DOI:10.13203/j.whugis1984.02.004

用近邻权法推估重力异常

徐　因

摘　要

本文根据非参数回归理论提出了一种推估空间重力异常的方法，此方法不需要任何假定，计算简单。试算结果表明，其精度与现行的其它方法相符。

在地球形状及其外部重力场的研究中，需要确定一定区域的空间重力异常。从理论上说，地面上每一个需要重力异常的点都应该通过重力测量来确定，但在实际工作中，这是难以做到的。通常我们只能在一些离散点上进行重力测量，由于某种原因，有些地区还没有重力测量资料，即所谓的空白地区。为了满足理论上的要求，只能根据已知点的重力异常，用推估的方法去估计未知点的重力异常，以补充测量资料的不足。这样求得的数值统称推值。由于我们无法确定点p处未知的重力异常 Δg_p 与点 p_i 处已知的重力异常 Δg_i $(i=1,\cdots,n)$ 之间的函数关系式，所以常采用线性推估的方法求出 Δg_p 的推值 $\hat{\Delta}g_p$，即假定

$$\hat{\Delta}g_p=\sum_{i=1}^{n}\alpha_i\Delta g_i \tag{1}$$

将式中 α_i 称为重力异常推值和观测值的相关系数。由于选定这些系数的方法不同，就有不同的推估方法，目前大致有如下几种：

1 解析内插法

利用p点外围的三个已知重力异常的点构成三角形，将点位坐标及重力异常值看作一个三维坐标，用解析几何的方法内插出p点的重力异常推值。

2 代表法：取p点附近一点的已知重力异常值来代表p点的重力异常推值，即

$$\hat{\Delta}g_p=\Delta g_1$$

3 平均值法

取p点附近点的已知重力异常值的平均值作为p点的重力异常推值。即

$$\hat{\Delta}g_p=\frac{1}{r}\sum_{i=1}^{r}\Delta g_i$$

以上三种方法都不是很理想的方法，但是在很多情况下仍只能应用这些方法。

4 最小二乘推估法

为了求定式（1）中的系数 α_i（$i=1,\cdots,n$）的最佳值，可以在均方误差最小的条件

本文1984年5月收到

下进行解算，即令

$$E\,(\Delta g_p-\widehat{\Delta g}_p)^2$$

最小，在此条件下求得 Δg_p 的推值为：

$$\widehat{\Delta g}_p=(c_1c_2\cdots c_n)\begin{pmatrix}c_{11} & c_{12} & \cdots & c_{1n}\\ c_{21} & c_{22} & \cdots & c_{2n}\\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots\\ c_{n1} & c_{n2} & & c_{nn}\end{pmatrix}^{-1}\begin{pmatrix}\Delta g_1\\ \Delta g_2\\ \vdots\\ \Delta g_n\end{pmatrix}$$

其中 c_{ik}（$i,k=1,2,\cdots,n$）是距离为 $S=\overline{ik}$ 的一对点的重力异常乘积的数学期望 $E(\Delta g\,\Delta g')$，称为重力异常的协方差函数，它是距离的函数，可记为 $c(s)$；c_i（$i=1,\cdots,n$）是相应于距离为 $S=\overline{pi}$ 的协方差。重力异常的协方差函数的严密表达式是很难准确求得的，只能在一些假定下根据地面上有限的重力测量资料去推求，且有一定的局限性。要将全国各地区的协方差函数都求出来，需要大量的已知数据，这是难以办到的。为此，需要寻求一个不需要许多假设、计算简便、而又具有一定精度的推估方法。

1977年，C. Stone 在他的论文中提出了非参数回归——权函数方法，简单介绍如下：

设有自变量X，因变量Y，Y对X的回归函数定义为

$$m(x)=E(Y\mid X=x)$$

这正是 $X=x$ 时，Y的条件数学期望。现在要利用一组独立观察值 $(X_1,\ Y_1)$，$(X_2,\ Y_2)$，$\cdots$ $(X_n,\ Y_n)$ 对指定的 x 估计 $m(x)$。

