

# 平面控制网动态平差

丁 怀 日

## 摘 要

对平面复测网作间接平差时,除坐标未知数外还设速率未知数,甚至还设加速度未知数。这样就可将不同期数,同一期内不同时间的观测值一并平差,解出上述各种未知数。在控制点位移较明显时,本方法能较客观地反映点的位移。

本文包括公式推导、电算实例、假设检验。本方法与传统方法的对比分析等内容。

## 一、概 况

平面复测网有 $q$ 期观测资料可供平差,当 $q \geq 2$ 时,可在每个控制点的 $X$ 方向和 $Y$ 方向分别设速率未知数 $\xi$ 和 $\eta$ ;当 $q \geq 3$ 时还可在每个控制点的 $X$ 方向和 $Y$ 方向再设加速度未知数 $\delta$ 和 $\sigma$ 。通过这些未知数,可将任何观测时刻的控制点坐标化算至标准时刻,从而可将 $q$ 期观测值一并列出误差方程式进行平差,求出每点的速率、加速度和在标准时刻的坐标。这就是动态平差,本文讨论的动态平差属于间接平差。相对于动态平差这个名称,本文把传统的、未设速率和加速度未知数的平差称为静态平差。标准时刻可以取各期观测的平均时刻,也可以取最新观测时刻。时间的单位可根据位移大小而定,如年、月等。

如果网中有的点不论作为测站点或照准点都只有一次观测值,则该点不是复测点,不能设速率未知数和加速度未知数,只设坐标未知数。同样,如果有的点只有两次观测值则只设坐标未知数和速率未知数,不能设加速度未知数。各期观测方案可以不同;同属某一期观测,不同的点也可在相隔很久的不同时间完成。也就是说动态平差可以将不同时间连续观测的局部网观测资料一并平差,在平差结果中反映点的位移。

仅设速率未知数的动态平差假设点作匀速运动,这是最简单的运动形式。在一期观测期间点位发生了位移的情况下,假定其作最简单的运动也比认为它静止(静态平差即是如此)要符合实际。

既设速率未知数又设加速度未知数的动态平差能反映较复杂的运动形式。但由于未知数更多,计算工作量更大。

## 二、动态误差方程式的组成

在标准时刻 $T_0$ 时,设 $k$ 点坐标未知数为 $X_k$ 、 $Y_k$ , $k$ 点近似坐标为 $X_k^0$ 、 $Y_k^0$ ,坐标改正数为 $dX_k$ 、 $dY_k$ :

$$\left. \begin{aligned} X_k &= X_k^0 + dX_k \\ Y_k &= Y_k^0 + dY_k \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

k点的速率  $\xi_k$ 、 $\eta_k$  其近似值为  $\xi_k^0$ 、 $\eta_k^0$ ，速率改正数为  $d\xi_k$ 、 $d\eta_k$ ：

$$\left. \begin{aligned} \xi_k &= \xi_k^0 + d\xi_k \\ \eta_k &= \eta_k^0 + d\eta_k \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

k站第i期方向观测定向未知数为  $Z_{ik}$ ，定向角近似值为  $Z_{ik}^0$ ，定向角改正数为  $dZ_{ik}$ ：

$$Z_{ik} = Z_{ik}^0 + dZ_{ik} \quad (3)$$

又设第i期观测时方向观测值为  $L_{i1}$ 、 $L_{i2}$ 、 $\dots$ 、 $L_{iN_i}$ ， $N_i$  为第i期观测时方向观测的个数。方向观测每次设站取一个观测时刻，第i期方向观测时刻为  $T_{i1}$ 、 $T_{i2}$ 、 $\dots$ 、 $T_{iH_i}$ ， $H_i$  为第i期方向观测的测站数。当有重站点或未设站点时，站数和点数是不同的，站号和点号也不一定相同。第i期边长观测值为  $S_{i1}$ 、 $S_{i2}$ 、 $\dots$ 、 $S_{in_i}$ ，观测时刻为  $t_{i1}$ 、 $t_{i2}$ 、 $\dots$ 、 $t_{in_i}$ ， $n_i$  为第i期边长观测值个数， $h_i$  为站数。

