DOI:10.13203/j.whugis1960.01.001

城市控制網必要精度的研究

·工程测量系·

前　言

关于城市测量控制网应具有的精度問題，我国1959年城市測量規范（草案）中，对于三角网規定：二，三，四等三角网点对于相邻三角点而言的点位中誤差，分别不应超过9，7，5cm，对于水准网則規定：互为最远点間的高程中誤差不应超过 3 cm，苏联出版的城市建設测量学中也有这一方面的規定。对于这些規定，据我們所知，还未見有充足理論根据的說明，这个情况对于指导生产，对于进行教学，对于多快好省地建設社会主义，都是不利的。我們之所以进行这項研究，就是为了在解决这个問題方面提出一些意見。

这項研究是在党的領导下师生合作来进行的，是在学习了党的八屆八中全会文件后，师生反右傾，鼓干劲貫彻总路綫的結果，它充分說明了党的群众路綫在科学研究工作上的胜利。

本文的研究是根据城市規划及城市中工程建筑物的設計和施工对城市控制网的要求来进行的。平面控制网的用途，一个是为了测图，另一个是作为城市工程建筑物放样定綫的依据。在工程建筑物的放样中最重要的是道路中心綫的放样，因为有了道路中心綫之后，即可根据此中心綫进行街坊及地下管道的放样。所以本文的第一部份是研究城市大比例尺测图对城市平面控制网精度的要求，第二部分是研究道路中心綫（以及街坊和管道）的放样对城市平面控制网的要求。

本文的第三部分則是研究城市水准网必要的精度。在城市的建筑物中以下水管道对于高程的要求为最高，所以第三部分是研究下水管道的放样对城市水准网精度的要求。

在进行这項研究的过程中，为了了解規划設計及施工单位对城市测量的要求，曾經訪問了武汉市的工程机关。此外，又訪問了武汉市的勘测单位。特在此表示感謝他們对我們的帮助。

以下分三个部分来論証城市平面及高程控制网必要的精度。

(一)城市大比例尺测图对城市平面控制网精度要求

城市平面控制网最低等三角点是Ⅳ等三角点，平均边長为2.5Km在1/500比例尺图上有5米長，两点相隔約有10幅图。为了滿足城市建筑区1/500比例尺测图的需要，通常，还要在三角点間敷設Ⅰ、Ⅱ級导綫和經緯仪图根导綫。但在建筑物較多較为复杂的地区（如武汉市）来說还是不够。在三角点間要敷設Ⅰ、Ⅱ、Ⅲ級导綫和图根經緯仪导綫才能全部滿足测图的控制。由于逐級加密，誤差会积累起来，控制点的等級愈低，誤差的积累愈大。如果三角点的点位誤差太大，那么他所控制的低等級的控制点的精度就可能太低而不能保証 1:500比例尺测图的精度。根据这样的道理，如果使图上由某一图根控制点J_1（图 1 ）测得一重要地物点K，K点对于

※ 1960年1月收到

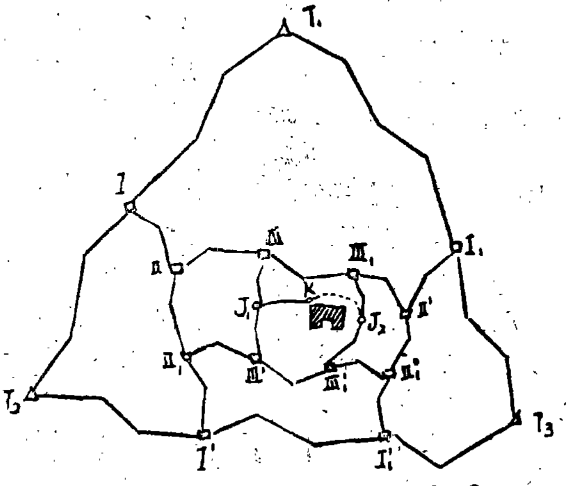
附近另一图根控制点J_2的誤差应不超过一定的数值ε，以保証設計人用图的要求，就要求图根点的点位誤差不应超过一定的范围。由于图根导綫是附合在一、二、三級导綫点上，一、二、三級导綫又附合在Ⅳ等三角点上，因而，可以根据适当的方法求得城市建筑区平面控制网Ⅳ等三角点相邻点点位中誤差的数値来。

现在，我們进行具体的分析：

（一）首先認为在三角点之間敷設有Ⅰ、Ⅱ、Ⅲ級导綫和經緯仪导綫。Ⅰ級导綫附合在Ⅳ級三角网最弱边上，低級导綫附合在高級导綫点上，然后在經緯仪导綫最弱点J处观测一点K，并使K点对于邻近別的图根控制点J_2的誤差在图上不超过一定量ε。

（二）我們規定地物点K对于图根控制点J_1的誤差在图上为$\varepsilon=0.4$mm。因为用肉眼判别图上一綫段長度的中誤差为0.2mm，由于还有其他不可避免的誤差的影响，因而設計人图解的誤差是0.4mm，所以規定$\varepsilon=0.4$mm，使测图的精度与图解精度相适应是合理的。其次，从清华大学对1：1000，1：5000比例尺测图方法比較的資料中可以看出，1：1000和1：5000比例尺测图，重要地物点的点位中誤差为0.4mm，次要地物点的点位中誤差为0.6mm。对1:500测图而言，規定$\varepsilon=0.4$mm，也可認为是恰当的。又由于設計人所用的地形图不是地形原图，而是經过描繪复晒的蓝图，再由設計单位描繪复晒而拼接糊裱起来的整幅的地图，根据工业企业中的测量工作一书的作者盖尔儒拉的分析，上述过程所产生的誤差，較测图产生的誤差还大。因此，如果再提高测图的精度，对設計人来說并沒有多大作用，而且根据他的分析，地物点对于图根控制点由于测图而产生的点位中誤差为±0.36mm。因此，如果把ε的規定再提高，在测量上也不容易达到。但如果把ε規定放寬，那就等于降低图的精度要求来考虑建立平面控制，因此，可認为是不恰当的。

