DOI:10.13203/j.whugis1985.01.001

大地高程误差对卫星网与地面网联合平差的影响

周忠谟　时 京　刘乃苓*

摘　　要

在地面网与卫星网的联合平差中，地面网大地高程的精度对于平差方法的选择具有重要意义。本文从两网联合平差的基本数学模型出发，导出了地面网点大地坐标的微变化对联合平差后相应坐标平差值影响的一般表达式。并利用模拟网分别计算了表征大地经纬度和高程的变化对联合平差后大地坐标影响的相应系数矩阵。该系数矩阵表明，如果地面网大地坐标各分量的精度相近，则它们通过联合平差各自引起的大地纬度平差值的残差将保持同一数量级。根据对模拟网的数值计算结果得出的结论是：在三维坐标系进行联合平差时，高程和平面位置的精度具有同样重要意义，但并不意味着要求两者的精度相当，重要的问题在于可靠地获得它们各自的精度信息。即使大地高程的精度较低，只要能可靠地确定它们的方差与协方差，仍以在三维系统进行联合平差为宜。而当大地高程精度难以可靠地确定时，赋以大地高程较小的权可明显地减弱其对平差结果的不利影响，虽然这样在一定程度上损失了大地高程所提供的有用信息，但比之在二维平差中，放弃大地高程这一分量是更为适宜的。

一、概　　述

目前许多国家和地区都建立了高精度的卫星网。在我国除完成了全国性卫星多普勒网的观测外，同时，许多单位在一些地区也进行了卫星多普勒观测。因此，卫星观测资料与地面三角网观测资料的综合应用问题，日益受到国内外测绘工作者的重视[1,2,3,4]。

大家知道，由于卫星网和地面网不仅其建网的原理和方法相异，而且成果所属的坐标系统也不相同。所以，综合处理这样两类不同性质的观测数据，便是所述两网联合平差的主要特点。

因为，在三维空间直角坐标系统进行联合平差，不仅可以充分地利用卫星网观测所提供的信息，同时其平差模型的形式简明，计算方便，所以得到广泛的应用。

不过，如果地面网大地高程的精度较低，再加之难以可靠地获得它的精度信息，则大地高程的误差，便可能损害在三维坐标系统中联合平差结果的精度。所以，对于一些大地高程

本文1984年6月收到。*刘乃苓工作单位：国家测绘局测绘研究所

精度较低的地面网来说，如何选择其平差的方法（例如在三维或二维系统进行联合平差）便受到普遍的关注[1,4]。

很明显，两网的联合平差，是在三维坐标系或在二维坐标系进行为宜，其决定因素主要是大地高程的精度。因此，我们从联合平差的原理出发，来研究一下大地高程误差对平差结果的影响规律，对于我们选择适宜的平差方法是必要的。

二、联合平差的数学模型

为了讨论的方便，首先定义如下符号：

$\mathbf{L}$ —观测量向量

$\mathbf{P}$ —观测量的先验权矩阵

$\hat{\mathbf{X}}$—联合平差后公共点的坐标值向量

$\hat{\mathbf{Z}}$—非公共点未知数的平差值向量

$\hat{\mathbf{Y}}$—转换参数的平差值向量

$$d\hat{\mathbf{X}} = \hat{\mathbf{X}} - \mathbf{X}_0$$

$$d\hat{\mathbf{Z}} = \hat{\mathbf{Z}} - \mathbf{Z}_0$$

$$\delta\hat{\mathbf{Y}} = \hat{\mathbf{Y}} - \mathbf{Y}_0$$

$$l = f(\mathbf{X}_0\ \ \mathbf{Z}_0) - \mathbf{L}$$

其中下标“0”表示相应量的近似值。

如果以下标“T”和“S”分别表示相应于地面网和卫星网的量，则可写出相应的观测方程及其条件式的线性形式如下：

$$\begin{aligned} \mathbf{P}_T: \quad & \mathbf{V}_T = \mathbf{A}_T d\hat{\mathbf{X}}_T + \mathbf{C}_T d\hat{\mathbf{Z}}_T + l_T \\ \mathbf{P}_S: \quad & \mathbf{V}_S = \mathbf{A}_S d\hat{\mathbf{X}}_S + \mathbf{C}_S d\hat{\mathbf{Z}}_S + l_S \end{aligned} \tag{1}$$