### 1. 仅设速率未知数

第i期第e个方向观测值  $L_{ie}$  在测站k测得，为了公式简明，令该点点号也为k（当站号与点号不符时，观测时刻和定向未知数按站号，其余未知数按点号）。该观测值照准点为j。k、j两点在第i期方向观测时的瞬时坐标为  $X_{ik}$ 、 $Y_{ik}$ ； $X_{ij}$ 、 $Y_{ij}$ ，令

$$\Delta T_{ik} = T_{ik} - T_0 \quad (4)$$

可得

$$\left. \begin{aligned} X_{ik} - X_k &= \Delta T_{ik} \xi_k \\ Y_{ik} - Y_k &= \Delta T_{ik} \eta_k \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

考虑式(1)、(2)，则

$$\left. \begin{aligned} X_{ik} &= X_k^0 + dX_k + \Delta T_{ik} \xi_k^0 + \Delta T_{ik} d\xi_k \\ Y_{ik} &= Y_k^0 + dY_k + \Delta T_{ik} \eta_k^0 + \Delta T_{ik} d\eta_k \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

k点在第i期方向观测时刻的近似坐标为  $X_{ik}^0$ 、 $Y_{ik}^0$ ，坐标改正数为  $dX_{ik}$ 、 $dY_{ik}$ ，则

$$\left. \begin{aligned} X_{ik}^0 &= X_k^0 + \Delta T_{ik} \xi_k^0 \\ Y_{ik}^0 &= Y_k^0 + \Delta T_{ik} \eta_k^0 \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

$$\left. \begin{aligned} dX_{ik} &= dX_k + \Delta T_{ik} d\xi_k \\ dY_{ik} &= dY_k + \Delta T_{ik} d\eta_k \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

由(6)式可得：

$$\left. \begin{aligned} X_{ik} &= X_{ik}^0 + dX_{ik} \\ Y_{ik} &= Y_{ik}^0 + dY_{ik} \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

对于j点同样有：

$$\left. \begin{aligned} X_{ij} &= X_j^0 + \Delta T_{ik} \xi_j^0 \\ Y_{ij} &= Y_j^0 + \Delta T_{ik} \eta_j^0 \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

$$\left. \begin{aligned} dX_{ij} &= dX_j + \Delta T_{ik} d\xi_j \\ dY_{ij} &= dY_j + \Delta T_{ik} d\eta_j \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

$$\left. \begin{aligned} X_{ij} &= X_{ij}^0 + dX_{ij} \\ Y_{ij} &= Y_{ij}^0 + dY_{ij} \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

静态平差的误差方程式:

$$V_{ie} = -dZ_{ik} + a_{kj}dX_{ik} + b_{kj}dY_{ik} - a_{kj}dX_{ij} - b_{kj}dY_{ij} - l_{ie} \quad (13)$$

将(8)、(11)式代入即得到方向观测值的动态误差方程式:

$$\begin{aligned} V_{ie} &= -dZ_{ik} + a_{kj}dX_k + b_{kj}dY_k + \Delta T_{ik}a_{kj}d\xi_k + \Delta T_{ik}b_{kj}d\eta_k \\ &\quad - a_{kj}dX_j - b_{kj}dY_j - \Delta T_{ik}a_{kj}d\xi_j - \Delta T_{ik}b_{kj}d\eta_j - l_{ie} \end{aligned} \quad (14)$$

式中

$$l_{ie} = L_{ie} + Z_{ik}^0 - \alpha_{kj}^0 \quad (15)$$

$$\left. \begin{aligned} a_{kj} &= \sin \alpha_{kj}^0 / S_{kj}^0 \\ b_{kj} &= -\cos \alpha_{kj}^0 / S_{kj}^0 \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

$$\alpha_{kj}^0 = \arctan[(Y_{ij}^0 - Y_{ik}^0) / (X_{ij}^0 - X_{ik}^0)] \quad (17)$$

$$S_{kj}^0 = \sqrt{(X_{ij}^0 - X_{ik}^0)^2 + (Y_{ij}^0 - Y_{ik}^0)^2} \quad (18)$$

