

独立模型法区域网平差 FORTRAN程序系统

唐炳燮

(国家地震局地震研究所)

摘 要

微机的发展与普及,为航测内业加密作业提供了价格低廉的先进电算手段。本文设计的“独立模型法区域网平差 FORTRAN 语言程序”已在 68000、VICTOR 9000、PDP-11/23、Z-80D 系统、VAX-750 等新型电子计算机上实现。

程序设计中充分利用了航摄仪中心投影的内在几何关系及数据间多余观测值的校核,增强了对原始数据的找错能力;根据立体模型坐标变换的基本理论,“程序”中摄测坐标系的变换、航线的拼接与单元模型坐标变换的误差方程式,都使用了统一的公式;根据独立模型法区域网平差的基本理论,以及大法方程式解算中带状稀疏对称正定矩阵的特点与 FORTRAN 语言的优点,因而减少了“程序”的行数、缩短了电算时间与减少反复平差迭代的次数;整个程序分六个程序段执行,可在小容量的微型机上增大平差区域的单元模型数。

一、引 言

FORTRAN 语言是目前国际上广泛流行的一种适用于科学计算的高级语言,它具有标准化程度高、便于程序交换、较易优先、执行效率高等优点。新型电子计算机都配有 FORTRAN 语言系统软件。为了航测电算加密能在技术性能较为优越的现代微型机上进行,有必要用 FORTRAN 语言编写空中三角测量加密的电算程序。本程序系统就是在此情况下产生的。

二、减少内存容量的措施

1、平面与高程分求

与常规方法相一致,从略。

2、消去公共连接点坐标真值

如图所示。逐点、逐模型地列出误差方程式,当纵向和横向重叠都为 60% 时,一个公共连接点最多

P_1	P_4	P_7
P_2	P_5, A_i	P_8
P_3	P_6	P_9

可被九个模型所包含。消去测点坐标最或然值的等效误差方程式为：

$$\begin{cases} (1-s)A_{i1}t_1 - sA_{i2}t_2 - \dots - sA_{ik}t_k + spX_{Ei} = V_{i,1} \\ -sA_{i1}t_1 + (1-s)A_{i2}t_2 - \dots - sA_{ik}t_k + spX_{Ei} = V_{i,2} \\ \dots \\ -sA_{i1}t_1 - sA_{i2}t_2 - \dots + (1-s)A_{ik}t_k + spX_{Ei} = V_{i,k} \\ -sA_{i1}t_1 - sA_{i2}t_2 - \dots - sA_{ik}t_k - (1-sP)X_{Ei} = V_{i,k+1} \end{cases} \quad (1)$$

式中 $s = 1/(k+p)$ ；

P 为权系数；

K 为公共连接点所在模型数；

$t_i = [b \ a \ X_0 \ Y_0]^T$ ；

$$A_{ij} = \begin{bmatrix} Y & -X & -1 & 0 \\ -X & -Y & 0 & -1 \end{bmatrix}_{ij};$$

i 为区域内总单元模型数；

X_E, Y_E, Z_E 为控制点的外业大地坐标值。

上式用矩阵表示后，

$$sPA_t - L = V \quad (2)$$

3、直接计算改化法方程式的系数项与常数项

根据最小二乘法条件观测平差理论，(2) 式的法方程式具有下列形式：

$$A_i^T s^T P_s A_i t = A_i^T s^T P L \quad (3)$$

其中系数项：

$$A_i^T A_j = \begin{pmatrix} X_i X_j + Y_i Y_j & -Y_i X_j + X_i Y_j & -Y_i & X_i \\ -X_i Y_j + Y_i X_j & X_i X_j + Y_i Y_j & X_i & Y_i \\ -Y_j & X_j & 1 & 0 \\ X_j & Y_j & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad (4)$$

常数项：

$$A_i^T L'_i = \begin{pmatrix} X_i s P Y_E - Y_i s P X_E \\ X_i s P X_E + Y_i s P Y_E \\ s P X_E \\ s P Y_E \end{pmatrix} \quad (5)$$