$$\mathbf{A} d\hat{\mathbf{X}}_T + \mathbf{B}\,\delta\hat{\mathbf{Y}} - d\hat{\mathbf{X}}_S + \mathbf{W} = 0 \tag{2}$$

其中，$\mathbf{W} = \mathbf{A}\mathbf{X}_{T0} + \mathbf{B}\mathbf{Y}_0 - \mathbf{X}_{S0}$

由此，组成法方程式，并消去参数 $d\hat{\mathbf{Z}}_T$ 和 $d\hat{\mathbf{Z}}_S$，最后可得[3]：

$$\begin{pmatrix} (\mathbf{N}_T + \mathbf{A}^T\mathbf{N}_S\mathbf{A}) & \mathbf{A}^T\mathbf{N}_S\mathbf{B} \\ \mathbf{B}^T\mathbf{N}_S\mathbf{A} & \mathbf{B}^T\mathbf{N}_S\mathbf{B} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d\hat{\mathbf{X}}_T \\ \delta\hat{\mathbf{Y}} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \mathbf{W}_T + \mathbf{A}^T\mathbf{W}_S + \mathbf{A}^T\mathbf{N}_S\mathbf{W} \\ \mathbf{B}^T\mathbf{W}_S + \mathbf{B}^T\mathbf{N}_S\mathbf{W} \end{pmatrix} = \mathbf{O} \tag{3}$$

其中

$$\mathbf{N}_I = \mathbf{A}_I^T\mathbf{P}_I\mathbf{A}_I - \mathbf{A}_I^T\mathbf{P}_I\mathbf{C}_I(\mathbf{C}_I^T\mathbf{P}_I\mathbf{C}_I)^{-1}\mathbf{C}_I^T\mathbf{P}_I\mathbf{A}_I$$

$$\mathbf{W}_I = \mathbf{A}_I^T\mathbf{P}_I l_I - \mathbf{A}_I^T\mathbf{P}_I\mathbf{C}_I(\mathbf{C}_I^T\mathbf{P}_I\mathbf{C}_I)^{-1}\mathbf{C}_I^T\mathbf{P}_I l_I$$

$$I = T,\ S$$

于是网点坐标和转换参数的平差值

$$\hat{\mathbf{X}}_T = \mathbf{X}_{T0} + d\hat{\mathbf{X}}_T$$

$$\hat{\mathbf{X}}_S = \mathbf{X}_{S0} + d\hat{\mathbf{X}}_S$$

$$\hat{\mathbf{Y}} = \mathbf{Y}_0 + \delta\hat{\mathbf{Y}}$$
$$\mathrm{d}\hat{\mathbf{X}}_S = \mathbf{A}\,\mathrm{d}\hat{\mathbf{X}}_T + \mathbf{B}\delta\hat{\mathbf{Y}} + \mathbf{W}$$

式（3）便是利用地面网和卫星网的实际观测量，在参心坐标系统进行联合平差的基本数学模型。不过，由于该模型所需的信息量巨大，处理复杂，所以实际上难于直接应用。

为此，通常可把模型（3）所表示的平差方法分为二步，即地面网和卫星网的单独平差和以两网单独平差结果为基础的联合平差。

假设，两网单独平差所给出的公共点坐标向量分别为 $\mathbf{X}_T$ 和 $\mathbf{X}_S$，同时若把这些量作为联合平差的近似值，并取

$$\mathrm{d}\mathbf{X} = \mathbf{X} - \mathbf{X}_0$$
$$\delta\hat{\mathbf{X}} = \hat{\mathbf{X}} - \mathbf{X}$$