如果在样本 $X_1,\ \cdots,\ X_n$ 中有一些恰为 x，设为 $X_{n1}=X_{n2}=\cdots=X_{nr}=x$，则相应的 Y_{n1}，$Y_{n2}\cdots Y_{nr}$ 相当于从条件分布 $Y\mid X=x$ 中抽出的样本，而 $m(x)$ 正是这条件分布的数学期望，这时 $m(x)$ 有自然的估计

$$\hat{m}_n(x)=\frac{1}{r}\sum_{i=1}^{r}Y_{ni}$$

但一般不一定有 X_{ni} 恰好等于 x，则可给出一个范围 $\rho>o$，把满足 $\|X_i-x\|\leqslant\rho$ 的 X_i 选出，设为 X_{n1}，$\cdots X_{nr}$，相应的有 Y_{n1}，$\cdots$，Y_{nr}，仍用

$$\hat{m}_n(x)=\frac{1}{r}\sum_{i=1}^{r}Y_{ni}$$

估计 $m(x)$。

这种估计方法可看成是，在全部样本点中与 X_{n1}，$\cdots$，X_{nr} 所对应的 Y_{n1}，Y_{n2}，$\cdots$，Y_{nr} 各有权 $\frac{1}{r}$，其余点的权为 o，这相当于在以 x 为中心，ρ 为半径的球内的点，有相同的权；而球外点的权为 o。上述方法可推广至一般情形，即认为每一个样本点都有一定作用，其作用大小可用权函数

$$W_{ni}(x;\ X_1,\ \cdots,\ X_n)=W_{ni}(x)$$

来刻划。一旦给出 $W_{ni}(x)$，就可用

$$\hat{m}_n(x)=\sum_{i=1}^{n}W_{ni}(x;\ X_1,\ \cdots,\ X_n)Y_{ni}$$

估计 $m(x)$。

$W_{ni}(x)$常满足 $1°\ W_{ni}(x) \geqslant 0$

$$2°\ \sum_{i=1}^{n} W_{ni}(x) = 1$$

称为概率权，但权函数并不必须是概率权。常用的确定$W_{ni}(x)$的方法有两种类型：

1、核函数（Kernel function）型

给定实函数$K(x)$（若X是d维的，则$K(x)$定义在R^d上），及“窗宽”（Window—Width）$h_n > o$。

令

$$W_{ni}(x;\ X_1, \cdots, X_n) = \frac{K\left(\frac{x - X_i}{h_n}\right)}{\sum_{j=1}^{n} K\left(\frac{x - X_j}{h_n}\right)}$$

$K(x)$称为核函数。

通常应用的核函数为R^d上的一个非负函数，且$\int_{R^d} K(x)dx = 1$（实质上只要此积分非零有限即可）。最常用的是“均匀核”（Uniform Kernel）

$$K(x) = \begin{cases} 1 & 当\ \|x\| < 1 \\ 0 & 当\ \|x\| \geqslant 1 \end{cases}$$

这个函数表示，当$\|x - X_i\| \geqslant h_n$时$W_{ni}(x) = 0$，即只有离x很近的几个点才能起作用。

2、近邻法（Nearest Neighbor）

给定一个自然数$k \leqslant n$，以及k个正整数$c_{n1} > c_{n2} > c_{n3} > \cdots > c_{nk} > 0$，要求$c_{n1} + c_{n2} + \cdots + c_{nk} = 1$。在$R^d$中引进适当的距离$\|x - x'\|$，将$X_1$，$X_2$，…，$X_n$按照与x的距离重新排列，设为

$$X_{n1},\ X_{n2},\ \cdots,\ X_{nk},\ \cdots,\ X_{nn}$$

即有

$$\|X_{n1} - x\| < \|X_{n2} - x\| < \cdots < \|X_{nn} - x\|$$

然后给予X_{ni}对应的Y_{ni}以权

$$W_{ni}(x;\ X_1,\ \cdots,\ X_n) = C_{ni} \quad i = 1,\ \cdots,\ k$$

其余为0。由此以

$$\hat{m}_n(x) = \sum_{i=1}^{n} W_{ni}(x) Y_{ni} = \sum_{i=1}^{k} C_{ni} Y_{ni}$$