当测点是地面外业控制点时，可根据(4)、(5)式直接计算改化法方程式的系数项与常数项，当只是公共连接点时，只根据(4)式计算系数项，而常数项为零，无需进行计算。

同理，高程部分平差迭代时：

系数项，

$$A_i^T A_j = \begin{pmatrix} Y_i Y_j & -Y_i X_j & -Y_i \\ -X_i Y_j & X_i X_j & X_i \\ -Y_j & X_j & 1 \end{pmatrix}; \quad (6)$$

常数项，

$$A_i^T L_i = \begin{pmatrix} -sPl_i Y_i \\ sPl_i X_i \\ sPl_i \end{pmatrix} \quad (7)$$

为控制点时, $l_i = Z_{E_i} - Z_{i_i}$; 权为 P

为公共连接点时, $l_i = \sum_{j=1}^k Z_{i_j} / K - Z_{i_i}$; 权为 1

为摄站时, 其误差方程式为:

$$\begin{pmatrix} 0 & 0.3535Z & 0 \\ -0.3535Z & 0 & 0 \\ 0.707Y & -0.707X & -0.707 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} db_3 \\ dc_1 \\ dz_0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0.3535X_T \\ 0.3535Y_T \\ 0.707Z_T \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0.3535X \\ 0.3535Y \\ 0.707Z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} V_x \\ V_y \\ V_z \end{pmatrix} \quad (8)$$

由于(8)式的系数太多, 系数项 $A_i^T A_i$ 与常数项 $A_i^T L_i$ 循环语句求得。

4、垂直于航线排列模型编号表

一般情况下区域网内的航线数少于每条航线内的象对数, 为了减少改化法方程式系数矩阵的带宽, 减轻解算法方程的计算工作, 每个单元模型是垂直于航线方向依次排列的。为了使航线间纵向重叠度相差很大的飞行资料, 也能顺利完成模型编号工作, 本程序除了采用自动编辑的头差表(亦称指示信息)外, 程序中增加了自动定位的步骤。当某一航线的某一象对的位置较前后顺序号模型的位置滞后或提前 50 毫米, 在该航线内就连续编两个模型的序号, 或少编一个序号, 使前后序号的模型重新对齐, 确保顺号相邻两模型之间的公共连接点数目不少于两个。采用上述措施后, 对相邻航线间的象对数可不加任何限制。

5、减少法方程系数数组容量

利用带状稀疏对称正定矩阵的特点, 用一维数组存贮对角线一侧的有效实数, 可使法方程系数数组 A 的容量减少 $2/3$ 以上。用带状交替法解法方程, 进一步减少内存与加快运算速度。

6、分程序段执行

将整个区域网平差过程分六个程序段执行; 其中高程与平面迭代分二个程序段执行, 进一步减少内存。

三、提高精度的措施

1、增强找错能力

A、用数据块子程序的形式, 给有名公用区中的变量赋观测值。当数据块子程序经FORTRAN编译时, 就能找出键入数据中的格式错误。

B、在解析框标定向时, 利用四个框标上的多余观测值, 严格检查在框标点上的读数精度。在几何概念上有如下含义: 同一象片在前后象对中求得的底片变形系数应为同一值; 同一象片的 X 与 Y 方向上的一次项改正系数应在同一范围值之内。

C、在航测解析法中, 有二种求解相对定向元素值的方法: 加模型连接条件与不加模型

连接条件单独进行相对定向元素的计算时,由于消除上下视差的精度较高,可确保相对定向元素值具有一定的精度。加模型连接的相对定向计算,由于上下视差值与公共连接点的左右视差值一起进行平差运算,可提高模型连接精度,并可校核连接点的辨认精度。但P值比Q值的误差大,尽管平差中可以加权,也难确保求得的相对定向元素值应有的精度。

本程序先用加模型连接条件的相对定向公式进行运算,然后丢掉P方程,保持摄影基线不变的前提下,只用Q方程,再一次求解相对定向元素值。并用此元素值求得每一测点在航线内的摄测坐标值。用这种方法求得的相对定向元素值具有较高的精度;且确保了较高的连接精度;对量测中的差错具有较高的挑剔能力,一般情况下都能分辨出在那一点的那个量测值(是X、Y、P或Q)含有多大的差错。