（三）根据ε和测量的誤差来求图根控制点的点位中誤差。如图1所示，假定地物点K是由經緯仪导綫最弱点J_1所测的，K对于J_1的点位誤差为t_1，K点对于另一图根控制点J_2的中誤差为t_2，J_1相对于J_2的点位中誤差为$t_{1,2}$。



推导城市测区导线佈置示意图

图 1

因为誤差t包含t_1和$t_{1\cdot2}$的誤差，所以$t^2=t^2_1+t^2_{1\cdot2}$，$t^2_{1\cdot2}=t^2-t^2_1$。

由于图上展点的誤差为0.1mm，图上两点由于图解而产生的点位誤差$t_0=\sqrt{2}\times0.1$mm

$$\because t^2+t^2_0=\varepsilon^2$$

$$\therefore t=\sqrt{\varepsilon^2-t_0^2}=\sqrt{0.4^2-0.02}$$

$$t=0.37\text{mm}$$

在1/500比例尺测图时，t在图上的誤差相当于地面上为18.7cm。

誤差t_1包含量距的誤差m_s和测角的誤差m_α。

$$t^2_1=m_S^2+s^2\left(\frac{m_\alpha}{\rho'}\right)^2$$

在1/500比例尺测图时，对重要地物点，如果其長度S＝50米，距离丈量的中誤差ms＝±2cm。又因为

$m_\alpha^2 = m^2_{对中} + m^2_{置平} + m^2_{定向} + m^2_{照准} + m^2_{划方向线} + m^2_{标尺不垂直}$ 从誤差等影响的原則出发，上述各种方向誤差的最大值为m＝1′

則 $m^2_\alpha = 6m^2 = 6'$

所以 $t_1 = \sqrt{2^2 + 5000^2\left(\frac{\sqrt{6'}}{3438}\right)^2} = \sqrt{17}\ cm$

将t和t_1之值代入公式$t_{1,2} = \sqrt{t^2 - t_1^2}$即可求得

$t_{1\times 2} = \pm\sqrt{350-17} = 18.3cm$

（四）根据$t_{1,2}$的大小求相邻两三角点点位中誤差m_{TT}之大小

	經緯仪导綫	Ⅲ級导綫	Ⅱ級导綫	Ⅰ級导綫
設：各級导綫点平均的点位中誤差分别为………	m_J	$m_{Ⅲ}$	$m_{Ⅱ}$	$m_{Ⅰ}$
各級导綫最弱点的点位中誤差分别为………	(m_J)	$(m_{Ⅲ})$	$(m_{Ⅱ})$	$(m_{Ⅰ})$
各級导綫点的相对点位中誤差分别为………	$t_{1.2}$	$m_{ⅢⅢ}$	$m_{ⅡⅡ}$	$m_{ⅠⅠ}$
各級导綫的閉合差为………………………	f_J	$f_{Ⅲ}$	$f_{Ⅱ}$	$f_{Ⅰ}$

(1)因为导綫中点的点位誤差最大，根据誤差的性質可得：

$$\left.\begin{aligned}(m_J) &= 2m_J\\ (m_{Ⅲ}) &= 2m_{Ⅲ}\\ (m_{Ⅱ}) &= 2m_{Ⅱ}\\ (m_{Ⅰ}) &= 2m_{Ⅰ}\end{aligned}\right\}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (1-1)$$

(2)根据誤差传播定律可得：

$$\left.\begin{aligned}t_{1.2} &= \sqrt{2}\ m_J\\ m_{ⅢⅢ} &= \sqrt{2}\ m_{Ⅲ}\\ m_{ⅡⅡ} &= \sqrt{2}\ m_{Ⅱ}\\ m_{ⅠⅠ} &= \sqrt{2}\ m_{Ⅰ}\end{aligned}\right\}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (1-2)$$

(3)根据契巴塔廖夫教授証明：导綫平差后中点的中誤差，較平差前导綫端点的閉合差的精度提高到2.5倍。所以将各級导綫的閉合差与平差后导綫最弱点的中誤差的关系为：

$$\left.\begin{aligned}f_J &= 2.5\ (m_J)\\ f_{Ⅲ} &= 2.5\ (m_{Ⅲ})\\ f_{Ⅱ} &= 2.5\ (m_{Ⅱ})\\ f_{Ⅰ} &= 2.5\ (m\ \ )\end{aligned}\right\}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (1-3)$$

(4)根据阿格罗斯金教授的分析，附合在两高級点上的导綫閉合差的大小，除了測量本身的誤差以外，还受高級点起始数据的誤差的影响。为了使起始数据对于导綫閉合差的影响在实际上不能查覚，就必須使起始数据的誤差等于或小于导綫的閉合差的1/5。因而又可将各級控制点相对点位中誤差与閉合差的关系为；

$$\left.\begin{aligned} m_{\text{Ⅲ}\text{Ⅲ}} &= 1/5\ f_J \\ m_{\text{Ⅱ}\text{Ⅱ}} &= 1/5\ f_{\text{Ⅲ}} \\ m_{\text{Ⅰ}\text{Ⅰ}} &= 1/5\ f_{\text{Ⅱ}} \\ m_{TT} &= 1/5\ f_{\text{Ⅰ}} \end{aligned}\right\} \cdots\cdots\cdots\cdots (1-4)$$