则有

$$\mathrm{d}\hat{\mathbf{X}} = \mathrm{d}\mathbf{X} + \delta\hat{\mathbf{X}}$$

若将该式附以相应的下标，并代入式（3）便得：

$$\begin{pmatrix} (\mathbf{N}_T + \mathbf{A}^T\mathbf{N}_S\mathbf{A}) & \mathbf{A}^T\mathbf{N}_S\mathbf{B} \\ \mathbf{B}^T\mathbf{N}_S\mathbf{A} & \mathbf{B}^T\mathbf{N}_S\mathbf{B} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \delta\hat{\mathbf{X}}_T \\ \delta\hat{\mathbf{Y}} \end{pmatrix} +$$
$$+ \begin{pmatrix} \mathbf{W}_T + \mathbf{A}^T\mathbf{W}_S + \mathbf{A}^T\mathbf{N}_S\mathbf{W} + (\mathbf{N}_T + \mathbf{A}^T\mathbf{N}_S\mathbf{A})\mathrm{d}\mathbf{X}_T \\ \mathbf{B}^T\mathbf{W}_S + \mathbf{B}^T\mathbf{N}_S\mathbf{W} + \mathbf{B}^T\mathbf{N}_S\mathbf{A}\mathrm{d}\mathbf{X}_T \end{pmatrix} = \mathbf{O} \qquad (4)$$

考虑到关系式

$$\mathrm{d}\mathbf{X}_T = -\mathbf{N}_T^{-1}\mathbf{W}_T$$
$$\mathrm{d}\mathbf{X}_S = -\mathbf{N}_S^{-1}\mathbf{W}_S$$

最后可得相应的联合平差模型如下：

$$\begin{pmatrix} (\mathbf{N}_T + \mathbf{A}^T\mathbf{N}_S\mathbf{A}) & \mathbf{A}^T\mathbf{N}_S\mathbf{B} \\ \mathbf{B}^T\mathbf{N}_S\mathbf{A} & \mathbf{B}^T\mathbf{N}_S\mathbf{B} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \delta\hat{\mathbf{X}}_T \\ \delta\hat{\mathbf{Y}} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \mathbf{A}^T\mathbf{N}_S\mathbf{w} \\ \mathbf{B}^T\mathbf{N}_S\mathbf{w} \end{pmatrix} = \mathbf{O} \qquad (5)$$

$$\mathbf{w} = \mathbf{A}\mathbf{X}_T + \mathbf{B}\mathbf{Y}_0 - \mathbf{X}_S$$

由此

$$\hat{\mathbf{X}}_T = \mathbf{X}_T + \delta\hat{\mathbf{X}}_T$$
$$\hat{\mathbf{X}}_S = \mathbf{X}_S + \delta\hat{\mathbf{X}}_S$$
$$\hat{\mathbf{Y}} = \mathbf{Y}_0 + \delta\hat{\mathbf{Y}}$$
$$\delta\hat{\mathbf{X}}_S = \mathbf{A}\delta\hat{\mathbf{X}}_T + \mathbf{B}\mathbf{Y}_0 - \mathbf{w}$$

模型（5）所表达的平差方法，也可理解为把地面网和卫星网单独平差的结果 $\mathbf{X}_T$ 和 $\mathbf{X}_S$ 视为具有先验精度信息 $\mathbf{N}_T$ 和 $\mathbf{N}_S$ 的相关观测量。这种方法对于充分地利用已有的平差结果，减少计算工作具有重要意义。