D、独立模型法区域网平差是在公共连接点与外业控制点的坐标值之间进行的。在这些点上的坐标值,除了受建立单元模型误差的影响之外(可以假定在0.03mm以内),其主要的误差来源是该点的点位误差(可达到0.1mm以上),增强对观测点位的校核是提高区域网平差精度非常重要的措施。“程序”中分别在下面三个阶段检查测点的点位精度(其中包括辨认误差与量测误差):

a、利用同一张象片分别在左、右象片盘上进行二次观测的重复性,校核同一航线内相邻象对间同名观测点的辨认与量测精度。

b、将航线拼接成区域网后,检查同名连接点在所有模型间的点位辨认差;检查大地控制点的辨认与量测差。

c、整体平差后,再次打印连接点上的残差与控制点(也包括检查点)上的不符值,以便检查这些点是否含有差错。

2、增加象对内的观测点数目

将每个象对内的标准观测点增加到十二个以后,虽然刺点与观测工作量增加,但其收益不小:

A、用六个标准点求相对定向元素时,只有一个点的多余观测值,一旦某一点的观测值有差错时,在剩余残差 V_a 上反应不灵敏,残差 V_a 只是误差真值的 $1/7-1/8$ 。采用十二个标准点后,容易显示出精度不高的测点, V_a 只是误差真值的 $1/2.5$ 左右,确保了相对定向元素值应有的精度。

B、由于在每个标准点位上增加到了两个点,可以在纵向和横向重叠区内拉开点位,充分利用了每张象片的有效面积,避免了相邻模型间的连接点分布在一条直线上的弊病,增强了模型在纵向和横向间的连接强度,进而提高了独立模型法区域网平差的精度,即可减少对地面大地控制点的需求。

C、增大了点位的灵活性,在相邻模型间容易找到同名连接点,简化了设计过程。

3、象片在立座上的定向方法

本程序可采用辅助点定向方法,或象片任意定向的观测方案。将两象片在立座上粗略定向后,立体照准象片上的框标,先后读取四个框标位置上的X、Y、P、Q值。可以是四边的框标,或是四角的框标;立体坐标量测仪可以是1818、PSK—2、STECOMETER或改装

后的1818。

4、单元模型的建立

独立模型法是将每一单元模型视为刚体进行平差的一种内业加密方法。建立每一单元模型的精度直接影响区域网平差的结果。本“程序”是以每一立体象对作为单元模型的。

5、空间相似变换公式

摄测坐标系向大地辅助坐标系的转换，后一航线向前一航线的拼接，独立模型法平差的基本公式，都根据同一个空间相似变换的公式(9)进行：

$$\begin{pmatrix} 0 & Z & Y & -X & -1 & 0 & 0 \\ -Z & 0 & -X & -Y & 0 & -1 & 0 \\ Y & -X & 0 & -Z & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} db_3 \\ dc_1 \\ db_1 \\ \Delta\lambda \\ \Delta X \\ \Delta Y \\ \Delta Z \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} X_0 \\ Y_0 \\ Z_0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} X_T \\ Y_T \\ Z_T \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} V_x \\ V_y \\ V_z \end{pmatrix} \quad (9)$$

设

$$L = \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} X_0 \\ Y_0 \\ Z_0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} X_T \\ Y_T \\ Z_T \end{pmatrix},$$

$$A = \begin{pmatrix} 0 & Z & Y & -X & -1 & 0 & 0 \\ -Z & 0 & -X & -Y & 0 & -1 & 0 \\ Y & -X & 0 & -Z & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix},$$

$$X = [db_3 \ dc_1 \ db_1 \ \Delta\lambda \ \Delta X_0 \ \Delta Y_0 \ \Delta Z_0]^T.$$