估计$m(x)$。

如果其中有与x等距的点，例如

$$\|X_{n1} - x\| = \|X_{n2} - x\| = \|X_{n3} - x\| < \|X_{n4} - x\| = \|X_{n5} - x\| <$$
$$< \|X_{n6} - x\| \cdots < \|X_{nk} - x\|$$

则定X_{n1}，X_{n2}，X_{n3}各有权$\frac{C_{n1} + C_{n2} + C_{n3}}{3}$；$X_{n4}$，$X_{n5}$各有权$\frac{C_{n4} + C_{n5}}{2}$。这k个点

称为 x 的"k 近邻"(kNN)。一个特例是

$$C_{n1}=C_{n2}=\cdots=C_{nk}=\frac{1}{k}$$

这时 $\hat{m}_i(x)$ 为 x 的 k 近邻之Y值，Y_{n1}，Y_{n2}，…，Y_{nk} 的算术平均，称为"kNN"平均值。

关于近邻估计的精度。1981年 Dovroye 得到的关于非参数回归近邻估计强相合性的结果是：

对于 $C_{ni}>0$ $\quad \sum\limits_{i=1}^{k} C_{ni}=1$

当 $\frac{k_n}{n}\longrightarrow 0$ $\quad \frac{\log n}{k_n}\longrightarrow 0$

$$\max_{1\leqslant i\leqslant k_n} C_{ni}\leqslant\frac{c}{k_n} \qquad (c\text{与}n\text{无关})$$

且Y有界

则 $\hat{m}_n(X)\longrightarrow m(X)$ a.s.

另一方面，我们也可以从预测风险来看近邻权方法的推估效果。

设给了X之值 x，要预测Y。现引进损失函数L(y，a)，这表示用 a 去预测 Y 的损失，若用

$$\delta(X)=\delta(X;\ X_1,\ Y_1,\ X_2,\ Y_2,\ \cdots X_n,\ Y_n)$$

作为预测函数，在给定X＝x 时，称

$$E\{L(Y,\ \delta_{(x)})\mid X=x\}=\int_{-\infty}^{+\infty}L(y,\delta(x))dF_x(y)$$

为 δ(X)在X＝x 时的条件风险（后验风险），它是 x 的函数，可记为 r(x)。其中 $F_x(y)$ 为 $Y\mid X=x$ 的分布函数。然后对X取平均得

$$R_\delta=\int_{R^d}\left[\int_{-\infty}^{+\infty}L(y,\delta(x))dF_x(y)\right]dQ(x)$$

