

# 多源传感器动、静态滤波融合导航

杨元喜<sup>1</sup>

(1 西安测绘研究所, 西安市雁塔路中段 1 号, 710054)

**摘要:** 首先给出联邦滤波各局部输出量之间的相关协方差矩阵, 进而给出了基于各传感器独立观测信息的动、静态滤波解法, 这种解法避免了重复使用载体状态方程信息的问题, 保证了多传感器数据融合的最优性, 而且很容易扩展到抗差滤波和自适应滤波融合。

**关键词:** 联邦滤波; 动态滤波; 静态滤波; 数据融合

**中图法分类号:** P207

为了提高导航定位精度, 减弱单一导航传感器的系统误差、异常误差的影响, 通常在同一载体上配备多个(多种)导航传感器, 以增加导航信息的冗余度。同一载体的多个导航传感器经过适当的归心改正, 可将导航结果归算至同一位置。那么如何将多个传感器的导航信息进行合理融合, 则是关心的问题。

分布式 Kalman 滤波(distributed or decentralized filter)<sup>[1]</sup> 和联邦滤波(federated filter)<sup>[2,3]</sup> 等都可进行多传感器的信息融合。分布式滤波以其平行数据处理技术及容错设计得到了广泛的应用, 之后基于信息分享原理设计的联邦滤波得到了人们的关注。理论上, 若各局部滤波器输出量之间及局部滤波器与主滤波器输出量之间相互独立, 则联邦滤波具有整体最优或近于最优性, 也具有很高的容错能力, 并易于应用在实时导航数据融合中<sup>[4]</sup>。但认真分析联邦滤波过程容易发现, 各局部传感器的滤波采用了相同或相近的状态方程, 从而导致主滤波器与各局部传感器的输出量之间不独立, 且各局部滤波器输出量之间也不独立, 这使联邦滤波的假设前提得不到满足, 于是最后的融合导航结果并不具有理论上的严格性和最优性。

基于此, 本文提出一种方法, 即在任一个观测历元均基于动力学模型与基础传感器或第一个传感器的输出量进行动态 Kalman 滤波, 在此基础上又序贯地加入各传感器的导航信息, 进行静态 Kalman 滤波, 最终得到全部导航信息的融合解。动态滤波含有  $t-1$  到  $t$  时刻的状态转移信息, 而静态滤波只是  $t$  时刻内部的信息融合, 且状态方

程预报信息仅在第一次滤波中融入导航解。

## 1 联邦滤波原理及存在的问题

联邦滤波一般分为两步滤波, 即先基于局部传感器(local filter, LF)进行滤波, 然后再进行主滤波(master filter, MF)。先假设状态向量从  $t-1$  时刻的  $X(t-1)$  转移到  $t$  时刻的  $X(t)$ , 其动力学模型为:

$$X(t) = \phi_{t,t-1} X(t-1) + w(t) \quad (1)$$

式中,  $\phi_{t,t-1}$  为时刻  $t-1$  到  $t$  的状态转移矩阵;  $w(t)$  为动力学模型误差,  $w(t)$  与  $w(t-1)$  不相关。

设在  $t$  时刻有  $r$  个传感器, 各传感器相应的观测方程为:

$$L_i(t) = A_i(t) X(t) + \Delta_i(t) \quad (2)$$

式中,  $A_i(t)$  为传感器  $i$  的观测方程设计矩阵;  $L_i(t)$  和  $\Delta_i(t)$  为传感器  $i$  的观测向量和误差向量。假设各传感器观测误差与动态模型误差不相关, 各传感器观测误差互不相关, 即

$$E(\Delta_i(t)) = 0$$

$$E[\Delta_i(t) \Delta_j^T(t)] = \Sigma_i(t) = P_i^{-1}(t) \quad (3)$$

$$E[\Delta_i(t) \Delta_j^T(t)] = 0 \quad (i \neq j) \quad (4)$$

$$E[w(t) w^T(t-1)] = 0$$

$$E[w(t) w^T(t)] = \Sigma_{w(t)} \quad (5)$$

由滤波原理, 不难写出局部滤波(LF)的解为(为书写方便, 以下均省去时间标志( $t$ )):

$$X_i = [I - K_i A_i] \bar{X} + K_i L_i \quad (6)$$

式中,

$$K_i = \Sigma_{\bar{X}(t)} A_i^T (A_i \Sigma_{\bar{X}} A_i^T + \Sigma_i) \quad (7)$$

$$\Sigma_{\bar{X}} = \phi_{t, t-1} \Sigma_{\bar{X}(t-1)} \phi_{t, t-1}^T + \Sigma_w \quad (8)$$

