**文章编号:**1671-8860(2015)03-0315-06

# 一种利用改进 A\* 算法的无人机航迹规划

占伟伟<sup>1</sup> 王 伟<sup>1</sup> 陈能成<sup>1</sup> 王  $\mathbf{D}^{1}$ 

1 武汉大学测绘遥感信息工程国家重点实验室,湖北 武汉,430079

摘 要:提出了一种改进的 A\* 算法解决大范围三维战场环境的无人机航迹规划问题。针对低空突防中无人 机需满足生存率高、耗油量小等要求,算法综合考虑了航线高度、被探测概率、航线长度等权重因子,在该目标 空间中搜索一条两个航路点之间的最优航线。同时为了满足 UAV 安全高度、升降率、转弯半径等性能约束, 提出了一系列航线优化算法,得到最终的可飞航线。 关键词:三维;无人机;航迹规划;A\* 算法;航迹优化 中图法分类号:P231.5; TP751 文献标志码:A

现代军事低空突防主要由无人机完成,为了 提高无人机低空突防生存概率和作战效能,需要 利用地形的遮蔽作用,在敌防御系统盲区内低空 或超低空飞行。其中,关键问题是无人机的航迹 规划。对于该问题的研究已有多年的历史,有很 多研究成果。一些学者试图在人工智能等相关领 域寻找智能优化算法,但它们解决大范围无人机 路径搜索问题都有一些常见的弊病<sup>[1-3]</sup>。A\*算法 在二维图形搜索领域的成熟运用使得它解决该问 题具有先天的优势[4],但目前成果存在以下问题: ① 目标空间为小范围人造简单地形图,障碍物少 且规则,未考虑雷达、恶劣天气等复杂威胁体[5-7]。 ② 一些学者使用平面区域划分(Voronoi 图等)的 方法[8-10],这类空间划分是基于一定高度的,因此 本质上依然是在二维空间中进行路径规划。但山 区地形实时截面运算的计算量太大,而且无人机 基于一定高度上飞行的理论前提不成立。③ 不 考虑无人机的机动性能约束,不是可飞航迹[5-11]。 针对以上成果的不足,本文提出一种改进的 A\* 算法,解决无人机在大范围复杂三维空间的实时 路径规划问题。

## 1 方法

1.1 目标空间划分
 A\*算法是一种启发式搜索算法,需要一个由

点和边组成的网络空间,在此目标空间中引入启 发信息,由定义好的代价函数确定节点拓展的规 则,最终得到两点之间的最优路径<sup>[4]</sup>。但基于 DEM和DOM的三维环境本质上是一个连续状 态的栅格空间,并不存在传统二维路径搜索中的 路由网,从而无法利用路径搜索算法寻找最短路 径中的节点和边,必须对其进行空间划分。



图 1 空间划分模型 Fig. 1 Space Partition Model



图 2 航段距离估算模型 Fig. 2 Computing Model of Segment Distance

项目来源:国家 863 计划资助项目(2013AA01A608);国家 973 计划资助项目(2011CB707101)。 第一作者:占伟伟,博士生,研究方向为三维仿真与可视化、数字城市、智能交通、航空航天等。E-mail: JawySuperMan@gmail.com

收稿日期:2013-06-26

一些学者使用 Voronoi 图方法进行空间分 割<sup>[9-10]</sup>,它是一种基于障碍物特定高度截面的空 间划分方法,而山区地形不同高度横截面差异很 大,因此,在该路由网中生成的最优路径无太大参 考价值。一些学者尝试使用规则三维网格的空间 划分方法<sup>[7]</sup>。该方法的最大问题在于每个节点的 可扩展方向在仅仅考虑邻域的情况下也有 26 个, 要收敛到最优解会耗费大量的时间和内存资源, 且随规划空间增大呈指数级增长。因此,提出了 如图 1 所示的 2.5 维网格模型,每个网格点包含 经度、纬度、高程信息。此时每个节点的领域仅仅 存在 8 个可扩展方向,算法计算效率要远大于 3 维网格划分方式。当然,网格大小必须在算法效 率与搜索精度之间做出平衡。

