采用哪种模型也不能一概而论。一般, 如果要强调或突出主要因素的决定作用, 用模型 1 和 2 较为适合, 如果要考虑诸因素的综合影响, 用模型 3 当然要好一些。

参 考 文 献

- [1] 汪培庄, 模糊集合论及其应用, 上海科学技术出版社, 1983.
- [2] 陈永义、刘云丰、汪培庄, 综合评判的数学模型, 模糊数学, 1, 1983.
- [3] 王光远, 论综合评判几种数学模型的实质及应用, 模糊数学, 4, 1984.

Fuzzy Comprehensive Evaluation and Qualitative Assessment of a Topographic Map

Hu Jicai

Abstract

Based on the principle of fuzzy comprehensive evaluation, this paper suggests that the qualitative assessment of a topographic map be investigated by means of mathematical models of multiple comprehensive evaluation. It points out that among many factors affecting the quality of topographic maps, the decisive ones are mathematical accuracy, geographic accuracy and accuracy of trim and decoration, which are determined respectively by a series of inferior factors. Therefore the qualitative evaluation of a topographic map is a problem of multiple comprehensive one.

As for the first or superior evaluation, the author presents three concrete mathematical models, the operators used in the operation are respectively as follows,

$$(1) \quad M(\wedge, \vee): \quad b_j = \bigvee_{i=1}^m (a_i \wedge r_{ij})$$

$$(2) \quad M(\cdot, \vee): \quad b_j = \bigvee_{i=1}^m (a_i \cdot r_{ij})$$

$$(3) \quad M(\cdot, +): \quad b_j = \sum_{i=1}^m a_i \cdot r_{ij}$$

No matter what level of evaluation of topographic maps made, the effects of all factors concerned on the quality of a topographic map should be taken into consideration. Comparing the practicality and efficiency of the three models through the country's need to use maps, the practical examples according to paper points out that Model (3) is the basic one for qualitative evaluation of topographic maps.

【Key words】 topographic map, qualitative assessment, fuzzy comprehensive evaluation, mathematical model