(5)将（1—3）代入（1—4）可得各級控制点相对点位中誤差与导綫最弱点的点位誤差的关系为：

$$\left.\begin{aligned} m_{\text{Ⅲ}\text{Ⅲ}} &= 1/2\ (m_J) \\ m_{\text{Ⅱ}\text{Ⅱ}} &= 1/2\ (m_{\text{Ⅲ}}) \\ m_{\text{Ⅰ}\text{Ⅰ}} &= 1/2\ (m_{\text{Ⅱ}}) \\ m_{TT} &= 1/2\ (m_{\text{Ⅰ}}) \end{aligned}\right\} \cdots\cdots\cdots\cdots (1-5)$$

(6)将（1—1）式代入（1—5）式可得各級控制点相对点位中誤差与导綫点平均的点位中誤差的关系为：

$$\left.\begin{aligned} m_{\text{Ⅲ}\text{Ⅲ}} &= m_J \\ m_{\text{Ⅱ}\text{Ⅱ}} &= m_{\text{Ⅲ}} \\ m_{\text{Ⅰ}\text{Ⅰ}} &= m_{\text{Ⅱ}} \\ m_{TT} &= m_{\text{Ⅰ}} \end{aligned}\right\} \cdots\cdots\cdots\cdots (1-6)$$

(7)由（1—6）式和（1—2）式联合即可求得两Ⅳ等三角点相邻点的点位中誤差 m_{TT} 和两图根控制点的点位中誤差 $t_{1,2}$ 的关系式：

$$\begin{aligned} m_{TT} = m_{\text{Ⅰ}} &= \frac{m_{\text{Ⅰ}\text{Ⅰ}}}{\sqrt{2}} = \frac{m_{\text{Ⅱ}}}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{m_{\text{Ⅱ}\text{Ⅱ}}}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{m_{\text{Ⅲ}}}{\sqrt{2}} \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{m_{\text{Ⅲ}\text{Ⅲ}}}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{m_J}{\sqrt{2}} \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} t_{1,2} \end{aligned}$$

$$m_{TT} = \frac{1}{4} t_{1,2}$$

$$m_{TT} = \frac{1}{4} \times 18.3\text{cm} = \pm 4.6\text{cm}$$

（五）从上分析从而可得結論：城市三角网最低等三角点，两相邻点的点位中誤差 $m_{TT} = \pm 4.6$cm时，是完全可以保証城市建筑区1/500比例尺测图的需要，故目前城市 測量 規范（草案）中規定，城市建筑区最低等三角网相邻三角点的点位中誤差不应超过±5 cm，我們認为是合理的。

根据目前有些生产单位反映，如果只从滿足測图的观点出发，規定不应超过 ±5 cm 可能較高，放低一些要求仍可以保証测图的精度。我們認为这种說法与我們上述分析的情况是有共同之处的，因为在絕大部分测区布网，不須要按着我們推导公式的方法来加密控制，只有在个别的，較困难的地区才需要这样加密。另一方面，我們認为目前由于設計单位对 1：500比例尺的图应用还較少，同时精度要求也不很高，所以个别的地物点有較大的誤差，对設計来說，影响还不大，但是如果普遍的降低精度要求，在許多情况下是不可能滿足需要的。但是我們也并不是說，我們上述的結論已經非常正确，因为在推导过程中，引用了阿格罗斯金分析的結論，他的結論是如何得来，我們还未进一步进行研究，如果他的結論不是为1/5而是1/4时，那么将

三角点的精度要求将会降低。但是他的結論在許多书籍中也有应用，我們認为上述分析的結果是正确的。

(二)道路中心綫的放样对城市平面控制网的要求

(一)概　　述

城市道路放样的控制点可以用城市最低級控制点来放样，街坊及管道則可用道路中心綫或者用专門为放样街坊而設的經緯仪导綫点来放样，街道放样也可以用較大建筑物的特征点进行。街道放样数据可以在1:2000的图上根据控制点及設計的道路中心綫上各主要点（起点，轉折点，終点等等）的設計坐标求得。

街坊的放样只要放出街坊的四个角即可，街坊內部的細部放样皆可用皮尺进行；街道放样相对誤差要求为1:2000；而放样管道軸綫于水平面上的方向偏差应在0.20m以內。

設在Ⅳ等三角点間敷設直伸等边的Ⅰ級导綫。然后在Ⅰ級导綫的最弱点間敷設Ⅱ級等边直伸导綫。同样，在Ⅱ級間敷設Ⅲ級等边直伸导綫。以Ⅲ級导綫点为依据，采用极坐标法来放样道路中心綫。以此計算道路中心綫的点位誤差是否滿足設計的要求。

(二)控制点的精度分析

Ⅳ等三角点点位中誤差的計算：

由城市測量規范(草案)中可查得，在建筑区Ⅳ等三角点平均边長S=2～3^{Km}，取平均，則得2.5^{Km}。平差以后观測方向的单位权中誤差$\mu=\pm2.0''$，最弱边相对中誤差$=\frac{1}{55000}$。由此可知：

横向誤差　$M_u=s\cdot\frac{\mu}{\rho}=250\,000\ \frac{2}{206265}=\pm2.4^{cm}$……………………(2—1)

縱向誤差　$M_t=\frac{1}{55\ 000}\times250\ 000=\pm4.5^{cm}$……………………(2—2)

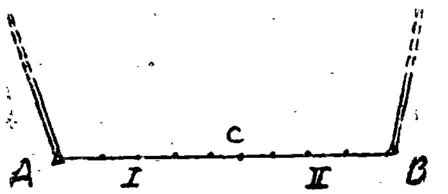
∴点位中誤差　$M=\pm\sqrt{2.4^2+4.5^2}=\pm5.0^{cm}$……………………(2—3)

