

基于多历元递推最小二乘卡尔曼滤波方法的模糊度解算

孙红星¹ 付建红¹ 袁修孝¹ 唐卫明²

(1 武汉大学遥感信息工程学院,武汉市珞喻路 129 号,430079)
(2 武汉大学卫星导航定位技术研究中心,武汉市珞喻路 129 号,430079)

摘要:针对 GPS 动态定位,通过使用递推最小二乘技术,提出基于递推最小二乘的仅含有模糊度参数的卡尔曼滤波方法,实现了利用多历元载波相位观测信息解算模糊度。同时针对多历元定位的特点,讨论了动态定位中的单频周跳探测与修复,并提出将卫星重新出现的情况按照周跳的处理方法,有效地提高了解算效果。
关键词:GPS;整周模糊度;动态;周跳;迭代最小二乘;卡尔曼滤波
中图法分类号:P228.41

众所周知,在 GPS 动态定位中,载波相位模糊度的解算多采用伪距信息和载波相位信息统一解算,其中伪距可以是一个历元的伪距观测信息,也可以是多个历元的伪距平滑信息,但是由于动态定位中目标点空间坐标在变化之中,载波相位信息目前常采用单个历元观测量,而放弃前续历元的载波相位观测信息^[1-5]。如能有效地利用此多个历元的载波相位信息,将有助于模糊度的解算。针对这个问题,本文提出了同时使用多个历元的伪距信息和载波相位信息来解算载波相位模糊度。与此同时,卡尔曼滤波技术在 GPS 导航定位中有着广泛应用^[6,7],但是由于受到系统状态方程模型精度的限制,在 cm 级的差分 GPS 定位中,卡尔曼滤波使用的并不多^[8]。但如果系统状态方程的模型精度很高,即仅对模糊度参数建模,滤波效果则大为改善。

1 GPS 动态差分定位中的迭代最小二乘方法

由 GPS 双差线性观测方程:

$$L = Bdx + AN, D \quad (1)$$

式中, L 为双差码伪距和载波相位观测矢量; B 为差分 GPS 定位系数矩阵; dx 为坐标未知数改正

数向量; N 为载波相位双差模糊度,具有整数特性; A 为模糊度系数矩阵; D 为观测矢量方差阵。
引入迭代最小二乘方法^[9],可得到不含坐标未知数改正数向量 dx 的定位方程:

$$L = \bar{A}N, D \quad (2)$$

式中, $\bar{A} = (I - J)A$, I 为单位阵, $J = BN_{11}^{-1}B^TD^{-1}$, $N_{11} = B^TD^{-1}B$, 其对应的法方程为:

$$\bar{A}^TD^{-1}\bar{A}N = \bar{A}^TD^{-1}L \quad (3)$$

由方程(3)可解得模糊度浮点解:

$$N = (\bar{A}^TD^{-1}\bar{A})^{-1}\bar{A}^TD^{-1}L$$

方程(2)中不再具有坐标未知数改正数向量,只具有模糊度参数。根据无周跳时前后历元模糊度不变的特性,可对多个历元的法方程(3)进行叠加,或者使用卡尔曼滤波方法,解得模糊度浮点解。在模糊度浮点解的基础上,可使用动态模糊度搜索方法进行整数模糊度搜索。对此相关文献研究较多^[1],本文不再赘述。

2 基于递推最小二乘的卡尔曼滤波

在正确探测并修复周跳的前提下,对于方程(2)模糊度浮点解的解算,既可以使用多历元法方程叠加方法,也可以使用卡尔曼滤波方法。由于卡尔曼滤波方程便于编程实现,特别是在后文重

新出现卫星的处理中非常方便,故本文使用后者。由于方程(2)中只具有模糊度参数,所以滤波器状态方程的精度很高。

对于式(2),建立只含有模糊度参数的卡尔曼滤波器:

$$\mathbf{N}_{k+1} = \mathbf{N}_k, \mathbf{Q}_k \tag{4}$$

$$\mathbf{L}_{k+1} = \bar{\mathbf{A}}\mathbf{N}_{k+1}, \mathbf{D}_{k+1} \tag{5}$$

式中,式(4)为状态方程, \mathbf{N}_k 为 k 时刻的模糊度向量; \mathbf{N}_{k+1} 为 $k+1$ 时刻的模糊度向量; \mathbf{Q}_k 为系统噪声阵,由于前后历元所对应的模糊度保持不变,故系统噪声阵可设为零。式(5)为量测方程,是式(2)在 $k+1$ 时刻的描述。滤波器的广义滤波方程为:

$$\mathbf{P}_{k+1/k} = \mathbf{P}_k + \mathbf{Q}_k \tag{6}$$

$$\mathbf{K}_{k+1} = \mathbf{P}_{k+1/k} \bar{\mathbf{A}}_{k+1}^T (\bar{\mathbf{A}}_{k+1} \mathbf{P}_{k+1/k} \bar{\mathbf{A}}_{k+1}^T + \mathbf{D}_{k+1})^{-1} \tag{7}$$

$$\hat{\mathbf{n}}_{k+1} = \mathbf{K}_{k+1} \mathbf{l}_{k+1} \tag{8}$$

$$\mathbf{P}_{k+1} = (\mathbf{I} - \mathbf{K}_{k+1} \bar{\mathbf{A}}_{k+1}) \mathbf{P}_{k+1/k} (\mathbf{I} - \mathbf{K}_{k+1} \bar{\mathbf{A}}_{k+1})^T + \mathbf{K}_{k+1} \mathbf{D}_{k+1} \mathbf{K}_{k+1}^T \tag{9}$$