1.2 基于 A\* 算法的初始航线确定

1.2.1 代价函数改进

对于以上划分的目标网络空间,需要定义 A\*算法的代价函数对可拓展节点进行评估,从而 挑选出最优路径中的节点-边列表。A\*代价函数 一般公式如下:

$$f_{(n)} = g_{(n)} + h_{(n)} \tag{1}$$

式中,n 是待扩展节点;g(n)是状态空间中从初 始节点到节点n的实际代价;h(n)是从节点n到 目标节点的估计代价。A\*算法本身的性质决定 了代价函数的表达式是影响搜索性能的主要因 素。对于无人机低空航迹规划问题,Asseo 给出 了对代价函数的参考公式<sup>[11]</sup>:

$$J = \int_{0}^{T} (\omega_1 c_t^{\ 2} + \omega_2 h^2 + \omega_3 f_{TA}) dt \qquad (2)$$

式中,c<sub>t</sub> 为飞行器偏离指定航迹的距离;h 为飞行 高度;f<sub>TA</sub>为当前位置的威胁指标;ω<sub>1</sub>、ω<sub>2</sub>、ω<sub>3</sub> 分别 为相应的权重值。

针对本文的研究目标,该代价函数存在一定 的问题。首先, $c_t$  是相对距离值,h 是绝对海拔, 它们并不处于同一个数量级的作用关系; $f_{TA}$ 为到 威胁点中心的距离,它对代价函数是正方向的作 用关系,该值越小越好, $c_t$ 、h 则相反,因此很难分 配对应项一个合理的权重值。其次,雷达并不是 一个普通的威胁体,它对目标的威胁程度不能使 用距离衡量,而是使用一个概率值来表达,它与其 他两项的值将相差几个数量级,那么代价函数对  $\omega_1, \omega_2, \omega_3$  的值就不够敏感,很难指定一个合理的 值使得代价函数处于一个对搜索结果有意义的状态。

为了解决以上问题,对代价函数进行了如下 改进:  $J_{(n)} = \sum_{i=1}^{n} (\omega_{1}c_{i} + \omega_{2}p_{i} + \omega_{3}h_{i})$  (3) 式中, $c_{i}$  为第 i 个节点与它前一个节点之间的地 表距离,它是对航迹长度的直接惩罚,可以使得航 迹以最快的速度向目标点靠近,而避免陷入局部 最优和搜索死锁。 $p_{i}$  是节点i 与i-1之间的被 探测概率。该项参数是为了提高无人机的存活 率。 $h_{i}$  为节点i 与i-1之间的加权平均高度。

该代价函数的 3 项指标是同方向的作用关 系,要求航迹长度越短、航迹高度越低、探测概率 越小。但是它们并不在一个数量级上,因此,可以 对各项惩罚指标进行归一化处理。采用 0~1之 间变换的关键是确定该指标变量的最大值和最小 值。但节点之间的距离长短不一,地形也起伏不 定,无法直接指定两点地表长度的最大值和最小 值,但无论是真实的或人工设定的地形数据,最大 和最小地形高度是已知的,或者也可以根据的地 形数据计算出来,一旦确定了  $h_{max}$ 和  $h_{min}$ ,那么  $c_i$ 的最大最小值也可以确定了,如图 2 所示。

$$\begin{cases} c_{\max} = \sqrt{\Delta d^2 + (h_{\max} - h_{\min})^2} \times (n_i - 1) \\ c_{\min} = \sqrt{d_i^2 - \Delta h_i^2} \end{cases}$$

$$(4)$$

式中, $n_i = \left| \sqrt{d_i^2 - \Delta h_i^2} / \Delta d \right|$ 为节点i = 1之间 插值点的个数, $d_i \subset \Delta h_i \subset \Delta d$ 是节点i = 1之间 的欧式距离、高度差和采样间隔。

 $p_i$  是节点 i = i - 1 之间的雷达探测概率,它 必须考虑多个雷达的叠加影响,公式如下:

$$p_{i} = \sum_{1}^{m} p(R_{i}) + \sum_{1 \leq i \leq j \leq k \leq m}^{m} P(R_{i}) P(R_{j}) \cdot P(R_{k}) - \dots + (-1)^{m} P(R_{1}) P(R_{2}) \dots P(R_{m})$$
(5)