由以上的讨论可知，模型（3）和（5）是等价的。其区别仅在于联合平差中所取未知数的近似值不同。因而它们的系数矩阵在略去二次微小量的情况下全同，只是常数项相异。

如果两网的联合平差是在参心空间直角坐标系统中进行，则式（5）尚可简化为：

$$\begin{pmatrix} (\mathbf{N}_T + \mathbf{N}_S) & \mathbf{N}_S\mathbf{B} \\ \mathbf{B}^T\mathbf{N}_S & \mathbf{B}^T\mathbf{N}_S\mathbf{B} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \delta\hat{\mathbf{X}}_T \\ \delta\hat{\mathbf{Y}} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \mathbf{N}_S\mathbf{w} \\ \mathbf{B}^T\mathbf{N}_S\mathbf{w} \end{pmatrix} = \mathbf{O} \qquad (6)$$

$$\mathbf{w}=\mathbf{X_T}+\mathbf{BY}_0-\mathbf{X}_S$$

其中，$\mathbf{X_T}$ 和 $\mathbf{X}_S$ 为地面网和卫星网单独平差后的空间直角坐标向量；相应的大地坐标向量分别为 $\mathbf{B}_T=[B,\ L,\ H]_T^T$，$\mathbf{B}_S=[B,\ L,\ H]_S^T$。

由此可解得

$$\delta\hat{\mathbf{X}}_T=-(\mathbf{N}_T+\mathbf{N}_S)^{-1}\mathbf{N}_S\{\mathbf{E}-\mathbf{BQB}^T\mathbf{N}_S[\mathbf{E}-(\mathbf{N}_T+\mathbf{N}_S)^{-1}\mathbf{N}_S]\}\mathbf{w} \tag{7}$$

$$\delta\hat{\mathbf{Y}}=-\mathbf{QB}^T\mathbf{N}_S[\mathbf{E}-(\mathbf{N}_T+\mathbf{N}_S)^{-1}\mathbf{N}_S]\mathbf{w} \tag{8}$$

其中

$$\mathbf{Q}=\{\mathbf{B}^T\mathbf{N}_S[\mathbf{E}-(\mathbf{N}_T+\mathbf{N}_S)^{-1}\mathbf{N}_S]\mathbf{B}\}^{-1}$$

现在我们从式（7）出发，来分析一下地面网点坐标的微小变化对联合平差结果的影响。

假设，地面网点的大地坐标含有微变量 $\mathbf{\Delta}_B=[\cdots\cdots,\ \Delta_b,\ \Delta_l,\ \Delta_h,\ \cdots\cdots]^T$，由此引起相应空间直角坐标的变化为 $\Delta_x=[\cdots\cdots,\ \Delta_X,\ \Delta_Y,\ \Delta_Z\cdots\cdots]^T$。考虑到已知关系式：

$$d\mathbf{X}=\mathbf{C}d\mathbf{B} \tag{9}$$

$$\mathbf{C}=\mathrm{diag}[\mathbf{C}_1,\ \mathbf{C}_2\cdots\cdots,\ \mathbf{C}_n]$$

$$\mathbf{C}_i=\begin{pmatrix}-M\sin B\cos L & -N\cos B\sin L & \cos B\cos L\\ -M\sin B\sin L & N\cos B\cos L & \cos B\sin L\\ M\cos B & 0 & \sin B\end{pmatrix}_i$$

$$i=1,2,\cdots\cdots n$$

则由此引起常数项 $\mathbf{w}$ 的变化 Δ_w 为：

$$\mathbf{\Delta}_w=\mathbf{C}\,\Delta_B \tag{10}$$

若以 $\hat{\mathbf{\Delta}}_X=[\cdots\cdots\hat{\Delta}_X,\hat{\Delta}_Y,\hat{\Delta}_Z\cdots\cdots]^T$ 表示微变量 $\mathbf{\Delta}_B$ 通过联合平差模型（7）对平差后参心空间直角坐标的影响，则将式（10）代入式（7）可得：

$$\hat{\mathbf{\Delta}}_X=\mathbf{R}\,\mathbf{C}\,\Delta_B \tag{11}$$

其中

$$\mathbf{R}=-(\mathbf{N}_T+\mathbf{N}_S)^{-1}\mathbf{N}_S\{\mathbf{E}-\mathbf{BQB}^T\mathbf{N}_S[\mathbf{E}-(\mathbf{N}_T+\mathbf{N}_S)^{-1}\mathbf{N}_S]\}$$