称为 δ(X)的风险函数。其中 Q(x)为X的分布函数。若有 $\delta^*(X)$满足

$$R^*=E[L(Y,\delta^*(X)]=\inf_{\delta} R_\delta$$

则称 $\delta^*(X)$为 Bayes 预测，其风险函数 R^* 称为 Bayes 风险。并有条件风险为 $r^*(x)$。

若用平方损失函数，即 $L(y,a)=(y-a)^2$时，可知 $\delta^*(x)=m(x)=E(Y\mid x)$时风险最小。

现在我们用近邻权方法做出预测函数

$$\delta_n(x)=\delta_n(x;\ X_1,\ Y_1,\ \cdots,\ X_nY_n)$$

其风险

$$R_{\delta_n}=E[Y-\hat{m}_n(x)]^2=E\{(Y-m(x)]+[m(x)-\hat{m}_n(x)]\}^2$$

$$=E[Y-m(x)]^2+E[m(x)-\hat{m}_n(x)]^2+$$

$$+2E\{[m(x)-\hat{m}_n(x)][Y-m(x)]\}$$

$$=R+J_{2n}+2J_{3n}$$

其中第三项可写作

$$J_{3n}=E\{E[m(x)-\hat{m}_n(x)][Y-m(x)]\mid X=x]\}$$

由于$E(Y\mid X=x)=m(x)$ 所以$J_{3n}=0$

由C. Stone的均方相合性定理可知，若$\{W_{ni}(x)\}$为概率权函数，当$W_{ni}(X)$满足条件

1°存在常数C，使对任意非负可测函数f(x)都有

$$E\{\sum_{i=1}^{n}W_{ni}(X)f(X_i)\}\leqslant CEf(X)$$

2° 用$I_A(x)$表示函数

$$I_A(x)=\begin{cases}1 & x\in A\\ 0 & x\overline{\in} A\end{cases}$$

当$n\to\infty$时，对于任何$\varepsilon>0$

$$\sum_{i=1}^{n}W_{ni}(X)\,I_{(\|X_i-X\|>\varepsilon)}(x)\xrightarrow{P}0$$

3° 当$n\longrightarrow\infty$

$$\max_{1\leqslant i\leqslant n}W_{ni}(X)\xrightarrow{P}0$$

时

$$\lim_{n\to\infty}J_{2n}=0$$

故有

$$\lim_{n\to\infty}R_{\delta n}=R^*$$

对于近邻权之特例

$$C_{n1}=C_{n2}=\cdots=C_{nk}=\frac{1}{k}$$

其

$$\delta_n(X)=\frac{1}{k}(Y_{n1}+Y_{n2}+\cdots+Y_{nk})$$

这时

$$R_{\delta_n}=E\left[\left(Y-\frac{1}{k}\sum_{i=1}^{k}Y_{ni}\right)^2\right]=E\left\{E\left[\left(Y-\frac{1}{k}\sum_{i=1}^{k}Y_{ni}\right)^2\mid X=x,X_{ni}=x_{ni}\quad i=1,\cdots,k\right]\right\}$$

即 $$r_n(x,x_{n1},x_{n2},\cdots x_{nk})=E\left\{\left(Y-\frac{1}{k}\sum_{i=1}^{k}Y_{ni}\right)^2\mid x,x_{n1},x_{n2},\cdots,x_{nk}\right\}$$

$$=\sigma^2(x)+\mu_1^2(x)+\frac{1}{k^2}\sum_{i=1}^{k}[\sigma^2(x_{ni})+\mu_1^2(x_{ni})]-2\frac{1}{k}\mu_1(x)\sum_{i=1}^{k}\mu_1(x_{ni})$$

$$+\frac{2}{k^2}\sum_{i<j}^{k}\mu_1(x_{ni})\mu_1(x_{nj})$$

$$=[\mu_1(x)-\frac{1}{k}\sum_{i=1}^{k}\mu_1(x_{ni})]^2+\sigma^2(x)+\frac{1}{k^2}\sum_{i=1}^{k}\sigma^2(x_{ni})$$

其中$\sigma^2(x)\triangleq Var(Y|x)$，$\mu_1(x)\triangleq E(Y|x)$。因此如果$\mu_1(x)$，$\sigma^2(x)$连续，那么由$X_{ni}\longrightarrow X$ a.s. $(n\to\infty)$ $i=1,\cdots,k$知

$$\lim_{n\to\infty} r_n(x,x_{n1},x_{n2},\cdots,x_{nk})=\left(1+\frac{1}{k}\right)\sigma^2(x)=\left(1+\frac{1}{k}\right)r^*(x)\ \text{a.s.}$$

如果再加上适当的条件（保证能使用控制收敛定理），可得出

$$\lim_{n\to\infty} R_{\delta_n}=\lim_{n\to\infty} E\,r_n(X)=\left(1+\frac{1}{k}\right)R^*$$

由此可见，在一定条件下，即使只从n个观测值中选用了离x最近的一个X_{n1}所对应的Y_{n1}预测Y（称为最近邻预测）其风险也只是最小风险的两倍。

如前所述，用近邻权方法解决问题，对总体X，Y没有要求和约束，且做法简便。当要预测的Y有界；观测值较多，能够选用的余地较大时，精度比较好。即使在观测值较少时，也可以保证风险有限。因此这个方法可以用于重力异常的推估。

一点处的重力异常，是由该点处的地质、地理因素决定的。但对于未经实地测量的点，我们只能认为它是随着点位的不同而改变的。为此可将重力异常Δg看作是因变量，而将点位坐标构成的二维向量$X=(X^{(1)},X^{(2)})'$看作是自变量。待推估重力异常的点P的坐标是已知的，设为$X_p=(x_p^{(1)},x_p^{(2)})'$。这正相当于给定了$X=x$要预测Y。再引进$R^2$中的距离，若M，N二点的坐标分别为$X_M$，$X_N$