式中, $p(R_j)$ 是节点i = i - 1之间 $n_i$ 个插值点被 第j个雷达探测的加权平均概率,每个点探测概 率可由雷达方程反演得出。这三项指标最终归一 化结果如式<sup>(6)</sup>:

$$\begin{cases} C_{i} = (c_{i} - c_{\min}) / (c_{\max} - c_{\min}) \\ H_{i} = (h_{i} - h_{\min}) / (h_{\max} - h_{\min}) \\ P_{i} = p_{i} \end{cases}$$
(6)

根据归一化结果得到新的代价函数如式(7), 其中  $\omega_1 + \omega_2 + \omega_3 = 1$ 。该代价函数将航线距离、 高度、被探测距离归一化到同一个数量级,使得用 户可以根据规划目标分配各自的权重,从而得到 对应条件下的最优路径。

$$g(n) = \sum_{i=1}^{n} (\omega_1 C_i + \omega_2 P_i + \omega_3 H_i) \quad (7)$$

式(1)中h(n)定义为节点n到目标点之间的地表 距离,它可以促使节点n尽快向目标点靠近,从而 使算法尽快收敛,则有:

 $h_{(n)} = (d_n - d_{\max})/(d_{\max} - d_{\min})$  (8) 式中, $d_n$ 、 $d_{\max}$ 、 $d_{\min}$ 分别为节点 n 到目标点的地表 距离、最大距离、最小距离,计算方法和式(4)类 似,唯一的差别是为了提高  $h_{(n)}$ 的计算效率,采 样间隔  $\Delta D$  往往比  $\Delta d$  大很多。

1.2.2 算法搜索流程

定义好目标空间和代价函数,即可开始航迹 搜索。算法定义最小二叉堆 open list 和线性表 closed list 存放拓展节点,具体搜索流程如下:

1) 把起点 S 放入 open list, if = h, 将 closed list 置为空表, 读入起飞时间。

2)重复下列过程,直至当前点与目标点距离 小于阈值为止。若 open list 为空表,则提示用户 在当前目标空间中该两点之间无满足初始条件的 航路,航迹搜索失败。

3) 查找 open list 中未设置过的具有最小 f 值的节点为当前节点 BN,并把它从 open list 中 删除,且加入到 closed list。

4) 若 BN 距离目标节点小于一定阈值,则成 功求得目标解,终止循环。

5) 若 BN 不是目标节点,则对它进行拓展, 得到相应的 8 领域节点。首先剔除已经在 closed list 中节点,然后剔除位于禁飞区和恶劣天气中 的节点,将 8 领域节点中剩下的节点作为后继节 点 SUC。

6) 对每个 SUC 依次进行下列过程:

(a) 建立从 SUC 返回 BN 的指针。

(b) 计算 SUC 的代价,g(SUC) = g(BN)+h(BN,SUC)。

(c) 如果 SUC ∈ OPEN,则将此节点标记 为当前临时节点 OLD,并把它添至 BN 的后继节 点表中。

(d) 比较新路径代价。如果 g(SUC) < g(OLD),则重新设置 OLD 的父辈节点为 BN,记 下较小代价 g(OLD),并修正 f(OLD)值,否则停 止扩展节点。

(e) 如果 SUC ∉ OPEN,则判断其是否在 closed list 中,若 SUC ∈ CLOSED,转向步骤(c), 否则将它放入到 open list 中,并加入到 BN 的后 裔表,然后转向步骤 7)。

(f) **重新计算** f 值。

7) 循环以上步骤。

1.3 航线优化算法

§1.2.2 搜索结果可能不满足无人机性能约束,包括最小步长、转弯半径、爬升率、安全高度

等,需要对其进行一系列算法处理才能得到最终 的可飞行航线。

最小步长、转弯半径是对航段在俯平面上的 约束。前者要求航段长度大于一个特定值,后者 则要求每一航段的长度需要同时满足无人机的前 后两次转弯过程,因此,必须对航线数据进行数据 压缩,本文采用 FFP 算法<sup>[12]</sup> 对其进行数据压缩, 它能够找出尽可能最长的直线趋势,从而避免无 人机频繁的转弯。一条由航路点构成的折线依然 是无法提供给无人机飞行的,有学者提出使用曲 线平滑方法<sup>[13]</sup>,如贝塞尔曲线、B 样条等,但这与 最小步长约束的相冲突,实际上,无人机一般通过 旁切、飞越或向点等方式进行转弯,本文通过对应 的数学描述对转弯保护区进行了建模和可视化。