相应大地坐标的改正数为：

$$\hat{\mathbf{\Delta}}_B=\mathbf{C}^{-1}\mathbf{RC}\Delta_B \tag{12}$$

以 $\mathbf{B}_T$ 表示地面网的大地坐标值，以 $\hat{\mathbf{B}}_T$、$\overline{\mathbf{B}}_T$ 表示联合平差后相应的平差值和真值，于是联合平差后地面网的大地坐标可写为

$$\hat{\mathbf{B}}_T=\overline{\mathbf{B}}_T+\hat{\mathbf{\Delta}}_B \tag{13}$$

其中，$\overline{\mathbf{B}}_T=\mathbf{B}_T+\Delta_B$

若假设，$\delta\mathbf{b}=\hat{\mathbf{B}}_T-\mathbf{B}_T$，而 $\delta b=[\cdots,\ \delta b,\ \delta l,\ \delta h,\cdots]^T$，则应用式（12）和（13）便得：

$$\delta\mathbf{b}=(\mathbf{E}+\mathbf{C}^{-1}\mathbf{RC})\ \mathbf{\Delta}_B \tag{14}$$

不难理解，若假设 $\mathbf{\Delta}_B$ 为地面网坐标的误差，则 $\delta\mathbf{b}$ 即是卫星网和地面网通过模型（6）平差后，$\mathbf{\Delta}_B$ 引起的地面网大地坐标的残差。其大小反映了 $\mathbf{\Delta}_B$ 对平差结果的影响程度。

据此，下边来进一步分析一下地面网大地高程误差通过联合平差对大地坐标影响的特点。

三、大地高程誤差影响的数字分析

由式（14）可知，残差 $\delta \mathbf{b}$ 的大小，既与 Δ_B 有关，也与系数矩阵（$\mathbf{E}+\mathbf{C}^{-1}\mathbf{RC}$）有关，其间关系极为复杂。为了在数字上说明大地高程误差对联合平差结果的影响情况，这里，我们利用模拟网讨论如下。

假设，卫星网和地面网含有16个分布均匀的公共点，其坐标的真值如表1和表2所列。

表1

点　号	B_T			L_T			H_T
	°	′	″	°	′	″	m
(1)	10	0	0.4492	59	59	58.9476	388.867
(2)	25	0	0.5453	59	59	59.2492	33.339
(3)	40	0	0.6412	59	59	59.5024	81.936
(4)	55	0	0.7368	59	59	59.9112	186.411
(5)	10	0	0.1464	79	59	59.0639	248.491
(6)	25	0	0.2512	79	59	59.4438	376.842
(7)	40	0	0.3558	79	59	59.8024	578.273
(8)	55	0	0.4601	80	0	0.3437	910.425
(9)	9	59	59.7835	99	59	59.1943	433.777
(10)	24	59	59.8919	99	59	59.5943	231.093
(11)	40	0	0.0000	100	0	0.0000	764.931
(12)	55	0	0.1079	100	0	0.6155	787.854
(13)	9	59	59.4016	119	59	59.3316	265.102
(14)	24	59	59.5128	119	59	59.6934	129.487
(15)	39	59	59.6193	120	0	0.0880	728.658
(16)	54	59	59.7256	120	0	0.7193	288.851