则
$$\|X_M-X_N\|=\sqrt{(X_M^{(1)}-X_N^{(1)})^2+(X_M^{(2)}-X_N^{(2)})^2}$$

就可以根据已知重力异常点与P点的距离来决定权函数。这从地球物理意义上看也是容易理解的。当两点接近时，它们同时受到地壳内部某些异常质量的影响，因此重力异常比较接近，从而它们的大小和符号有相同的倾向，当两点远离时，两点各受地壳内不同异常质量的影响，它们的重力异常大小和符号就可能不同。为此我们考虑用近邻权方法推估重力异常是合理的。事实上，现有的重力异常推估方法中的代表法，正是近邻权方法取$k=1$的情形，也就是最近邻预测。而取几个已知重力异常值的平均值作为推值的方法，恰好就是“kNN”平均值。

用近邻权法推估重力异常的具体作法如下：

根据已有的重力异常成果，选取与P点相距最近的k个点，将它们按与P点的距离大小排列，设为

$$P_{n1},\ P_{n2},\ P_{n3}\cdots P_{nk}$$

若 P_{ai} 点的坐标为 X_{ai}（$i=1, \cdots, k$），应有

$$\| X_{a_1} - x_p \| < \| X_{a_2} - x_p \| < \cdots < \| X_{a_k} - x_p \|$$

对应的重力异常为

$$\Delta g_{a_1}, \Delta g_{a_2}, \cdots, \Delta g_{a_k}$$

然后根据距离之比确定 k 个常数

$$C_{a_1} > C_{a_2} > C_{a_3} > \cdots > C_{a_k} > 0$$

并使

$$\sum_{i=1}^{k} C_{a_i} = 1$$

将这些常数 C_{ai}（$i=1, \cdots, k$）作为权函数分配给 P_{ai} 点处的重力异常。即

$$W_{a_i}(x; X_1, X_2, \cdots, X_n) = C_{a_i} \quad i=1, \cdots, k$$

其余为 o。于是，P 点处的重力异常推值为

$$\hat{\Delta g}_p = \sum_{i=1}^{k} C_{a_i} \Delta g_{a_i}$$

为了检验上述方法的适用性，我利用了已有的重力资料进行推估试算。并与现有方法计算的结果进行比较。如

在计算中取

$$C_{a_i} = \frac{\dfrac{1}{\| X_{a_i} - x_p \|}}{\sum_{j=1}^{k} \dfrac{1}{\| X_{a_j} - x_p \|}} \qquad i=1, \cdots, k$$

这 时 $C_{a_i} > o$，它随点与 P 点的距离的增大而减小，并有

$$\sum_{i=1}^{k} C_{a_i} = 1$$

表一

组号	点名	$\| X_{ai} - x_p \|$ 公里	C_{ai}	Δg 毫伽	$\hat{\Delta g}_p$		$v = \hat{\Delta g}_p - \Delta g_p$
1	p_{a1}	6.8	0.70	+11.1	最小二乘推估	+4.9	0.9
	p_{a2}	28.6	0.16	−21.5	平均	−8.8	−12.8
	p_{a3}	32.7	0.14	−16.1	解析法	+7.7	−3.7
	p			+4.0	近邻权法	+2.1	−1.9