### 图 4 航线保护区模型

Fig. 4 Route Safty Altitude Model

升降率和安全高度是对航线在纵剖面上的约 束。升降率是衡量无人机性能很重要的一个方 面,飞机总是尽量保持自身的姿态,而不是频繁转 弯或者升降。如果两个航路点 A、B高度不一样, 飞机并不是直接从 A 点飞到 B,而是依据 A 点的 升降率,先完成高度的升降过程到达 O 点,再进 行平飞到达航路点 B,如图 3 所示。安全高度是 指为了保障飞机安全飞行所规定的离地表的最小 额定距离,一些论文考虑了该限定值从而对航线 进行约束<sup>[7]</sup>,但它们仅在航线纵剖面上考虑该约 束,而由于在飞行过程中,由于各种误差的影响, 飞机的实际飞行路径在俯平面上与预定的航迹存 在偏离,因此算法应该在这整个偏离区范围内考虑 安全高度,该偏离区即为航线的保护区,其对应的 数学模型如图4所示。保护区分主区和副区,其中 主区提供全安全高度,副区的安全高度为从预定航 迹向两侧逐渐减少直至为0,计算公式如下:

$$\Delta h = h \times (1 - 2 \times \Delta L/L)$$
(9)  
式中,h 为安全高度(超障余度);  $\Delta L$  为保护区内

目标点到预定航迹的距离;L 为保护区宽度。 根据以上数学模型,要使得在 A、B 航路点之 间满足安全高度约束,可以求出保护区内的无人 机高度与地形高度的最小有符号高度差 ΔH<sub>min</sub>, 然后将航段 AB 的高度抬高 |ΔH<sub>min</sub> |即可,但考

虑到在低空突防过程中,无人机的高度应尽可能 小,因此可对算法稍作改进,计算步骤如下: 1)将 AB 段分为 AO、OB 两段,其中 O 点是

按照 A 点的升降率算出的平飞点。

2)求出 *OB* 段最小有符号高度差  $\Delta H_1$ 。在 *OB* 之间按照进行插值(如等距插值),求出一系 列插值点 { $P_i$ },将  $P_i$  的横截面分为一个主区段 和两个副区段,分别求出主区段和副区段的最小 有符号高度差。

$$(\Delta H_1)_i = \min(\min(h_B - \Delta h - h_j),$$
  
$$\min(h_B - h - h_k))$$
(10)

式中, $(\Delta H_1)_i \ge P_i$  横截面的最小有符号高度差;  $h_B \ge OB$  的航段高度;  $\Delta h$  是安全高度; h 是副区 安全高度,计算原理如式(10)所示;  $h_j$  是主区第 j个插值点的地形高度;  $h_k$  是副区第 k 个插值点的 地形高度。遍历 { $P_i$ },  $(\Delta H_1)_i$  的最小值即为  $\Delta H_1$ 。

3) 求出 AO 段的最小有符号高度差  $\Delta H_2$ 。

现在 AO 之间进行插值,求得一系列插值点  $\{Q_i\},Q_i$ 的第i个横截面的最小有符号高度为:

$$(\Delta H_2)_i = \min(\min(h_i - \Delta h - h_j)),$$

$$\min(h_i - h - h_k)) \tag{11}$$

式中, $h_i = h_A + AO * (h_o - h_A) / AQ_i$ ,遍历 $\{Q_i\}$ , 即可求得  $\Delta H_2$ 。

4) 将 O、B 的高度调整到  $h_B + \Delta H_1$ ,将 A 的 高度调整到  $h_A + \Delta H_2$ ,依据 A 点的升降率过 A点作一条射线求得与 OB 的交点(可能在 OB 的 延长线上),该交点为新的转折点 O。

## 2 实验和分析

#### 2.1 数据

本文实验中 DEM 和 DOM 数据分别是 30 m 精度的 SRTM 地形数据和 30m 精度的 LAND-SAT 影像数据,实验区是西藏林芝到四川成都约 200 km<sup>2</sup> 的范围,该实验区大部分区域为山区,地 形起伏变化明显,能够测试本文的搜索算法可行 性和适用性。实验使用 C # 和 SlimDX 开发,已 在三维 GIS 平台 Gaea Explorer 中顺利运行。实 验硬件环境为 CPU: Intel Core2 Duo E8200,内 存:Kinston 1G,显卡:ATI Radeon HD 2600 XT。 搜索算法的初始参数为:速度 300 km/h; 坡度  $20^{\circ}$ ;升降率 120 m • s<sup>-1</sup>;转弯方式为旁切;安全 高度 300 m;保护区宽度 1 海里。无人机的性能 参数,目标航线和无人机性能是密切相关的。为 了证明算法在不同距离上表现出的收敛性、稳定 性及效率问题,设计了两组不同的坐标对照组,如 表1所示。