同样设第*i*期观测第*e*个边长观测值*S<sub>ie</sub>*的测站为*k*, 照准点为*j*, 静态边长误差方程:

$$\begin{aligned} V'_{ie} &= -\cos \alpha_{kj}^0 dX_{ik} - \sin \alpha_{kj}^0 dY_{ik} \\ &\quad + \cos \alpha_{kj}^0 dX_{ij} + \sin \alpha_{kj}^0 dY_{ij} - l'_{ie} \end{aligned} \quad (19)$$

令

$$\Delta t_{ik} = t_{ik} - T_0 \quad (20)$$

用同样方法可推得边长观测值动态误差方程:

$$\begin{aligned} V'_{ie} &= -\cos \alpha_{kj}^0 dX_k - \sin \alpha_{kj}^0 dY_k - \Delta t_{ik} \cos \alpha_{kj}^0 d\xi_k - \Delta t_{ik} \sin \alpha_{kj}^0 d\eta_k + \\ &\quad + \cos \alpha_{kj}^0 dX_j + \sin \alpha_{kj}^0 dY_j + \Delta t_{ik} \cos \alpha_{kj}^0 d\xi_j + \Delta t_{ik} \sin \alpha_{kj}^0 d\eta_j - l'_{ie} \end{aligned} \quad (21)$$

式中

$$l'_{ie} = S_{ie} - S_{kj}^0 \quad (22)$$

从式(14)至(22)可看出误差方程式系数及常数项是由观测时刻的近似坐标计算的, 不是由标准时刻的近似坐标计算。因此同一方向或边长不同期观测值误差方程式系数是不同的。在电算中*X<sub>ik</sub><sup>0</sup>*、*Y<sub>ik</sub><sup>0</sup>*、*ξ<sub>k</sub><sup>0</sup>*、*η<sub>k</sub><sup>0</sup>*可采用迭代计算。如*ξ*、*η*很小, 误差方程式线性化误差可以忽略不计, 则*ξ*、*η*可直接计算, 不取近似值或认为*ξ<sup>0</sup>*、*η<sup>0</sup>*为零, 这时

$$\left. \begin{aligned} X_{ik}^0 &= X_k^0 \\ Y_{ik}^0 &= Y_k^0 \end{aligned} \right\} \quad (23)$$

$$\left. \begin{aligned} d\xi_k &= \xi_k \\ d\eta_k &= \eta_k \end{aligned} \right\} \quad (24)$$

则平差中各期采用的近似坐标就是相等的。

令点的实际运动速率为*λ*, 运动方向*θ*, 则有

$$\lambda = \sqrt{\xi^2 + \eta^2} \quad (25)$$

$$\theta = \arctan \frac{\eta}{\xi} \quad (26)$$

$$d\lambda = \cos \theta d\xi + \sin \theta d\eta \quad (27)$$

$$m_\lambda = \pm \sqrt{\cos^2 \theta m_\xi^2 + \sin^2 \theta m_\eta^2} \quad (28)$$

$$d\theta = -\frac{\sin \theta}{\lambda} d\xi + \frac{\cos \theta}{\lambda} d\eta \quad (29)$$

$$m_\theta = \pm \sqrt{\frac{\sin^2 \theta}{\lambda^2} m_\xi^2 + \frac{\cos^2 \theta}{\lambda^2} m_\eta^2} \quad (30)$$

## 2. 既设速率未知数, 又设加速度未知数

这时观测时刻坐标与标准时刻坐标关系为:

$$\left. \begin{aligned} X_{ik} - X_k &= \Delta T_{ik} \xi_k + \frac{1}{2} \Delta T_{ik}^2 \delta \\ Y_{ik} - Y_k &= \Delta T_{ik} \eta_k + \frac{1}{2} \Delta T_{ik}^2 \sigma \end{aligned} \right\} \quad (31)$$

即式(7)、(9)仍有效, (8)中两式各增加一项, 成为

$$\left. \begin{aligned} dX_{ik} &= dX_k + \Delta T_{ik} d\xi_k + \frac{1}{2} \Delta T_{ik}^2 \delta_k \\ dY_{ik} &= dY_k + \Delta T_{ik} d\eta_k + \frac{1}{2} \Delta T_{ik}^2 \sigma_k \end{aligned} \right\} \quad (32)$$

j点情况相同, 用下式代替式(11):

$$\left. \begin{aligned} dX_{ij} &= dX_j + \Delta T_{ik} d\xi_j + \frac{1}{2} \Delta T_{ik}^2 \delta_j \\ dY_{ij} &= dY_j + \Delta T_{ik} d\eta_j + \frac{1}{2} \Delta T_{ik}^2 \sigma_j \end{aligned} \right\} \quad (33)$$