2.直伸等边导綫最弱点点位中誤差的公式来源：

(1)横向誤差M_{uc}：

設A,B为Ⅳ等三角点（图2），

由綫路Ⅰ（有n_1个边）求C点的横向誤差Mu_{CI}，根据契巴塔廖夫的推导：



2

$$M_{uCI}^2=\frac{m^2\beta}{\rho^2}\cdot\frac{S^2(n_1+1)\ (n_1+2)n_1}{12}\ \cdots\cdots(2-4)$$

因为最弱点应为导綫的中点C并設全綫共有n个边，则得：$n_1=\frac{n}{2}$，

$$M_{uC_I}^2=\frac{m_\beta^2}{\rho^2}\ \frac{S^2(n+2)\ (n+4)}{96}n\ \cdots\cdots(2-5)$$

同理，由綫路Ⅱ(有$n_2=\frac{n}{2}$个边)，求C点的横向誤差$M_{uC\,II}$

$$M_{uC_{II}}^2\ \frac{m^2\beta}{\rho^2}\ \frac{S^2(n+2)\ (n+4)n}{96}\ \cdots\cdots(2-6)$$

C点的权为

$$\frac{1}{M^2_{uc}}=\frac{1}{M^2_{ucI}}+\frac{1}{M^2_{ucII}} \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (2—7)$$

由（2—7）式可推得

$$M^2_{uc}=\frac{M^2_{ucI}\cdot M^2_{ucII}}{M^2_{ucI}+M^2_{ucII}}=\frac{M^2_{ucI}}{2}$$

故得： $$M^2_{uc}=\frac{m^2\beta s^2}{\rho^2}\cdot\frac{n(n+2)\ (n^2+5n+4)}{192\ (n+1)}\approx\pm\frac{m^2{}_{\beta}n^2s^2}{\rho^2}\cdot\frac{(n+2)^2}{192(n+1)}$$

因为：L=ns，所以 $$M_{uc}\approx\pm\frac{m\beta}{\rho}L\frac{n+2}{\sqrt{\quad}\ +1} \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (2—8)$$

(2)縱向誤差M_{tc}:

第i点的縱向誤差:

$$M^2_{t(i)I}=\mu^2S+\mu^2S+\cdots\cdots=i\cdot\mu^2\cdot S \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (2—9)$$

$$M^2_{t(i)II}=\mu^2S+\mu^2S+\cdots\cdots=(n-i)\,\mu^2S \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (2—10)$$

$$M^2_{(i)t}=\frac{M^2_{t(i)I}\cdot M^2_{t(i)II}}{M^2_{t(i)I}+M^2_{t(i)II}}=\frac{i(n-i)}{n}\mu^2S \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (2—11)$$

設 $i=\frac{n}{2}$，則

$$M^2_{tc}=\mu^2\cdot S\frac{n}{4}=\mu^2\cdot\frac{L}{4} \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (2—12)$$

3. Ⅰ級导綫最弱点点位中誤差的計算:

城市測量規范中对Ⅰ級导綫的規定为，$m\beta=\pm5''$，$L=3^{KM}$，平均边長$S=250^{M}$，$n=12$。直綫丈量的偶然誤差系数μ，在一般的外界条件下用鋼带尺悬空丈量时可取$\mu=0.001$。

由（2—8）式，

$$M_{uc}=\frac{5}{206265}\times\ 300\ 000\frac{14}{14\sqrt{\ \ 13}}=\pm2.01^{cm}$$

由（2—12）式，

$$M^2_{tc}=0.001^2\frac{300\ 000}{4}=\pm0.08^{cm}$$

假設起始誤差$M_L=\pm5.0^{cm}$，因为

$$\text{Ⅰ級导綫最弱点点位中誤差}M_{I}=\pm\sqrt{M^2_{uc}+M^2_{tc}+M^2_{L}} \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (2—13)$$

所以 $$M_I=\pm\sqrt{2.01^2+0.^208+5.0^2}=\pm\sqrt{\qquad}=\pm5.4^{cm}$$

4. Ⅱ級导綫最弱点点位中誤差的計算:

城市測量規范（草案）对于Ⅱ級导綫規定：$m\ \ =\pm8''$，$L=2^{Km}$，$S=200^{m}$，$n=10$。

由（2—8）式，

$$M_{uc}=\frac{8}{206\ 265}\times200\ 000\times\frac{12}{14\sqrt{11}}=\pm2.0^{cm}$$

由（2—12）式，

$$M^2_{tc}=0.002^2\frac{200\ 000}{4}=\pm0.20^{cm}$$

又因为： $M_L=\pm5.4^{cm}$

所以:　　　$M_{II}=\pm\sqrt{2.0^2+0.2^2+5.4^2}=\pm\sqrt{33.2}=\pm5.8^{cm}$

5.Ⅲ級导綫最弱点点位中誤差的計算:

由規范查得数据$m_3=\pm12''$，$L=1000^M$，$S=30^m$，$n=13$。

由（2—8）式，

$$M_{uc}=\frac{12}{206\ 265}\times100\ 000\times\frac{15}{14\sqrt{14}}=\pm1.67^{cm}$$

由（2—12）式，

$$M_{tc}=0.002^2\frac{100\ 000}{4}=\pm0.1^{cm}$$

所以:　　　$M_{III}=\pm\sqrt{1.67^2+0.1^2+5.8^2}=\pm\sqrt{36.2}=\pm6.0^{cm}$

从以上精度估算的結果可以看出，各級导綫点相对于Ⅳ等三角点的点位中誤差都是比較均匀的。在最弱点間敷設加密导綫，其点位誤差的变化亦不大。由此可知，为了进行放样，可用导綫加密的方法来进行。