$$\Sigma_{X_i} = [I - K_i A_i] \Sigma_{\bar{X}} \quad (9)$$

设主传感器(参考传感器)的观测向量为  $L_m$ , 则主滤波(MF)的解为:

$$X_m = [I - K_m A_m] \bar{X} + K_m L_m \quad (10)$$

式中,  $K_m$  和  $A_m$  与  $K_i$  和  $A_i$  类似。

由联邦滤波器信息分享原理<sup>[2-3]</sup>, 可得最终融合滤波解  $X_f$  及相应的权矩阵  $P_{X_f}$  为:

$$P_{X_f} = P_{X_1} + P_{X_2} + \dots + P_{X_r} + P_{X_m} \quad (11)$$

$$P_{X_f} X_f = P_{X_1} X_1 + \dots + P_{X_r} X_r + P_{X_m} X_m \quad (12)$$

式中,  $P_{X_1}, \dots, P_{X_r}, P_{X_m}$  分别为局部传感器滤波器和主滤波器输出的状态估计向量的权矩阵;  $P_{X_f}$  为联邦滤波器输出的状态向量的权矩阵(或称信息矩阵), 它们是相应协方差矩阵的逆矩阵, 即

$$P_{X_i} = \Sigma_{X_i}^{-1}, P_{X_m} = \Sigma_{X_m}^{-1}$$

由式(12)得:

$$X_f = P_{X_f}^{-1} (P_{X_1} X_1 + \dots + P_{X_r} X_r + P_{X_m} X_m) \quad (13)$$

联邦滤波结构框图如图 1 所示。

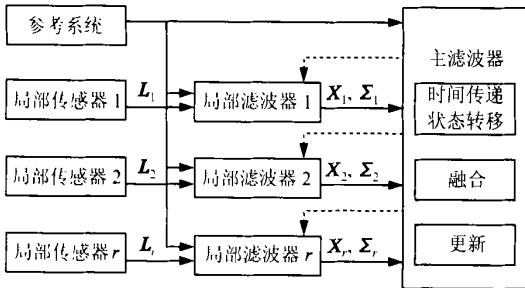


图 1 联邦滤波结构

Fig. 1 Structure of Federated Kalman Filtering

联邦滤波法的主要问题是 LF/LF 及 LF/MF 之间的相关性。由解式(6)容易得到同一历元、不同传感器的局部滤波解的互协方差矩阵为:

$$\Sigma_{X_i X_j} = (I - K_i A_i) \Sigma_{\bar{X}} (I - K_j A_j)^T \quad (14)$$

由式(6)及式(10)可得 LF 与 MF 解的协方差矩阵为:

$$\Sigma_{X_i X_m} = (I - K_i A_i) \Sigma_{\bar{X}} (I - K_m A_m)^T \quad (15)$$

这种 LF/LF 及 LF/MF 之间的相关性是影响滤波结果最优性的关键。这种相关性来自于两个方面, 即载体动力学模型的固有误差和前一观测历元的状态估计向量的误差。为了克服这种相关性, 文献[2] 提出两种方法减弱局部滤波结果之间

及局部滤波结果与主滤波结果之间的相关性: 一种是改变局部滤波器的采样间隔; 另一种是主滤波器采用比局部滤波器更高阶的动力学模型, 通过动力学模型间的变化可以减弱 LF/MF 之间的相关性。

但如果已经获得较高精度的动力学模型, 则局部滤波器与主滤波器没有理由不采用最高精度的动力学模型, 尽管这样做易增加滤波结果之间的相关性, 实际上通过一定的数据融合技术, 完全可以避免 LF/LF 及 LF/MF 之间的相关性。

## 2 基于动、静态滤波组合的导航解

仍将各导航传感器编号为 1, 2, ..., r, 下面给出动态与静态组合 Kalman 滤波模型。

### 2.1 动态 Kalman 滤波

由式(1)和式(2)可得基于传感器 1 的动态滤波解为:

$$X_1 = (P_{\bar{X}} + A_1^T P_1 A_1)^{-1} (P_{\bar{X}} \bar{X} + A_1^T P_1 L_1) \quad (16)$$

$$\text{或} \quad X_1 = \bar{X} + K_1 (L_1 - A_1 \bar{X}) \quad (17)$$

式中,

$$K_1 = \Sigma_{\bar{X}} A_1^T (A_1 \Sigma_{\bar{X}} A_1^T + \Sigma_1)^{-1} \quad (18)$$

$X_1$  的验后协方差矩阵为:

$$\Sigma_{X_1} = (I - K_1 A_1) \Sigma_{\bar{X}} \quad (19)$$

或

$$\Sigma_{X_1} = (P_{\bar{X}} + A_1^T P_1 A_1)^{-1} \circ \sigma_0^2 \quad (20)$$