这样, 方向观测动态误差方程是

$$\begin{aligned} V_{i_0} &= -dZ_{ik} + a_{kj} dX_k + b_{kj} dY_k + \Delta T_{ik} a_{kj} d\xi_k + \Delta T_{ik} b_{kj} d\eta_k + \frac{\Delta T_{ik}^2}{2} a_{kj} \delta_k \\ &+ \frac{\Delta T_{ik}^2}{2} b_{kj} \sigma_k - a_{kj} dX_j - b_{kj} dY_j - \Delta T_{ik} a_{kj} d\xi_j - \Delta T_{ik} b_{kj} d\eta_j - \frac{\Delta T_{ik}^2}{2} a_{kj} \delta_j \\ &- \frac{\Delta T_{ik}^2}{2} b_{kj} \sigma_j - l_{i_0} \end{aligned} \quad (34)$$

边长观测值动态误差方程是

$$\begin{aligned} V'_{i_0} &= -\cos \alpha_k^0 dX_k - \sin \alpha_k^0 dY_k - \Delta t_{ik} \cos \alpha_k^0 d\xi_k - \Delta t_{ik} \sin \alpha_k^0 d\eta_k - \\ &- \frac{\Delta t_{ik}^2}{2} \cos \alpha_k^0 \delta_k - \frac{\Delta t_{ik}^2}{2} \sin \alpha_k^0 \sigma_k + \cos \alpha_k^0 dX_j + \sin \alpha_k^0 dY_j + \end{aligned}$$

$$+\Delta t_{ik} \cos \alpha_k^0 d\xi_j + \Delta t_{ik} \sin \alpha_k^0 d\eta_j + \frac{\Delta t_{ik}^2 \cos \alpha_k^0}{2} \delta_j + \frac{\Delta t_{ik}^2 \sin \alpha_k^0}{2} \sigma_j - l'_i \quad (35)$$

上两式中除  $\delta$ 、 $\sigma$  分别代表  $x$ 、 $y$  方向的加速率外，其余符号的意义与式 (14)、(21) 相同。

这时，在  $x$ 、 $y$  两个方向的瞬时速率为  $\xi'$ 、 $\eta'$ ：

$$\xi' = \xi + \Delta T \delta \quad (36)$$

$$\eta' = \eta + \Delta T \sigma \quad (37)$$

实际瞬时速率和运动方向为

$$\lambda = \sqrt{\xi'^2 + \eta'^2} \quad (38)$$

$$\theta = \arctg \frac{\eta'}{\xi'} \quad (39)$$

$$d\lambda = \cos \theta (d\xi + \Delta T d\delta) + \sin \theta (d\eta + \Delta T d\sigma) \quad (40)$$

$$m_\lambda = \pm \sqrt{\cos^2 \theta (m_\xi^2 + \Delta T^2 m_\delta^2) + \sin^2 \theta (m_\eta^2 + \Delta T^2 m_\sigma^2)} \quad (41)$$

$$d\theta = -\frac{\sin \theta}{\lambda} (d\xi + \Delta T d\delta) + \frac{\cos \theta}{\lambda} (d\eta + \Delta T d\sigma) \quad (42)$$

$$m_\theta = \pm \sqrt{\frac{\sin^2 \theta}{\lambda^2} (m_\xi^2 + \Delta T^2 m_\delta^2) + \frac{\cos^2 \theta}{\lambda^2} (m_\eta^2 + \Delta T^2 m_\sigma^2)} \quad (43)$$

### 三、动态平差的解算

按式 (14)、(21) 或 (34)、(35) 列出的误差方程组表达为矩阵形式：

$$V = A \hat{x} - l \quad (44)$$

式中

$$\hat{x} = \hat{X} - X^0 \quad (45)$$

$$l = L - AX^0 \quad (46)$$

$V$  包含  $q$  期的  $V$  和  $V'$ 。 $\hat{X}$  包含各点的  $d\xi$ 、 $d\eta$ 、 $\delta$ 、 $\sigma$ 、标准时刻的  $dX$ 、 $dY$ 、各测站  $q$  期的  $dZ$ 。 $l$  包含  $q$  期的  $l$  和  $l'$ 。 $A$  为系数矩阵。