順便提一下，以上計算的縱向誤差之所以比横向誤差要小得多，是因为附合直伸导綫的閉合差作了合理的分配。这是不难理解的。

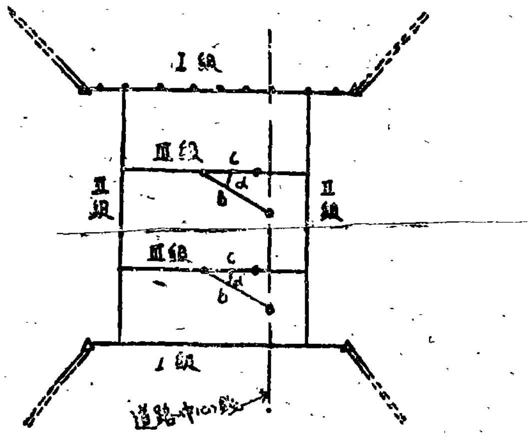


图　3

（三）道路中心綫放样的誤差計算:

1.极坐标法放样的誤差:

极坐标法放样本身的誤差推算比較复杂。为了簡单起見，不作詳細推导，只将該公式写在下面:

（可参考А.Ф.ЛЮТЦ著的Разбивка Крупных Сооружений）。因为b一般小于150m，所以量距离的誤差可以認为b的大小成正比。

$$M\rho=\pm\sqrt{(\mu_1b)^2+e^2+\tau^2+(\frac{b}{c}e_y)^2+(\frac{b}{\rho}m_\alpha)^2}\quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(2—14)$$

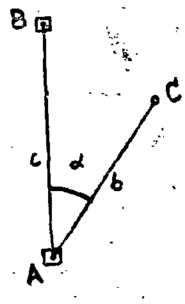


图　4

式中: μ_1为直綫丈量偶然誤差的系数，

e为仪器对中誤差，　$e=\pm\sqrt{e_x^2+e_y^2}$，

τ为标定点位的誤差，　$\tau=\pm\sqrt{\tau^2+\tau_y^2}$，

c为两相邻Ⅲ級导綫点間距离，b及α为极坐标放样元素。

因为通常是根据木桩上的小釘子未标定方向，因此可取$\tau=0.5^{cm}$。一般在沒有风的条件下用垂球对中，可取$e=0.5^{cm}$，$e_y=0.7e$，$\mu_1=0.0005$（用鋼带尺沿地面丈量时的偶然誤差）$c=80m$。

契巴塔廖夫的測量学中指出: 对于1′的經緯仪而言，其角度最終值的均方誤差为±10。″取两倍中誤差作为极限誤差，所以$m_\alpha=\pm20''.0$，代入（2—14）式即得:

$$\left.\begin{aligned} &当 b= 50m时，M_p=\pm 2.65^{cm} \\ &b=100m时，M_p=\pm 5.20^{cm} \\ &b=150m时，M_p=\pm 7.70^{cm} \end{aligned}\right\} \quad \cdots\cdots (2—15)$$

設道路中心綫的点位誤差为M_τ，起始数据誤差为M_L，則

$$M_\tau^2=M_p^2+M_L^2 \quad \cdots\cdots (2—16)$$

由公式（2—16）可計算出当顾及起始数据誤差时，道路中心綫的点位誤差M_τ为：

表 I

b	Mp (cm)	Mτ (cm)
50	± 2.65	± 6.56
100	± 5.20	± 7.95
150	± 7.70	± 9.79

2. 道路中心綫的纵横向誤差：

設放样的横向誤差为m_u，纵向誤差为m_l，則：

$$M^2_\tau=m^2_u+m^2_l \quad \cdots\cdots (2—17)$$

假設纵横向誤差的影响是相等的，則：

$$m_u=m_l=\pm\frac{M_\tau}{\sqrt{2}}$$

因为：
$$\pm\frac{M_\tau}{\sqrt{2}}=\pm m\frac{S}{\rho},$$

所以：
$$m_\beta=\pm\frac{M_\tau}{\sqrt{2}}\cdot\frac{\rho}{S} \quad \cdots\cdots (2—18)$$

其相对誤差为：
$$\frac{m_l}{S}=\frac{M_\tau}{\sqrt{2}}\cdot\frac{1}{S} \quad \cdots\cdots (2—19)$$

由（2—18）及（2—19）式可得下表中所列的結果：

表 II

b	Mτ	相对誤差		mβ	
		200m 放一点	300m 放一点	200m 放一点	300m 放一点
50	± 6.56	1: 43 00	1: 65 00	± 48″.3	± 32″.0
100	± 7.95	1: 35 00	1: 53 00	± 59″.4	± 39″.2
150	± 9.79	1: 29 00	1: 43 00	± 71″.7	± 48″.4

(四) 几 点 結 論：

道路中心綫的放样精度要求尚未正式规定，根据武汉市勘測公司的意見，从实际工作經驗出发，認为放样道路中心綫时应达到下列的精度要求：m_β允許达到1.5t，t为經緯仪的游标精度。用1′的經緯仪放样时，則$m'_\beta=\pm 90''$。其纵向誤差允許在$\frac{1}{2000}\sim\frac{1}{3000}$。

由表 II 的数据，可得出下列結論：

1. 就放样道路中心綫而言，要求城市最低等控制网的点位誤差为5cm的控制系統，这样既可以滿足1:500的大比例尺測图的精度要求，又能滿足道路中心綫的放样要求。

2. 以最大的誤差来計算道路中心綫在縱橫向的偏差，当200m放样一点时，

$$Mu_{max}\approx\frac{71.7}{206000}\times 20000=7.0^{cm},$$

$$Mt_{max}\approx\frac{1}{2900}\times 20000=6.9^{cm}。$$

当300m放样一点时，

$$m_{umax}=\frac{48.4}{206000}\times 30000=7.4^{cm},$$

$$m_{tmax}=\frac{1}{4300}\times 30000=7.0^{cm}。$$

城市中的街坊、管道等等都以道路中心綫来进行放样，所以道路中心綫放样的精度对城市中的街坊及管道的放样是具有很重要的意义。城市中街坊及管道的修建和改建是比較多的，从这一角度来看，在城市中建立測量控制网采用±5 cm的精度非常必要。