用矩阵表示

$$AX - L = V$$

按最小二乘法原理，其法方程式为

$$A^TAX = A^TL$$

式中

$$A^T A = \begin{pmatrix} Y^2 + Z^2 & -XY & XZ & 0 & 0 & Z & -Y \\ -XY & X^2 + Z^2 & YZ & 0 & -Z & 0 & X \\ XZ & YZ & X^2 + Y^2 & 0 & -Y & X & 0 \\ 0 & 0 & 0 & X^2 + Y^2 + Z^2 & X & Y & Z \\ 0 & -Z & -Y & X & 1 & 0 & 0 \\ Z & 0 & X & Y & 0 & 1 & 0 \\ -Y & X & 0 & Z & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad (10)$$

$$A^T L = \begin{pmatrix} -Zl_y + Yl_z \\ \dots\dots\dots \\ Zl_x - Xl_z \\ Yl_x - Xl_y \\ -Xl_x - Yl_y - Zl_z \\ -l_x \\ -l_y \\ -l_z \end{pmatrix} \quad (11)$$

为了节省电算时间，“程序”中直接累加(10)、(11)式的法方程系数与常数项。

四、在微型机上的实现

为了便于上机操作，增强程序的通用性，有利于复测象片后修改数据，反复试算平差方案，加快独立模型法平差过程，减少对计算机内存容量的需求，尽可能扩大平差区域内的象对数，本程序在微型机上实现时，将整个平差过程分六个程序段执行。

程序 TF 1 将航片在立座上的量测值，转换成框标坐标系的象片坐标值。由于航摄影框标位置与理论数据的不同，对于不同类型的立体坐标仪与在其上面的定向方法，TF 1 后加注脚 A、B、C……与其相对应。

在驱动器 A 中插入本程序系统的软盘，在驱动器 B 中插入数据软盘，存放输入数据与中间数据，这样能较好地保护系统软盘少受干扰。用数据子程序的形式，将原始数据与量测值存贮在与该区域同名的数据文件中，通过 DATA 语句给相应的变量赋初值。TF 1 调用 EXTERNAL 语句调用外部过程数据块子程序，自动完成量测值的输入。采用上述措施后，在一片软盘上可同时安排多个区域网数据的平差运算。

在备有硬盘的微型机上，将量测值存放在数据文件中，TF 1 采用打开文件后读取数据的方法输入量测值。

整个区域的平高控制点与检查点信息一起给出。在量测值的点名中无需加入控制点属性，这一工作由计算机自动完成。倘若有点名不能相符时，计算机会在终端上显示出错误信息。

在 TF 1 中检查框标量测值的正确性，上下象对内公共连接点点名的正确性，有错亦在终端上显示出错误信息。

TF 2 计算相对定向元素值。每条航线的第一个象对只进行一次不带模型连接条件的计算，其它象对在这之前进行一次带模型连接条件的计算。此时检查 V_p 、 V_q 与相邻象对间同名点位的精度。

程序 TF 3，利用首尾摄站的坐标值，将首航线粗略置平与东西向。以后的航线，利用首尾象对上第一个同名连接点，根据模型相似变换的基本公式(10)和(11)（其中不作 ω 角旋转，只作虚线内的数据运算），逐条地向前一航线拼接，形成区域网摄测坐标系。在这一过程中，区域网内的一条航线可由二架航摄影拍摄完成的二条飞行线组成；也可是半条补飞的航线；每条航线又可包含独有的摄影机焦距值，无需加入任何信息，“程序”均可自动完成。在这过程中无需大地控制点参与，所以在某一条航线内可设有一个外业控制点。

亦根据模型相似变换的基本公式(10)和(11),利用所有平高控制点的大地坐标与摄测坐标值之差,求得辅助大地坐标系。并将所有测点与摄站统一在这一坐标系中。不论是南北飞行或东西飞行的航摄资料,无需加入任何信息,程序均可自动完成这一过程。

编辑平差单位编号表及其反表。逐点寻找每一公共连接点的所属模型,并编辑连接点表。这一程序段内检查控制点与公共连接点的辨认误差。

程序TF4只作平面部分的平差运算。按照连接点表的元素值,经展开后,直接计算约化方程式的系数项与常数项。每一公共连接点告终时,根据未知数在方程中的位置,累加到系数数组A与常数数组B中去。当所有的观测点都被处理完后,用带状交替分解法,求得每一单元模型平面相似变换的四个未知数值。