表 2

点 号	X_S	Y_S	Z_S
(1)	3141205.519	5440637.855	1100224.645
(2)	2892106.558	5009191.597	2679003.430
(3)	2446457.783	4237315.646	4077944.766
(4)	1833417.123	3175512.342	5201441.690
(5)	1090966.104	6186752.194	1100203.565
(6)	1004525.415	5696539.363	2679142.243
(7)	849765.824	4818883.971	4078272.602
(8)	636859.896	3611475.526	5202046.857
(9)	−1090823.021	6186928.805	1100232.914
(10)	−1004337.896	5696430.605	2679085.212
(11)	−849633.791	4819030.180	4078388.754
(12)	−636704.434	3611406.703	5201936.305
(13)	−3140990.792	5440585.336	1100206.510
(14)	−2891990.595	5009298.549	2679042.899
(15)	−2446556.577	4237773.833	4078361.125
(16)	−1833313.682	3175591.710	5201537.397

以下我们把上列坐标值视为两网单独平差的结果，并利用其方差与协方差的模拟值首先计算了系数矩阵（$\mathbf{E}+\mathbf{C}^{-1}\mathbf{RC}$）的元素值，以便比较大地高程误差与大地经纬度误差对平差结果的影响情况。

不过，考虑到该矩阵的体积较大，在此仅以大地纬度的残差为例，分别就大地经纬度和大地高程误差的影响，列出其中的部分元素值以供参考。

若以$[\delta b_1, \delta b_2, \cdots \delta b_{16}]^T_b$，$[\delta b_1, \delta b_2, \cdots \delta b_{16}]^T_l$和$[\delta b_1, \delta b_2, \cdots \delta b_{16}]^T_h$分别表示地面网纬度、经度和高程误差引起的上述大地纬度的残差向量，则系数矩阵的元素值计算得：

$$
\begin{bmatrix} \delta b_1 \\ \delta b_2 \\ \delta b_3 \\ \delta b_4 \\ \delta b_5 \\ \vdots \\ \delta b_{16} \end{bmatrix}_b = \begin{bmatrix} -.153 & .067 & .035 & -.039 & .109 & & .013 \\ .091 & -.062 & .048 & -.015 & .107 & \cdots & -.017 \\ .037 & .041 & -.067 & .008 & .102 & & -.040 \\ -.009 & .027 & .062 & -.042 & .093 & \cdots & -.063 \\ .103 & .044 & .031 & -.035 & .107 & & -.005 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \ddots & \cdots \\ .019 & -.030 & -.049 & -.026 & -.028 & \cdots & -.036 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta b_1 \\ \Delta b_2 \\ \Delta b_3 \\ \Delta b_4 \\ \Delta b_5 \\ \vdots \\ \Delta b_{16} \end{bmatrix}
$$

$$
\begin{pmatrix} \delta b_1 \\ \delta b_2 \\ \delta b_3 \\ \delta b_4 \\ \delta b_5 \\ \vdots \\ \delta b_{16} \end{pmatrix}_l =
\begin{pmatrix}
.090 & -.012 & -.044 & .037 & .001 & \cdots & -.060 \\
.107 & .004 & -.038 & .044 & .021 & & -.058 \\
.134 & .025 & -.021 & .056 & .031 & & -.066 \\
.169 & .066 & 0.25 & .078 & .058 & \cdots & -.075 \\
.017 & -.025 & -0.29 & .073 & .004 & & -.095 \\
\cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \ddots & \cdots \\
-.015 & .019 & 0.28 & .107 & .114 & \cdots & -.120
\end{pmatrix}
\begin{pmatrix} \Delta l_1 \\ \Delta l_2 \\ \Delta l_3 \\ \Delta l_4 \\ \Delta l_5 \\ \vdots \\ \Delta l_{16} \end{pmatrix}
$$