表1 算法输入参数1

Tab. 1	Input Parameters	of	the	Algorithm
--------	------------------	----	-----	-----------

	终点信息/(°)	地表距离/km	网格大小/(°)	$\omega_1 : \omega_2 : \omega_3$
93.832 779	94.372 746	50 500	0 1	1:1:1
29.127 954	29.319 841	59.783		
93.562 434	105.587 785	1 00 0 01 0	v. 1	
29.168 065	30.119 375	1 236. 916		

2.2 结果与分析

图 5(a)~5(i)是在表 2 中第一个坐标组的一 系列算法结果。其中,图 5(a)是初始搜索结果; 图 5(b)是航线压缩结果;图 5(c)是转弯平滑结 果;图 5(d)是爬升算法结果;图 5(e)是航线保护 区生成结果;图 5(f)是考虑安全高度之后的航线 保护区;图 5(g)是保护区横截面局部特写。从可 视化结果可以看出,这一系列算法能有效地解决 无人机低空航迹规划问题。图 5(h)是第一个坐标组考虑了雷达、禁飞区、恶劣天气等条件时的搜索结果,图 5(i)是其局部特写,图 5(j)、5(k)则是第二组坐标是否考虑这些条件的对照情形,图 5(l)是图 5(k)的局部特写。从局部细节可以看出,算法的确能够有效地利用地形的遮蔽作用,在敌防御系统盲区内低空或超低空飞行。







图 5 算法结果可视化 Fig. 5 Visualization of Flyable Routes

## 3 结 语

本文提出了一种改进的 A\* 算法解决大范围 三维战场环境的无人机航迹规划问题。提出了一 种基于 2.5 维网格的三维空间划分方法,并且针 对本文的最终目标,A\* 算法综合考虑了航线高 度、被探测概率、航线长度等影响因子,同时满足 UAV 安全高度、升降率、转弯半径等性能约束, 提出了一系列航线优化算法,得到了最终的可飞 航线。实验结果证明,算法稳定、收敛性好、效率 高,可满足大范围低空航迹规划要求,可运用于军 事国防、应急救灾等相关领域之中。

但本文得到的航线是基于一定条件的最优航 线,该处的条件不是指对结果的影响是可预知的 那种类型,如无人机性能参数等,而是无法确定最 优解的模糊情形。如通过一系列比较发现,在网 格大小为 0.1 时,算法能够在搜索效率与搜索精 度之间做出平衡,但这仅仅基于样例数据集的相 对平衡,很难通过算法确定一个绝对最优的网格 大小,因为该值是无法穷尽的。还比如ω1:ω2:ω3 的取值对算法结果是有明显影响的,但很难确定 一个比值来确保得到绝对最优的航线。除此之 外,战场环境是一个动态变化的场景,如何改进算 法以达到实时航迹规划也是一个巨大的挑战。

## 参考文献

- [1] Ge Xiaosan, Bian Fuling. On Algorithm for 3D Surface Route Optimization Based on Ant Colony Optimization[J]. Geomatics and Information Science of Wuhan University, 2007, 32(4): 366-368(葛小三, 边馥苓. 蚁群算法求解三维表面路径方法的研究
  [J]. 武汉大学学报・信息科学版, 2007, 32(4): 366-368)
- [2] Allaire F C J, Tarbouchi M. FPGA Implementation of Genetic Algorithm for UAV Real-Time Path Planning[J]. J Intell Robot Syst, 2009,54:495-510
- [3] Garcia M A P, Montiel O. Path Planning for Autonomous Mobile Robot Navigation with Ant Colony Opti-

mization and Fuzzy Cost Function Evaluation[J]. Applied Soft Computing, 2009,9:1 102-1 110