续表

2	p_{a1}	14.0	0.40	−102.6	最小二乘	−90.1	+6.0
	p_{a2}	15.5	0.36	−82.4	平　均	−87.9	+8.2
	p_{a3}	22.8	0.24	−78.9	解　析	−92.2	+3.9
	p			−96.1	近　邻	−89.6	+6.5
3	p_{a1}	5.2	0.58	−25.1	最小二乘	−12.3	+4.6
	p_{a2}	11.8	0.25	−18.3	平　均	−6.7	+10.2
	p_{a3}	17.8	0.17	−23.2	解　析	−1.9	+15.0
	p			−16.9	近　邻	−15.2	+1.7
4	p_{a1}	2	0.48	−86.9	最小二乘	−85.6	+1.0
	p_{a2}	4.1	0.24	−83.4	平　均	−75.3	+11.3
	p_{a3}	8.0	0.12	−91.6			
	p_{a4}	8.9	0.11	−65.2			
	p_{a5}	18.7	0.05	−49.8			
	p			−86.6	近　邻	−82.4	+4.2
5	p_{a1}	4.1	0.36	−95.7	最小二乘	−98.2	−2.1
	p_{a2}	6.0	0.25	−100.2	平　均	−91.3	+5.8
	p_{a3}	7.6	0.20	−90.2			
	p_{a4}	9.3	0.16	−89.6			
	p_{a5}	57.9	0.03	−80.9			
	p			−96.1	近　邻	−94.3	+1.8
6	p_{a1}	2.0	0.51	−86.9			
	p_{a2}	4.1	0.25	−83.4			
	p_{a3}	8.0	0.13	−91.6			
	p_{a4}	8.9	0.11	−65.2			
	p			−86.6	近　邻	−84.2	+1.4
7	p_{a1}	4.1	0.37	−95.7			
	p_{a2}	6.0	0.26	−100.2			
	p_{a3}	7.6	0.20	−90.2			
	p_{a4}	9.3	0.17	−89.6			
	p			−96.1	近　邻	−94.7	+1.4

表二

组号	点名	$\|\|X_{ai}-x_p\|\|$ 公里	C_{ai}	Δg 毫伽	$\hat{\Delta g}_p$ 近邻法	$v=\hat{\Delta g}_p-\Delta g_p$
8	p_{a1}	6	0.31	−17.4		
	p_{a2}	6.9	0.27	−22.5		
	p_{a3}	8.4	0.22	−22.1		
	p_{a4}	9.4	0.20	−10.0		
	p			−19.4	−18.3	+1.1
9	p_{a1}	3.1	0.48	−29.5		
	p_{a2}	6.9	0.21	−19.4		
	p_{a3}	8	0.18	−22.1		
	p_{a4}	1.1	0.13	−37.6		
	p			−22.5	−27.1	−4.6
10	p_{a1}	3.6	0.40	−17.3		
	p_{a2}	4.4	0.32	−4.4		
	p_{a3}	5.0	0.28	−17.4		
	p			−9.6	−13.2	−3.6
11	p_{a1}	4.3	0.46	−9.8		
	p_{a2}	6.4	0.30	+14.3		
	p_{a3}	8.3	0.24	−26.3		
	p			−15.0	−6.5	+8.5
12	p_{a1}	3.9	0.41	+3.4		
	p_{a2}	7.2	0.23	+24.7		
	p_{a3}	8.4	0.19	−33.9		
	p_{a4}	9.5	0.17	+30.5		
	p			+9.9	+5.8	−4.1
13	p_{a1}	3.6	0.34	+4.0		
	p_{a2}	4.1	0.30	+21.1		
	p_{a3}	6.0	0.20	+48.9		
	p_{a4}	7.8	0.16	+8.4		
	p			+27.5	+18.8	−8.7

续表

14	p_{a1}	6.0	0.31	+3.4		
	p_{a2}	6.6	0.28	−49.4		
	p_{a3}	9.0	0.21	−17.8		
	p_{a4}	9.5	0.22	+3.4		
	p			−16.8	−15.8	+1.0
15	p_{a1}	7.0	0.28	+32.3		
	p_{a2}	7.7	0.25	+8.4		
	p_{a3}	8.2	0.24	−18.6		
	p_{a4}	8.5	0.23	+21.1		
	p			+4.5	+11.5	+7.0
16	p_{a1}	11.6	0.35	+22.2		
	p_{a2}	12.3	0.33	+30.5		
	p_{a3}	13.1	0.32	+28.5		
	p			+32.7	+27.0	−5.7
17	p_{a1}	11.4	0.37	+8.4		
	p_{a2}	11.5	0.36	+30.5		
	p_{a3}	15.5	0.27	+0.8		
	p			+21.1	+14.3	−6.8
18	p_{a1}	9.0	0.39	−22.6		
	p_{a2}	11.1	0.32	−22.5		
	p_{a3}	12.4	0.29	−49.4		
	p			−37.6	−30.3	+7.3
19	p_{a1}	17.3	0.35	−0.2		
	p_{a2}	18.1	0.34	−37.6		
	p_{a3}	19.8	0.31	−19.4		
	p			−16.8	−18.9	−2.1
20	p_{a1}	12.8	0.22	+14.3		
	p_{a2}	13.4	0.21	+2.6		
	p_{a3}	13.5	0.21	−33.9		