法方程式为

$$N \hat{x} - W = 0 \quad (47)$$

式中

$$\left. \begin{aligned} N &= A^T P A \\ W &= A^T P l \end{aligned} \right\} \quad (48)$$

$P$  为观测值权阵。

当  $N$  满秩时，可按通常的方法解算，本文不赘述。当  $N$  数亏时，可按亏秩自由网求解，这时  $\text{Rank}(A) = t_1 < t$ ， $d = t - t_1$  称秩亏数。当采用附加条件法时， $G$  矩阵与 [1] 中静态平差的  $G$  矩阵不同，本文分两种情况讨论。

1. 仅设  $\xi$ 、 $\eta$

1) 测角网,  $d = 8$ 。按方向平差时:

$$G^T = \begin{pmatrix} 0 & \dots & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \dots & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & \dots & 1 & -y_1^0 & x_1^0 & 0 & 0 & -y_2^0 & x_2^0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & -y_p^0 & x_p^0 & 0 & 0 \\ \Delta T_{11} & \dots & \Delta T_{1H_1} & \dots & \Delta T_{1q_1} & \dots & \Delta T_{1qH_1} & 0 & 0 & -y_1^0 & x_1^0 & 0 & 0 & -y_2^0 & x_2^0 & 0 & 0 & -y_p^0 & x_p^0 \\ 0 & \dots & 0 & x_1^0 & y_1^0 & 0 & 0 & x_2^0 & y_2^0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & x_p^0 & y_p^0 & 0 & 0 \\ 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & x_1^0 & y_1^0 & 0 & 0 & 0 & x_2^0 & y_2^0 & 0 & \dots & 0 & 0 & x_p^0 & y_p^0 \end{pmatrix}$$

上式每一行的第 I 部分与定向角改正数相对应, 元素个数等于  $q$  期总测站数。第 II 部分与坐标改正数、速率改正数相对应。这里假设所有点都是复测点, 坐标未知数和速率未知数个数相等。如果有的点不是复测点, 则应去掉与该点对应的四列中的后两列, 因为该点不再设速率未知数。  $x^0$ 、 $y^0$  为各点在重心坐标系内的坐标。

按角度平差时的  $G^T$  矩阵应在上式中去掉第 I 部分。

2) 边角网,  $d = 6$ 。

有按方向与按角度平差两种情况, 其  $G^T$  矩阵分别在按方向与按角度测角网平差的  $G^T$  阵中去掉最下两行。

3) 测边网,  $d = 6$ 。其  $G^T$  矩阵与边角网按角度平差的  $G^T$  阵相同。

2. 既设  $\xi$ 、 $\eta$ , 又设  $\delta$ 、 $\sigma$ 。

1) 测角网,  $d = 12$ 。按方向平差时的  $G^T$  矩阵如下:

$$G^T = \begin{pmatrix} 0 & \dots & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \dots & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & \dots & 1 & -y_1^0 & x_1^0 & 0 & 0 & 0 & -y_2^0 & x_2^0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & -y_p^0 & x_p^0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \Delta T_{11} & \dots & \Delta T_{1H_1} & \dots & \Delta T_{1q_1} & \dots & \Delta T_{1qH_1} & 0 & 0 & -y_1^0 & x_1^0 & 0 & 0 & 0 & -y_2^0 & x_2^0 & 0 & 0 & 0 & -y_p^0 & x_p^0 & 0 \\ \frac{\Delta T_{11}^2}{2} & \dots & \frac{\Delta T_{1H_1}^2}{2} & \dots & \frac{\Delta T_{1q_1}^2}{2} & \dots & \frac{\Delta T_{1qH_1}^2}{2} & 0 & 0 & 0 & 0 & -y_1^0 & x_1^0 & 0 & 0 & 0 & -y_2^0 & x_2^0 & 0 & 0 & 0 & -y_p^0 & x_p^0 \\ 0 & \dots & 0 & x_1^0 & y_1^0 & 0 & 0 & 0 & 0 & x_2^0 & y_2^0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & x_p^0 & y_p^0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & x_1^0 & y_1^0 & 0 & 0 & 0 & 0 & x_2^0 & y_2^0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & x_p^0 & y_p^0 & 0 & 0 \\ 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & x_1^0 & y_1^0 & 0 & 0 & 0 & 0 & x_2^0 & y_2^0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & x_p^0 & y_p^0 & 0 \end{pmatrix}$$