- [4] Lu Feng. Shortest Path Algorithms: Taxonomy and Advance in Research[J]. Acta Geodaetica et Cartographica Sinica, 2001,30(3):269-275(陆峰. 最短 路径算法:分类体系与研究进展[J]. 测绘学报, 2001,30(3):269-275)
- [5] Wang Hongwei, Ma Yong, Xie Yong. Mobile Robot Optimal Path Planning Based on Smoothing A\* Algorithm[J]. Journal of Tongji University(Natural Science),2010,38(11):1 647-1 650(王红卫,马勇,谢勇.基于平滑 A\* 算法的移动机器人路径规划
  [J].同济大学学报・自然科学版,2010,38(11):1 647-1 650)
- [6] Hua Cao, Nathan E. Brener, S. Sitharama Iyengar.
   3D Large Grid Route Planner for the Autonomous Underwater Vehicles
   [J]. International Journal of Intelligent Computing and Cybernetics, 2009, 2(3):455-476
- [7] De Filippis L, Guglieri G, Quagliotti F. Path Planning Strategies for UAVS in 3D Environments[J].
   J Intell Robot Syst, 2012,65:247-264
- [8] Su Kang, Liu Jingnan, Yan Li. GIS-based Unmanned Air Vehicle Remote Planning[J]. Geomatics and Information Science of Wuhan University,

2003,28(2):188-192(苏康,刘经南,闫利.基于 GIS 的无人飞行器路径规划[J]. 武汉大学学报・信息 科学版,2003,28(2):188-192)

- [9] Zhao Wenting, Peng Junyi. Voronoi Diagram-based Path Planning for UAVs[J]. Journal of System Simulation, 2006, 18(2): 159-162(赵文婷, 彭俊 毅. 基于 Voronoi 图的无人机航迹规划[J]. 系统仿 真学报, 2006, 18(2): 159-162)
- [10] Pehlivaoglu Y V. A New Vibrational Genetic Algorithm Enhanced with a Voronoi Diagram for Path Planning of Autonomous UAV[J]. Aerospace Science and Technology, 2012,16:47-55
- [11] Asseo S J. Terrain Following Terrain Avoidance Path Optimization Using the Method of Steepest Descent[C]. Aerospace and Electronics Conference, NAECON 1988, Hawthorne, CA, 1988
- [12] Chen Gang, Li Li. An Optimized Algorithm for Lossy Compression of Real-Time Data[C]. Intelligent Computing and IntelligentSystems (ICIS), Xiamen, 2010
- [13] Yang Wangjin , Sukkarieh K. 3D Smooth Path Planning for a UAV in Cluttered Natural Environments[C]. Intelligent Robots and Systems, IROS 2008, Nice, France, 2008

# Path Planning Strategies for UAV Based on Improved A\* Algorithm

ZHAN Weiwei<sup>1</sup> WANG Wei<sup>1</sup> CHEN Nengcheng<sup>1</sup> WANG Chao<sup>1</sup>

1 State Key Laboratory of Information Engineering in Surveying Mapping and Remote Sensing, Wuhan University, Wuhan 430079, China

**Abstract**: This study proposes a modified A<sup>\*</sup> algorithm to solve the problem of real-time unmanned air vehicle(UAV) path planning in a large 3D battlefield environment. Since the UAV has to meet the requirements of high survival rate and low fuel consumption in low-altitude penetration, the algorithm took the flight altitude, detected probability and flight length into consideration to search the optimal flight path between two waypoints. Meanwhile, to satisfy the UAV perfor-mance constraints, such as safety altitude, rate of climb, and radius of turn, the author suggested a series of optimization algorithms to get the final flyable path. Experimental results show that these algorithms have good convergence and high efficiency andprovided a optimal trajectory for decision-makers.

Key words: 3D; UAV; Path Planning; A\* Algorithm; trajectory optimization

First author: ZHAN Weiwei, PhD, specializes in 3D simulation and visualization, digital city, smart traffic, digital battlefield, aeronautical engineering and etc. E-mail: JawySuperMan@gmail.com

Foundation support: The National Basic Research Program of China (973 Program), No. 2011CB707101; the National High Technology Research and Development Program of China (863 Program), No. 2013AA01A608; the National Key Projects, No. 2013ZX07503-001; The National Nature Science Foundation of China (NSFC), No. 2010CDB08403.