3. 从公式（2—14）中可以看出，当采用极坐标法放样时，直綫丈量的誤差对放样的点位誤差起主导作用。为此必須設法提高丈量的精度。

4. 从表Ⅰ中可看出，b越小其放样的精度就越高。公式（2—14）可以近似地写成$M_p\approx\mu_1 b$，这是因为根据（2—14）式計算，后面几項的数值很小。

放样的点位誤差与边長b成正比。所以低級控制网越接近道路中心綫，其放样精度就越高。

（三）城市下水管道的高程放样对城市水准网精度的要求

（一）設計及施工單位对于下水管道高程精度的要求

下水管內最小流速为0.7～0.8m/sec，最大流速为5～10m/sec，最小坡度为0.007～0.0005，設計单位一般所設計的最小坡度为0.002左右。如果i<0.0005时，很不便于施工，为了便于放样，施工单位要求施工放样水准点沿管綫布設，并且每隔70～100m一个点子。管道驗收时要求每个检查#标高与設計标高相差不大于±10mm。設計单位对于标高算至厘米。

依照具体的地形情况，可以設計跌水或抽水站，来保証造价經济和改善技术条件。

（二）下水管道高程放样对水准網的要求

1) 根据排水管网的水力計算进行分析

依：$V=C\sqrt{Ri}$ ……………………………………（4—1）

式中：V为流速，C为摩阻系数，R为水力半径，i为水力坡降＝h/L

$C=\frac{1}{n}R^{\frac{1}{6}}$ ……………………………………（4—2）

式中：n为粗糙系数

将（4—2）代入（4—1）中，进行微分，即得

$$dV=-n^{-2}dn\left(R^{2/3}i^{1/2}\right)+\frac{2}{3}R^{-1/3}dR\cdot\frac{1}{n}i^{\frac{1}{2}}$$

$$+\frac{1}{2}i^{-1/2}di\cdot\frac{1}{n}R^{2/3}$$

$$=-V\frac{dn}{n}+\frac{2}{3}V\frac{dR}{R}+\frac{1}{2}V\frac{di}{i}$$

移項得：$\frac{dV}{V}=-\frac{dn}{n}+\frac{2}{3}\frac{dR}{R}+\frac{1}{2}\frac{di}{i}$

轉为中誤差，即得：

$$\left(\frac{m_V}{V}\right)^2=\left(\frac{m_n}{n}\right)^2+\left(\frac{2}{3}\frac{m_R}{R}\right)^2+\left(\frac{1}{2}\frac{m_i}{i}\right)^2$$

$$\therefore m_i=\pm 2i\sqrt{\left(\frac{m_V}{V}\right)^2-\left(\frac{m_n}{n}\right)^2-\left(\frac{2}{3}\frac{m_R}{R}\right)^2}\cdots\cdots\cdots\cdots(4\text{—}3)$$

$\because i=h/L$

微分后可得：

$$m_h=\pm\sqrt{\left(m_iL\right)^2+\left(m_Li\right)^2}\cdots\cdots\cdots\cdots(4\text{—}4)$$

式中m_h为确定高差的中誤差。

由于 i 一般很小，故上式可写为：

$$m_h=\pm m_iL\cdots\cdots\cdots\cdots(4\text{—}5)$$

根据“給水排水工程設計手册”书中的規定：

（甲）污水管道：

最小容許流速：管径d＝500mm时不得小于0.70m/sec(在个别地区可以酌减为0.50m/sec)，d>500mm时不得小于0.8m/sec，（在个别地区可减为0.6m/sec）。

最小坡度：d＝150mm时不得小于0.007(在个别地区可酌减为0.0045) d＝200mm时不得小于0.005（在个别地区可酌减为0.003），d≥250mm时应以水力計算确定之，但当管径d≥1250mm时，最小坡度不得小于0.0005。

（乙）雨水管道：

最小容許流速：各种管道在自流条件下不得小于0.75m/sec，（在个别地区可酌减为0.65m/sec）。

最小坡度：各种管道最低不小于0.0004。

水力半径R的計算最大誤差±0.01m，n的数值一般用0.013～0.014，最大誤差为±0.001，V的計算最大誤差为±0.10m/sec。

为：

$$\left(\frac{m_V}{V}\right)^2=\left(\frac{m_n}{n}\right)^2=\left(\frac{2}{3}\cdot\frac{m_R}{R}\right)^2+\left(\frac{1}{2}\frac{m_i}{i}\right)^2\cdots\cdots\cdots\cdots(4\text{—}6)$$

以$\frac{m_V}{V}=\frac{0.10}{0.80}=\frac{1}{8}$，$\frac{m_n}{n}==\frac{0.001}{0.013}=\frac{1}{13}$，$\frac{m_R}{R}=\pm\frac{0.01}{0.10}=\frac{1}{10}$，

$\left(\frac{2}{3}\frac{m_R}{R}\right)=\frac{1}{15}$代入$(4\text{—}6)$則得$\frac{m_i}{i}=0.15$

由前可知：$i=0.0004\sim0.0005$，

則：$m_i=0.00006\sim0.00008\cdots\cdots\cdots\cdots(4\text{—}7)$

以L＝1KM＝100000cm，$m_i=0.00006\sim0.00008$，代入公式（4—5）則得

$m_{xKM允}=\pm6\sim8\ cm$

式中：m_{hkm}允为排水管道1_{km}長度的高差允許誤差。由此即得中誤差为±3cm～4cm
由此可見Ⅳ等水准測量（$m_{ⅣKM}=\pm10mm$）完全可以滿足下水管道高程放样的要求。