式中,  $\sigma_0^2$  为方差因子。

### 2.2 静态 Kalman 滤波

由于动态 Kalman 滤波阶段已采用了动态方程信息, 为避免重复使用, 对剩余的  $r-1$  个传感器的观测信息进行静态滤波, 即不再使用状态方程(1)提供的状态预报信息, 而是采用由动态滤波获得的状态向量。此时状态方程(静态方程)为:

$$\bar{X} = X_1 \quad (21)$$

$$\Sigma_{\bar{X}} = \Sigma_{X_1} \quad (22)$$

静态滤波解为:

$$X_2 = (P_{X_1} + A_2^T P_2 A_2)^{-1} (P_{X_1} X_1 + A_2^T P_2 L_2) \quad (23)$$

$$\text{或} \quad X_2 = X_1 + K_2 (L_2 - A_2 X_1) \quad (24)$$

$$\text{式中,} \quad K_2 = \Sigma_{X_1} A_2^T (A_2 \Sigma_{X_1} A_2^T + \Sigma_2)^{-1} \quad (25)$$

依此类推, 可得最后的静态滤波解为:

$$X_r = (P_{X_{r-1}} + A_r^T P_r A_r)^{-1} (P_{X_{r-1}} X_{r-1} + A_r^T P_r L_r) \quad (26)$$

$$\text{或 } X_r = X_{r-1} + K_r(L_r - A_r X_{r-1}) \quad (27)$$

$$\Sigma_{X_r} = (I - K_r A_r) \Sigma_{X_{r-1}} \quad (28)$$

$$\text{式中, } K_r = \Sigma_{X_{r-1}} A_r^T (A_r \Sigma_{X_{r-1}} A_r^T + \Sigma_r)^{-1} \quad (29)$$

在抗差估计原则下, 式(26)可写成:

$$X_r = (P_{X_{r-1}} + A_r^T \bar{P}_r A_r)^{-1} (P_{X_{r-1}} X_{r-1} + A_r^T \bar{P}_r L_r) \quad (30)$$

式中,  $\bar{P}$  为等价权矩阵, 其构造可参见文献[6, 7]。

若应用自适应滤波理论<sup>[7, 8]</sup>, 则有:

$$X_r = (\alpha P_{X_{r-1}} + A_r^T \bar{P}_r A_r)^{-1} (\alpha P_{X_{r-1}} X_{r-1} + A_r^T \bar{P}_r L_r) \quad (31)$$

式中,  $\alpha$  为自适应因子, 其构造可参见文献[8, 9]。

若前一个滤波输出量有较大偏差, 则  $\alpha < 1$ , 表明前一个滤波结果在新的融合导航中贡献减弱。

可以证明, 经过一步动态滤波和后续静态滤波的最后解与整体滤波解等价。

动、静态滤波融合执行框图如图 2 所示。

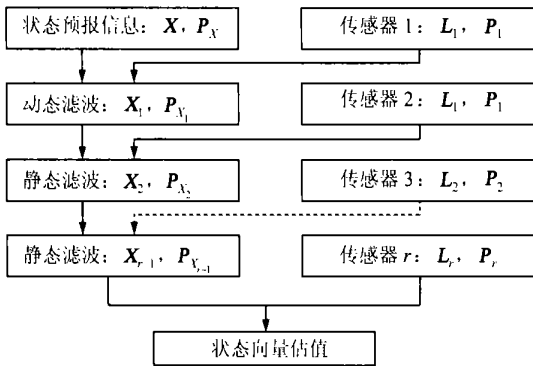


图 2 动、静态滤波融合框图

Fig. 2 Fusion of Kinematic and Static Filtering

### 3 结 语

多源传感器组合导航可以采用联邦滤波, 但若基于独立观测最小二乘原理构造联邦滤波, 则必须保证各传感器输出量之间相互独立, 否则联邦滤波不能获得最优解。基于合成滤波模型求得

的多源传感器融合导航解, 其状态方程信息只在动态滤波阶段使用, 而随后的静态滤波只序贯地使用前一个传感器滤波解作为状态预报值, 因而保证了整体滤波输出量的最优性。如果将同一观测历元的所有传感器观测信息看成一个整体, 利用状态方程信息进行整体滤波, 则在最小二乘原则下, 动、静态滤波结果与之等价。在抗差估计和自适应滤波框架下, 这种合成滤波很容易扩展成抗差滤波融合和自适应滤波融合。