续表

20	p_{a4}	14.6	0.19	+10.9		
	p_{a5}	17.0	0.17	−11.3		
	p			−3.3	−3.3	0
21	p_{a1}	8.9	0.44	+38.9		
	p_{a2}	11.6	0.34	+32.7		
	p_{a3}	18.1	0.22	−26.3		
	p			+22.2	+22.4	+0.2
22	p_{a1}	10.2	0.40	−1.4		
	p_{a2}	12.9	0.32	−24.8		
	p_{a3}	14.5	0.28	+30.5		
	p			+4.5	+0.4	−4.1
23	p_{a1}	10.7	0.41	−19.4		
	p_{a2}	14.5	0.31	+9.9		
	p_{a3}	15.7	0.28	−49.4		
	p			−9.6	−18.7	−9.1
24	p_{a1}	20.4	0.23	+27.5		
	p_{a2}	22.8	0.20	−36.3		
	p_{a3}	23.6	0.20	+10.9		
	p_{a4}	24.5	0.19	−33.9		
	p_{a5}	25.4	0.18	+32.7		
	p			+3.4	+0.7	−2.7
25	p_{a1}	19.9	0.37	−37.6		
	p_{a2}	21.5	0.34	−15.0		
	p_{a3}	25.7	0.29	+22.2		
	p			−17.4	−12.6	+4.8
26	p_{a1}	21.0	0.40	+21.1		
	p_{a2}	26.2	0.32	−15.0		
	p_{a3}	29.2	0.28	+38.9		
	p			+9.9	+14.5	+4.6

续表

27	p_{a1}	21.7	0.26	+11.8		
	p_{a2}	22.0	0.26	+21.1		
	p_{a3}	22.2	0.25	−16.7		
	p_{a4}	24.1	0.23	+44.4		
	p			+10.9	+14.6	+3.7
28	p_{a1}	20.4	0.36	−40.4		
	p_{a2}	21.1	0.34	−15.0		
	p_{a3}	24.6	0.30	−37.6		
	p			−33.9	−30.9	+3.0
29	p_{a1}	20.6	0.38	−24.8		
	p_{a2}	22.2	0.36	+24.6		
	p_{a3}	30	0.26	−15.0		
	p			+8.4	−4.5	−12.9
30	p_{a1}	21.3	0.38	+10.9		
	p_{a2}	24.4	0.33	−20.7		
	p_{a3}	28.0	0.29	−10.0		
	p			−16.8	−5.6	+11.2

在以上30个点的推估试算中，前 5 个点采用了与现行方法相同的数据，以便进行比较。后面的25个点，则是独立地，随机地选取的。并有意选取距 P 点10公里以下；10公里至20公里；以及20公里至30公里的点进行试算，以便观察在不同距离时的推估效果。可见，随着距离增长，精度是有所下降的。算得以上30个点的均方根差为

$$m=\sqrt{\frac{[vv]}{n}}\left(=\sqrt{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}v_i^2}\right)=5.56\text{毫伽}$$

根据以上的分析和试算结果可见，与现行的推估方法（平均值法，解析法和最小二乘推估法）相比，近邻权法的主要优点是：首先它不需要很多假设，也不需要很多已知数据；计算简便。其次，从近邻权法推估的精度看，它优于平均值法和解析法，与最小二乘推估法接近。因此近邻权法在重力异常推估中有一定的实用价值。

本文得到了宁津生副教授的帮助，谨此表示感谢。

参考文献

〔1〕 管泽霖、宁津生：地球形状及外部重力场，测绘出版社，1981.

〔2〕 陈希孺、陈桂景、赵林城、白志东：非参数回归与非参数判别，中国科技大学资料，1983.

Prediction of Gravity Anomalies by Nearest Neighbor

Xu Ying

Abstract

In this paper a method of prediction of point free-air anomalies, based on the theory of nonparametric regression, is proposed.

In this method no assumption of model is needed and its caculation is very simple. The result of some computation examples shows that the accuracy of this method is consistent with the other methods used in present time.