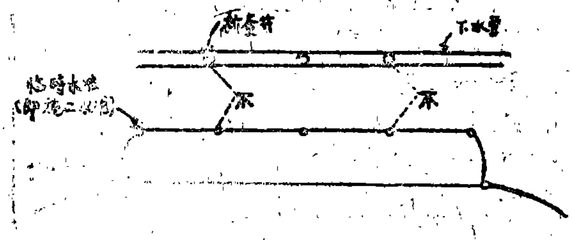


图 5

2)根据检査井高程放样允許誤差进行分析：

我們知道，对于Ⅱ、Ⅲ、Ⅳ等水准測量的要求是：各級水准測量每公里高程中誤差为較高一級水准測量每公里高程中誤差的2～2.5倍，这样就可以保証高一級对次一級有足够的控制能力。同时取允許誤差等于中誤差的2倍。

工程单位要求：每个检査井施工完后，其高程与設計标高之差数允許为±1cm（建工部給水排水設計院武汉分院認为±1cm的要求是比較高的）。

由于各种检査井的放样是由各个不同的施工水准放样出来的，故在誤差的关系上是彼此独立的。因此在分析問題时，可以只取二检査井間之一段来进行分析。

用m井kM（当量）表示二检査井間之每公里中誤差，并取二检査井間之長度L＝100 m，則有下式：

$$\frac{5mm\sqrt{2}}{\sqrt{0.1KM}}=\frac{m_{井KM(当量)}}{\sqrt{1KM}}$$

得：$m_{井KM(当量)}=22mm$

由于在选施工水准点的时間，就考慮到放样的方便，并能一次放出（如图7），其视綫長S＝100米。

依契巴塔廖夫測量学上卷第二分冊§222，可知，对于工程水准仪一次照准之中誤差为：$m_{照}=\pm0.96mm$，則高差中誤差为$m_{照}\sqrt{2}=\pm0.96\sqrt{2}=\pm1.34mm$。

同理，用m照kM（当量）表示一次放样的每公里中誤差，則有下式：

$$\frac{m_{照KM(当量)}}{\sqrt{1KM}}=\frac{1.34\sqrt{2}}{\sqrt{0.1}}$$

得：$m_{照KM(当量)}=\pm5.9mm$

依誤差传播定律，$m_{施kM}=\pm\sqrt{22^2-5.9^2}=\pm21mm$，則控制水准測量每公里中誤差为$m_{控KM}=\pm\frac{21}{2}=10.5mm$。

由此可見Ⅳ等水准測量（$m_{KM}=\pm10mm$）可以滿足下水管道高程放样的要求。

（三）結論：对于城市水准網的布置可以提出初步意見如下

1)从上面几种不同方法的分析都有这样的結論就是Ⅳ等水准可以作为城市下水管道高程放样的控制。

2)如用下式对水准网精度进行估算：

$$m_f = \pm 0.75 \frac{m_0 \sqrt{[L]}}{n}$$

式中m_f——为互为最远点間之高差中誤差。

m_0——每公里水准測量之中誤差。

L——各条推算綫路的長度。

n——推算綫路之数目。

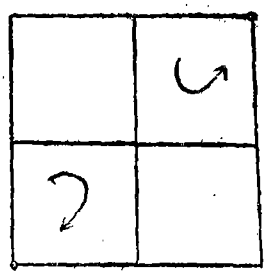


图 6

城市面积在40Km×40Km以上的，在全国来讲是很少有的，在此就以此为最大面积来进行估算，如图 6 所示:

$$m_f = 0.75 \frac{10\sqrt{160}}{2} = \pm 47.25\text{mm} = \pm 5\text{cm}$$

在此我們建議建工部最近修訂的城市測量规范草案，首級高程控制网内互为最远点之間的高差中誤差放寬到±5cm。

〔附〕 正方形水准网估算公式: $m_f = \pm 0.75 \frac{m_0 \sqrt{[2]}}{n}$ 的推导。

由于正方形，$L_1 = L_2 = L_3 = L_4$

$L_5 = L_6 = L_7 = L_8$

各綫路的权: $P_1 = \frac{1}{L_1}$, $P_2 = \frac{1}{L_2}$,

$P_3 = \frac{1}{L_3}$, $P_4 = \frac{1}{L_4}$

$P_5 = \frac{1}{L_5}$, $P_6 = \frac{1}{L_6}$,

$P_7 = \frac{1}{L_7}$, $P_8 = \frac{1}{L_8}$

$\therefore P_1 = P_2 = P_3 = P_4, P_5 = P_6 = P_7 = P_8$

$\because L_5 = 2L_1$, $P_5 = \frac{1}{2} P_1$, 或$P_1 = 2P_5 = P$

$\therefore m^2_5 = 2m^2_1 = 2m^2$

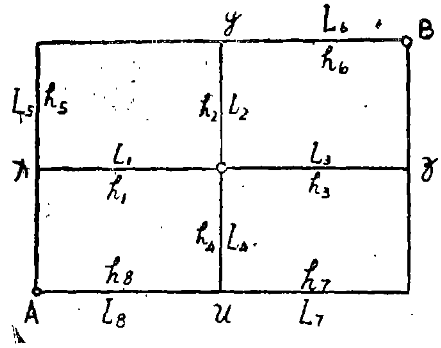


图 7

在图 7 中，x、y、z、u为結点，根据求結点平差公式，可知

$$x = \frac{P_1(H_6 + h_1) + P_5(y + h_5) + P_8(u + h_8)}{P_1 + P_5 + P_3}$$

$$y = \frac{P_2(H_0 + h_2) + P_5(x - h_5) + P_6(z + h_6)}{P_2 + P_5 + P_6}$$

$$z = \frac{P_3(H_0 + h_3) + P_6(y - h_6) + P_7(u + h_7)}{P_3 + P_6 + P_7}$$

$$u = \frac{P_4(H_0 + h_4) + P_7(z - h_7) + P_8(x - h_8)}{P_4 + P_7 + P_8}$$

H_0是中心点的高程，H_x，H_y，H_z，H_u分别为x，y，z，u各点高程:

$$\frac{P(H_0 + h_2) + \frac{1}{2}P(y - h_5) + \frac{1}{2}P(u + h_8)}{P + \frac{1}{2}P + \frac{1}{2}P}$$

$$= \frac{1}{4}\left[2(H_0 + h_2) + (y + h_5) + (u + h_8)\right]$$

同理：$y=\frac{1}{4}\left[2\ (H_0+h_2)+(x+h_5)+(z+h_6)\right]$

$z=\frac{1}{4}\left[2\ (H_0+h_3)+(y-h_6)+(u+h_7)\right]$

$u=\frac{1}{4}\left[2\ (H_0+h_4)+(z-h_7)+(x-h_8)\right]$

将上式进行微分，并化为中误差：得：

$$m^2_x=\frac{1}{16}\left[4m^2+m^2_y+2m^2_5+m^2_u+m^2_8\right]$$

$$=\frac{1}{16}\left[4m^2+m^2_y+2m^2+m^2_u+2m^2\right]$$

$$=\frac{1}{16}\left(8m^2+m^2_y+m^2_u\right)$$

同理：$m^2_y=\frac{1}{16}\left(8m^2+m^2_x+m^2_z\right)$

$$m^2_z=\frac{1}{16}\left(8m^2+m^2_x+m^2_u\right)$$

$$m^2_u=\frac{1}{16}\left(8m^2+m^2_z+m^2_x\right)$$

从上不难看出：

$m^2_x=m^2_z$，$m_y=m^2_u$，或$m_x=m_z$，$m_y=m_u$

代入上式：

$$m^2_x=\frac{1}{16}\left(8m^2+2m^2_y\right)=\frac{1}{8}\left(4m^2+m_y^2\right)$$

$$m^2_y=\frac{1}{16}\left(8m^2+2m^2_x\right)=\frac{1}{8}\left(4m^2+m^2_x\right)$$

化简即得：

$$m^2_x=\frac{1}{8}\left[4m^2+\frac{1}{8}\ (4m^2+m^2_x)\right]$$

$$=\frac{1}{2}m^2+\frac{4m^2}{64}+\frac{1}{64}m^2_x$$

$$=\frac{36}{64}m^2+\frac{1}{64}m^2_x$$

$$m^2_x-\frac{1}{64}m^2_x=\frac{36}{64}m^2$$

化简即得：$m^2_x=\frac{36}{63}m^2$，$m_x=0.76m$，

$\therefore m_z=m_x=0.76m$

代入解得：$m^2_y=\frac{36}{63}m^2$

$\therefore m_y=0.76m, m_y=m_u=0.76m$

$\therefore m_x=m_y=m_z=m_u=0.76m$

設m_0＝单位長度的中誤差，

$$\therefore m=m_0\sqrt{L_1} \qquad \therefore m_x=0.76m_0\sqrt{L_1}$$

A点对O点的誤差为$m_A=0.76m_0\sqrt{L_1+\frac{1}{2}L_8}=0.76m_0\sqrt{L_{A0}}=0.76m_0\sqrt{2L_1}$

因A点的高程也是由两条路綫求得：

$$m_A=0.76\frac{m_0\sqrt{2L_1}}{\sqrt{2}}$$

A对B点的高程中誤差

$$m_f=m_{AB}=\sqrt{2}\,m_A=\sqrt{2}\cdot 0.76\,m_0\frac{\sqrt{2L_1}}{\sqrt{2}}=0.76\,m\sqrt{2L_1}$$

或 $$m_f=m_{AB}=\frac{0.76\,m_0\sqrt{[L]}}{2}$$

式中$[L]=8L_1$为AE两条路綫的总長。

推广为一般公式，則得

$$m_f=m_{AB}=0.76\,m_0\frac{\sqrt{[L]}}{n}$$

式中 n 为水平綫路数目

[L]为n条路綫的总長。

估算正方形的精度可用上式进行。

(四)主 要 結 論

茲将上文中所得的主要結論列举如下：

（1）对于測繪1/500地形图而言，城市建筑区最低級三角网最弱边的点位中誤差不超过±5cm是合理的。考虑到目前設計机关在应用地形图时对于图的要求并不很高，所以中小城市中三角网点位中誤差放寬一些也是可以的，但考虑到城市三角网具有多方面的作用，从发展远景及理論上来看，降低其精度是不恰当的。

（2）从道路中心綫的放样来看，最低級三角网的点位中誤差也应該規定为±5cm。

（3）对于城市下水管道的高程放样而言，四等水准測量是足够的。城市首級高程控制內互为最远点的高差中誤差可以放寬到±5cm；但如果需要測定城市地区可能发生的下沉，則首級控制应具有較高的精度。

参 考 文 献

1)Б.И.蓋尔儒拉：工业建設中的測量工作，1957；

2)契巴塔廖夫：測量学，上下卷1949及1955；

3)建工部：城市測量規范（草案），1959；

4)城建部及清华大学：几种大比例尺地形測量方法，試驗比較，測繪通报，第四卷第七期，1958年7月

5)建工部：給水排水工程設計規范（草案），1958；

9)Лютц: Разбивка Круных сооружений, 1957。