### 参 考 文 献

- 1 Kerr T. Decentralized Filtering and Redundancy Management for Multisensor Navigation. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems 1987, AES-23(1): 83~119
- 2 Carlson N A. Federated Filter for Fault-Tolerant Integrated Navigation System. Position Location and Navigation Symposium, Orlando, 1988
- 3 Carlson N A. Federated Filter for Computer Efficient Near-Optimal GPS Integration. IEEE PLANS' 96, 1996
- 4 Carlson N A, Berarducci M P. Federated Kalman Filter Simulation Results. Journal of Institute of Navigation, 1994, 41(3): 297~321
- 5 刘广军. 组合导航系统的数据处理与仿真: [博士论文]. 郑州: 郑州信息工程大学, 2002
- 6 周江文, 黄幼才, 杨元喜, 等. 抗差最小二乘法. 武汉: 华中理工大学出版社, 1997
- 7 杨元喜. 抗差估计理论及其应用. 北京: 八一出版社, 1993
- 8 杨元喜, 何海波, 徐天河. 论动态自适应滤波. 测绘学报, 2001, 30(4): 293~298
- 9 Yang Y X, He H B, Xu G. Adaptively Robust Filtering for Kinematic Geodetic Positioning. Journal of Geodesy, 2001, 75(2/3): 109~116

作者简介: 杨元喜, 博士, 教授, 博士生导师。现主要从事动态大地测量数据处理理论研究, 发表论文 140 余篇, 出版专著和合著 4 部。  
E-mail: yuanxi@pub.xaonline.com

## Kinematic and Static Filtering for Multi-Sensor Navigation Systems

YANG Yuanxi<sup>1</sup>

(1 Xi'an Research Institute of Surveying and Mapping, 1 Middle Yanta Road, Xi'an, China, 710054)

**Abstract:** An efficient signal fusion method is put forward for the integrated navigation of the multiple sensor system. To show the correlations of the master filter and the local filters, the covariance matrix among the local filter outputs and that of the local filter and master filter outputs are presented. In order to avoid the correlations between the fusion data sets of

(下转第 396 页)

Networks. Geophysical Research Letters 1999, 26 (16) : 2445 ~ 2448

- 8 Ruffini G, Kruse L P, Rius A, et al. Estimation of Tropospheric Zenith Delay and Gradients Over the Madrid Area Using GPS and WVR Data. Geophysical Research Letters 1999, 26 (4) : 447 ~ 450

第一作者简介: 李征航, 教授, 博士生导师。现主要从事空间大地测量、卫星大地测量的研究。代表成果: 高精度 GPS 广域差分系统研究; 隔河岩大坝外观变形 GPS 自动化监测系统的研究; 长江三峡库区崩滑地质灾害 GPS 监测试验(示范)研究等。

E-mail: zhli@sgg.wtusm.edu.cn

## Inversion of the Distribution and Variation of ZWD over the Three Gorge Area with GPS Observation

LI Zhenghang<sup>1</sup> XU Xiaohua<sup>1</sup> LUO Jia<sup>1</sup> ZHU Zhiqin<sup>1</sup>

(1 School of Geodesy and Geomatics, Wuhan University, 129 Luoyu Road, Wuhan, China, 430079)

**Abstract:** With the continuous GPS monitoring data of the eight points of the Three Gorge area, the Zenith Total Delay over each points are extracted out. When processing the GPS data, we make use of the observation data of three IGS stations to minimize the correlation between ZTDs. After separating the zenith hydrostatic delay with the extrapolated surface pressure and Saastammonien model, we get the zenith wet delay (ZWD). The ZWD sequential lines of all points are consistent. After analyzing the ZWD distribution figures of 8 hours in this area, some information of variation of the water vapor can be obtained. The feasibility of monitoring water vapor distribution and variation with ground-based GPS meteorology is discussed. Some conclusions and suggestions are obtained.

**Key words:** ground-based GPS meteorology; ZHD; ZTD; ZWD

**About the first author:** LI Zhenghang, professor, Ph. D supervisor. He is concentrated on the research of space geodesy and satellite geodesy. His typical achievements are wide area differential GPS of high precision; GPS automatic surveying system to monitor Geheyan dam deformation; the demonstrating research for monitoring geological disaster caused by coast with GPS in the Three Gorge region; etc. E-mail: zhli@sgg.wtusm.edu.cn

(责任编辑: 平子)

(上接第 388 页)

the multiple sensors, a synthetic Kalman filtering composed by a kinematic Kalman filtering step and several static Kalman filtering steps is presented. The new developed robust Kalman filtering and the adaptively robust Kalman filtering can be easily extended in this kind of synthetic filtering.

**Key words:** federated Kalman filtering; kinematic filtering; static filtering; data fusion

**About the author:** YANG Yuanxi, Ph. D. professor, Ph. D supervisor. His research field is data processing for kinematic geodetic positioning and navigation. He has published more than 140 papers, one monograph book and three co-author books. E-mail: yuanxi@pub.xaonline.com

(责任编辑: 平子)