按角度平差时的 $G^T$ 阵应在上式中去掉第 I 部分。

2) 边角网,  $d = 9$ 。其 $G^T$ 阵分别在相应的测角网 $G^T$ 阵中去掉最下面三行。

3) 测边网,  $d = 9$ 。其 $G^T$ 阵与边角网按角度平差的 $G^T$ 阵相同。

上述所有 $G$ 矩阵均未标准化, 当要求标准化 ( $G^T G = E$ ) 时, 应将  $G^T$  各行元素除以本行元素平方和的正方根。

## 四、试算与分析

### 1. 计算概况

某水平位移控制网是一个测角网, 由九点组成 (图 1)。1、2 两点为起始点, 分两级

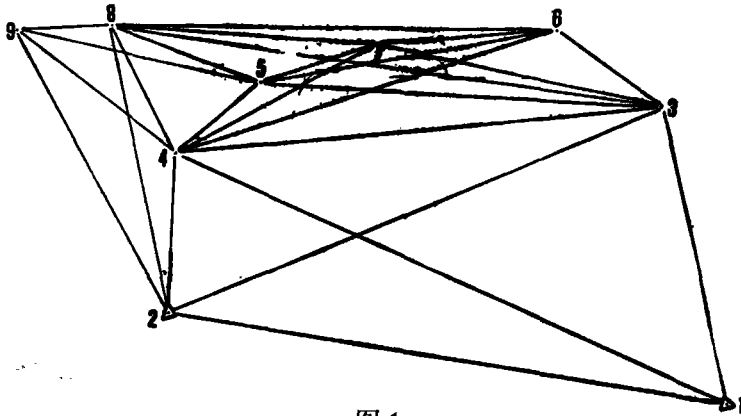


图 1

布设, 1、2、3、4 为一级点, 5、6、7、8、9 为二级点。两级观测有三个重站, 故每期观测共有 12 站。第一期观测于 1968 年至 1971 年进行。第二期观测于 1972 年 5 月进行。每期有方向观测值 54 个。将两期观测值作动态平差, 因只有两期, 故只设速率未知数。以最新观测时刻作为标准时刻。平差时, 坐标未知数 14 个, 速率未知数 14 个, 定向未知数 24 个, 共计 52 个, 观测值共 108 个, 所以自由度  $f = 56$ 。平差结果除算出了所有未知数及其中误差外, 还算出了所有边的长度中误差、相对中误差、方位角中误差等。未知数及其中误差见表 1, 部分点和边长精度统计见表 2。

表 1

点 号	3						4					
	x	y	$\xi$	$\eta$	$\theta$	$\lambda$	x	y	$\xi$	$\eta$	$\theta$	$\lambda$
$\hat{X}_{(mm)}$	-1.1	2.2	-0.4	0.5	129°	0.64	0.3	0.4	0	0	不定	0
$m_{(mm)}$	1.1	0.9	0.4	0.3		0.34	1.1	0.5	0.4	0.2		不定
$ t $			1.00	1.67		1.88			0	0		

续表 1

点号	5						6					
参数	x	y	$\xi$	$\eta$	$\theta$	$\lambda$	x	y	$\xi$	$\eta$	$\theta$	$\lambda$
$\hat{X}_{(mm)}$	-1.9	-1.2	-0.8	-0.6	217°	1.00	-3.0	3.2	-0.9	0.8	138°	1.20
$m_{(mm)}$	1.1	1.1	0.5	0.7		0.58	1.1	1.3	0.6	0.7		0.65
t			1.60	0.86		1.72			1.50	1.14		1.85
点号	7						8					
参数	x	y	$\xi$	$\eta$	$\theta$	$\lambda$	x	y	$\xi$	$\eta$	$\theta$	$\lambda$
$\hat{X}_{(mm)}$	-2.2	-1.9	-1.2	1.0	140°	1.56	-3.1	-0.2	-1.6	0.3	169°	1.63
$m_{(mm)}$	1.0	1.8	0.4	1.2		0.83	1.6	0.9	0.7	0.6		0.70
t			*3.00	0.83		1.88			*2.29	0.50		*2.34
点号	9						$T_0 = 1972.4$ [pvv] = 7.4244 $M_0 = 0''364$ f = 56 $t_{\frac{1}{2}0.05} = 2.00$					
参数	x	y	$\xi$	$\eta$	$\theta$	$\lambda$						
$\hat{X}_{(mm)}$	-8.6	1.6	-4.1	3.2	142°	5.20						
$m_{(mm)}$	1.9	1.2	0.9	1.1		0.98						
t			*4.56	*2.01		*5.31						