程序TF5专作高程部分的平差运算。虽然增加了投影中心的平差条件,程序的行数与参数有所增加,由于所求未知数只有三个,数组A与B的容量可减少1/3。对计算机内存的需求,仍保持在TF4的范围之内。当看到最大高程改正值RES已小到可以忽略的程度时,平差迭代结束。否则,返回TF4、TF5,再次进行平面与高程部分迭代运算。

在内存容量较大的68000、VICTOR 9000、PDP 11/23等微型机上实现时,将TF4与TF5合并成一个TF45程序段完成。

程序TF6用来打印平差结果。首先利用单象空间后方交会基本公式,计算每张象片的倾角值,并打印计算结果。加入每个模型中心坐标值、比例尺系数与大地坐标中心坐标值后,计算每一投影中心与测点的大地坐标,亦打印其计算结果。打印每一公共连接点与摄站的连接残差,检查测点的点位精度。并计算与打印三个坐标值的中误差与每一平高控制点、高程点与检查点的坐标值残差与中误差。

根据成图方法的不同,TF6后分别加入注脚A、B、C……,以示打印各种成图设备的安置元素值。

五、结 束 语

本程序系统于一九八三年十一月通过鉴定。目前已有中南电力设计院、湖北省地质局测绘队等测绘单位与我所签订了使用本程序系统的合同。在生产实践中表明:

- 1、全部源程序只有1700行,整个程序简单易学、层次清楚、便于掌握。对于初学者,只需一、二天时间就能掌握全部过程。
- 2、在一般情况下,本程序只需二、四次平高迭代就能收敛完毕。在68000、VICTOR 9000、PDP 11/23 PLUS上,一个80个象对的区域,全部运算时间需15分钟左右。(其中平高迭代需三、四分钟)。
- 3、每一平差单元模型的内存需1KB左右。100个象对的区域需100KB的内存。
- 4、通过模拟象片的试算,航高为4500米的资料,X、Y、Z的平差精度都在0.02米以内。在实际生产作业中表明,对外业控制点的需求可明显地减少,点位有较大的灵活性。一般只需四角的四个平高控制点,基线数少于20时,区域中间的任何控制点可作检查点使用,无需加入平差。航线两头的控制点也不一定在旁向重叠区内,也不妨将两头的高程控制点向中间移动几个基线,有时甚至可只有一个高程点。但进一步减少控制点的试验有待生产单位进行,今后他们将陆续报导这方面的试验。

5、目前已在 PERKIN ELMER 3220、VAX—11/750、M—150、PDP 11/23 PLNS、68000、VICTOR 9000、Z—80 D档机等电子计算机上实现。今后亦可根据用户的要求，协助移植到备有 FORTRAN 语言版本的任何一种电子计算机上。

笔者谨以此文献给敬爱的导师王之卓教授，并祝愿他健康长寿！

参 考 文 献

- 〔1〕王之卓，摄影测量原理，测绘出版社，1979。
- 〔2〕钱曾波，解析空中三角测量基础，测绘出版社，1980。
- 〔3〕邱玉圃，FORTRAN 程序设计，科学出版社，1979。
- 〔4〕谭浩强、田淑清，FORTRAN 语言，清华大学出版社，1981。
- 〔5〕湖南省地质局测绘队，解析空中三角测量独立模型法区域网平差，1979。
- 〔6〕唐炳燮，提高空中三角形变测量精度的几点措施，地壳形变与地震，3，1983。

FORTRAN Program System of Block Adjustment by Method of Independent Models

Tang Bingxie

Abstract

In this program system, the interior geometrical relationship of central projection and the abundance of observations are adequately utilized so that its ability to detect primary data errors has been enhanced. Based on the fundamental principle of stereo-model coordinate transformation, unified formulas are used to transform the photogrammetric coordinate systems, to join the airstrips and to form the error equations of coordinate transformation of the independent models. Based on the principle of block adjustment by the use of independent models, the feature of band sparse symmetric positive definite matrix in solving large normal equations and the advantages of FORTRAN language, the lines of the computer program and the times of iteration for repeated adjustments have been greatly reduced in this program system. This program system is divided into 6 blocks. Recently it has been performed successfully on various computers such as Z-80, PDP 11/23, PERKIN ELMER OS/32, M-150, VICTOR 9000, VAX-11/750, 68000 etc.