$$
\begin{pmatrix} \delta b_1 \\ \delta b_2 \\ \delta b_3 \\ \delta b_4 \\ \delta b_5 \\ \vdots \\ \delta b_{16} \end{pmatrix}_h =
\begin{pmatrix}
.084 & .015 & -.064 & -.061 & -.008 & \cdots & .100 \\
.072 & .011 & -.054 & -.056 & .006 & & .082 \\
.056 & .011 & -.042 & -.049 & .017 & & .059 \\
.035 & .008 & -.022 & -.042 & .029 & \cdots & .035 \\
.030 & .008 & -.027 & -.014 & -.021 & & .040 \\
\cdots & \cdots & \cdots & \cdots & & \ddots & \cdots \\
-.062 & -.010 & .044 & .039 & .020 & \cdots & -.086
\end{pmatrix}
\begin{pmatrix} \Delta h_1 \\ \Delta h_2 \\ \Delta h_3 \\ \Delta h_4 \\ \Delta h_5 \\ \vdots \\ \Delta h_{16} \end{pmatrix}
$$

以上系数矩阵，其元素绝对值的平均值依次为 0.071，0.061 和 0.034。

从上列系数矩阵的比较可见，大地高程误差对纬度残差的影响与经纬度误差对纬度残差的影响，虽其系数矩阵的元素值各异，但数量级相同。由此可以予期，如果地面网大地坐标各分量的精度相近，那么，它们通过联合平差各自引起的大地纬度平差值的残差，也将保持为同一数量级。

为了在数字上对此加以说明，我们取地面网大地坐标的中误差如下表所列：

表 3

m_B (″)	m_L (″)	m_H (m)
±0.047	±0.043	±1.487

若将其按正态分布加入表 1 所列地面网的起算坐标值，则可得平差后地面网大地坐标残差的平均值如下（表 4）：

表 4

地面网	m_B (″)	±0.047	–	–
所含之	m_L (″)	–	±0.043	–
中误差	m_H (m)	–	–	±1.487

续表4

平差结	δb (″)	0.005	0.008	0.007
果残差	δl (″)	0.024	0.016	0.003
平均值	δh (ᵐ)	0.029	0.051	0.331

可见，就平差后大地纬度的残差而言，地面网大地高程与大地经纬度误差的影响为同一数量级。

不过，这里应当强调指出，在以上的讨论中，我们是假设，联合平差中所应用的网点坐标的精度信息，正确地描述了它们的实际精度。否则，将对平差的结果产生影响。

在上述模拟网中，如果所采用的网点坐标的方差与协方差不变，而假设大地高程的实际中误差分别为：±4.461m 和±7.435m，则由此计算得，平差后大地坐标的残差平均值为（表5）：

表5

m_H (ᵐ)	±1.487	±4.461	±7.435
δb (″)	0.007	0.023	0.037
δl (″)	0.003	0.008	0.014
δh (ᵐ)	0.331	0.913	1.520

这时，大地坐标残差的变化情况如图1所示。

以上数据表明，在联合平差中，如果高程方差的采用值小于其实际值（或所赋高程的权大于其实际值），则由于大地高程误差而引起的平差后大地坐标的残差将随之线性地增大。

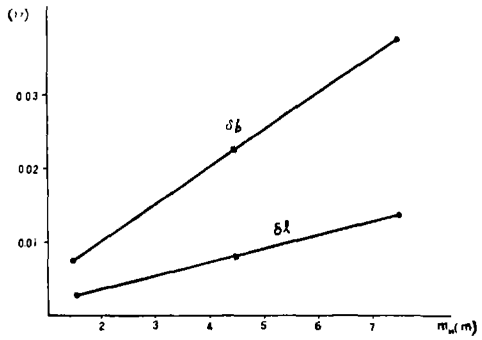

图1　大地经纬度残差的变化

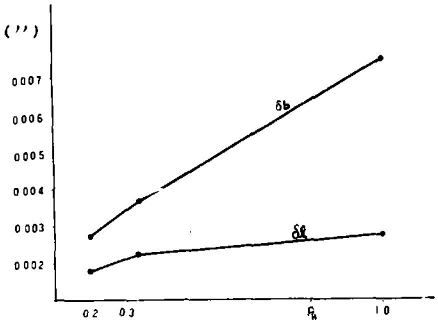

图2　大地经纬度残差的变化

另一方面，如果上述高程方差的采用值大于其实际值，即大地高程所赋的权较实际为小，则由此而引起的残差平均值的变化如表5和图2所示。

表 6

P_H	1.00	0.33	0.20
δb (″)	0.0075	0.0037	0.0028
δl (″)	0.0028	0.0022	0.0018
δh (^{m})	0.331	0.276	0.239