表 2

边号	相对中误差	点号	$m_x$ (mm)	$m_y$ (mm)	M (mm)	$m_t$ (mm)	$m_n$ (mm)
4—1	1/2 867200	7	0.98	1.80	2.06	0.43	1.19
*9—8	1/192 300	*9	1.89	1.18	2.23	0.90	1.11

打\*号者为最弱边、最弱点。



为了判断点位是否稳定,对计算结果中 $\xi$ 、 $\eta$ 及 $\lambda$ 作t检验。在 $H_0$ 下,  $t = \frac{\hat{\xi}}{m_\xi}$ 、

$t = \frac{\hat{\eta}}{m_\eta}$ 、 $t = \frac{\hat{\lambda}}{m_\lambda}$ , 显著水平 $\alpha$ 取0.05。检验结果也列于表1中,打\*号者拒绝零假设,即

认为95%置信度位移是显著的。

$$T_0 = 1972.4 \quad [PVV] = 7.4244 \quad M_0 = 0''364$$

$$f = 56 \quad t_{\frac{1}{2} \cdot 0.05} = 2.00$$

## 2. 计算和检验结果的分析

为了作对比,将第一期、第二期资料分别作静态平差。尽管第二期的观测时刻即为动态平差的标准时刻,但其平差计算出的坐标与动态平差是不同的。将两期静态平差坐标之差作t检验判断其位移显著性,结果与动态平差也是不同的。

第一期静态平差 $[PVV]_I = 5.2505$ ,第二期静态平差 $[PVV]_{II} = 3.0755$ ,而两期动态平差 $[PVV]_{III} = 7.4244$ ,

$$[PVV]_{III} < [PVV]_I + [PVV]_{II}$$

可见对同一套观测值,设同样数目的未知数,动态平差的数学模型更能满足 $[PVV] = \min$ 的要求。由于本算例中控制点位移较小,故两者差别尚不显著。

动态平差可用于矿山测量,当使用矿区控制网部分点时,检测网中有关的其他点,积累若干次不同部位局部网观测资料对全网作动态平差,可以发现控制点的位移并求定其瞬时坐标供使用。这样就不再需要对整个控制网定期复测,进行局部复测的点在全网中可以有所侧重,观测时间也可根据实际情况灵活安排。采掘引起明显地表移动的矿区,对位于采掘范围内的控制点可加强监测。此外,大面积的大地形变网一期观测时间较长,或者是搜集不同单位不同时间的观测资料进行计算分析时,都可采用动态平差。

## 参 考 文 献

- [1] 刘大杰,论亏秩自由网平差,武汉测绘学院学报, 1, 1981.
- [2] 于正林,自由水准网的动态平差,武汉测绘学院学报, 1, 1981.
- [3] 於宗俦、陶本藻、陈恒禄、黄加纳,全国复测水准网的动态平差,武汉测绘学院学报, 1, 1980.
- [4] 李庆海、陶本藻,概率统计原理和在测量中的应用,测绘出版社,1982.

# Dynamic Adjustment of Horizontal Control Network

*Ding Huairi*

## Abstract

In the adjustment of indirect observations for a horizontal reiteration network, besides coordinate unknowns, the speed and the acceleration unknowns are assured, so as to adjust the measured values in different times or in the same time but at different moments, then the above unknowns can be solved. When some control points have obvious displacements in positions, this method may indicate them objectively.

This paper also includes, derivations of a few equations, the example in computer calculation, the assumed test, and the contrast and analysis between this method and the traditional one.