显然，当 m_H 不变时，随着大地高程权值的减小，高程误差对平差后大地坐标残差的影响也将随之减小，其中尤以对大地纬度残差的影响为明显。

综合以上的讨论可得，在三维坐标系进行联合平差时，高程和平面位置观测量的精度具有同样的重要意义。但是，这并不意味着大地高程必须与平面位置的精度相当。这里重要的问题在于，可靠地获得它们各自的精度信息。我们认为，即使大地高程的精度较低，只要能够可靠地确定它们的方差与协方差，一般也应当加以利用。

当大地高程的精度难以可靠地确定时，为了充分地利用在参心（或地心）空间直角坐标系施行联合平差的优点，有人主张对大地高程赋于较小的权[4]。从以上的讨论可知，这样一来，将可能明显地减弱大地高程误差对平差结果的不利影响；当然，与此同时也损失了大地高程所提供的有用信息。不过，这样处理，比起在二维系统完全放弃大地高程这一分量，可能是更为适宜的。

参　考　文　献

[1] Wolf, H., Kombination von Doppler mit terrestrischer Triangulation (RETrig) München, 1981.

[2] Wolf, H., Minutes on the Combining Procedure of Doppler Observations with the RETrig's Phase Ⅲ Munich, 1981.

[3] 崔希璋、刘大杰，我国天文大地网卫星多普勒网联合平差的初步方案《武汉测绘学院学报》，1，1982.

[4] Swiatek, K, Anwendung von Doppler-Satellitenmessungen zur Genauigkeitsverbesserung geodätischer Netze ZfV 2, 1984.

The Effects of the Errors of Geodetic Heights on the Results of Combined Satellite and Terrestrial Net Adjustment

Zhou Zhongmo　Shi Jing　Liu Nailing

Abstract

The accuracies of geodetic heights of terrestrial net are important for selecting of

the approch of combined satellite and terrestrial net adjustment. Starting from the basic mathematical model for the combined adjustment of two nets, a general expression for the effects of small changes in the initial values of geodetic coordinates of terrestrial net on the corresponding adjusted values of the coordinates in the combined adjustment has been derived in this paper. By using a simulative net, the authors computed the corresponding coefficient matrices which represent the effects of the changes in geodetic latitudes, longitudes, and heights on the adjusted values in the combined adjustment. The matrices show that if the accuracies of the components of geodetic coordinates of terrestrial net are nearly on a level with each other, through the combined adjustment the residuals of the adjueted geodetic latitudes induced respectively by the standard errors of the components are held in the same magnitudes 。

According to the results of the numerical calculations and analyses on the simulative net, it comes to the conclusions that the accuracies of either heights or positions in two-dimensinnal space are of the same significance for the combined adjustment in three-dimensional coordinate system, however, it does not mean that the same magnitude of accuracies of the heights and the positions are required 。An important problem lies in reliable acquisition of the information about their accuracies. It is preferable that the combined adiustment should be carried out in three-dimensional coordinate system provided the accuracies of geodetic heights can be reliablely determined, even though the accuracies of geodetic heights are low。

When the determination of the reliable accuracies of heights is difficult, the assignment of a smaller weignt to geodetic heights may significantly weaken the unfavorable effects on the results of the adjustment。It is likely more appropreate to perform the combined adjustment in three-dimensional coordinate syste mthan in two-dimensional space where the components of the heights are abandoned, though the useful information contributed by heights to the adjustment would be lost in a certain extent。