式中, \mathbf{P} 为系统方差阵; \mathbf{K} 为增益矩阵; \mathbf{I} 为单位阵; $\mathbf{l}_{k+1} = \mathbf{L}_{k+1} - \bar{\mathbf{A}}\hat{\mathbf{N}}_k$; $\hat{\mathbf{n}}_{k+1}$ 为滤波器输出,即模糊度的每历元的修正值,其他符号与前文相同。在滤波器中,方程(8)可以同时含有码伪距和载波相位观测信息。

3 递推最小二乘法中的周跳探测与修复

使用多历元信息解算模糊度的一个重要前提是历元间载波相位的周跳必须得到正确的探测和修复^[10],这里的周跳不仅仅指前后连续历元间的周跳,而且包括卫星失锁多个历元后又重新捕获时前后历元的周跳。第一种周跳为 GPS 定位中普通情况,常用的静态周跳探测方法不能适用,多项式拟合方法^[2]和卡尔曼滤波方法^[11]也难以确定1~2周的小周跳,目前多使用双频信息进行精确探测和修复^[12],本文提出了基于“上历元浮点伪模糊度”的桥接方法来处理,适用于单频和双频接收机。第二种周跳是指卫星完全失锁又重新捕获后与失锁前的相位差,在理论上双差载波相位之差仍然为整数^[1],本文将此相位差理解为另一种周跳,称为非连续历元的周跳。对于非连续历元的周跳,传统的方法是将重新捕获的卫星理解为一个“新”的卫星,从而回避了此周跳的求解,但是这种方法会导致模糊度参数增多的问题。在静态定位中,由于卫星失锁又重捕的情况很少,所以参数增多的问题并不突出,但在动态定位中,上

述方法会使未知数参数过多,针对 GPS 的动态应用,本文根据卡尔曼滤波器中模糊度逐渐变化的特性,提出使用“段浮点伪模糊度”的桥接方法,在滤波过程中同时修复此种周跳。

3.1 连续历元间周跳

对于两个连续采样历元的载波相位双差线性观测方程:

$$(\boldsymbol{\varphi}_1 + \mathbf{N})\lambda = \mathbf{B}_1 \mathbf{d}\mathbf{x}_1 \tag{10}$$

$$(\boldsymbol{\varphi}_2 + \mathbf{N})\lambda = \mathbf{B}_2 \mathbf{d}\mathbf{x}_2 \tag{11}$$

式(10)为第一个历元观测方程,式(11)为第二个历元观测方程, $\boldsymbol{\varphi}_1$ 、 $\boldsymbol{\varphi}_2$ 分别为两个历元的载波相位观测向量, \mathbf{N} 为模糊度参数向量, \mathbf{B}_1 、 \mathbf{B}_2 分别为两个历元对应的定位系数矩阵, $\mathbf{d}\mathbf{x}_1$ 、 $\mathbf{d}\mathbf{x}_2$ 分别为两个历元的坐标改正数向量。对于第一个历元,如果 \mathbf{N} 被正确解得,方程(10)即可得到 cm 级精度的定位结果,并且在无周跳的条件下,这组 \mathbf{N} 将一直适用于后续历元。事实上,即使 \mathbf{N} 没有被正确解得,但只要能使方程(10)的定位方差较小,由于在较短的时间内卫星分布变化很小,此组 \mathbf{N} 也可以使较短时间内的后续历元达到较小的定位方差,并且此结论对于模糊度为非整数时同样成立。为此,本文使用方程(10)的双差相位观测值作为浮点伪模糊度,来探测和修复方程(11)的周跳:

令 $\mathbf{N} = -\boldsymbol{\varphi}_1$,则方程(10)为齐次方程:

$$\mathbf{0} = \mathbf{B}_1 \mathbf{d}\mathbf{x}_1 \tag{12}$$

此时方程(12)只有零解,且最小二乘解的残差平方和为零: $\mathbf{V}^T \mathbf{V} = 0$ 。同时可将第二个历元观测方程(11)写成:

$$(\boldsymbol{\varphi}_2 - \boldsymbol{\varphi}_1)\lambda = \mathbf{B}_2 \mathbf{d}\mathbf{x}_2 \tag{13}$$

如果此历元没有周跳,由于 \mathbf{B}_2 和 \mathbf{B}_1 元素极为类似,则方程(13)的平差结果必然具有很小的 $\mathbf{V}^T \mathbf{V}$ 。如果出现 $\mathbf{V}^T \mathbf{V}$ 没有趋于零的情况,则说明有卫星发生了周跳。此时可减少观测方程,直到找到能让方程(13)满足 $\mathbf{V}^T \mathbf{V}$ 趋于零的观测卫星组合。理论上只要有5颗卫星连续观测,即可有效地修复周跳:

$$(\boldsymbol{\varphi}_2' - \boldsymbol{\varphi}_1')\lambda = \mathbf{B}_2' \mathbf{d}\mathbf{x}_2 \tag{14}$$

$$\mathbf{C}_y = \text{int}(\mathbf{B}_2' \mathbf{d}\mathbf{x}_2 / \lambda - \boldsymbol{\varphi}_2'' + \boldsymbol{\varphi}_1'') \tag{15}$$

式(14)为无周跳卫星的部分观测方程,式(15)为周跳计算公式, $\boldsymbol{\varphi}_2'$ 、 $\boldsymbol{\varphi}_1'$ 和 \mathbf{B}_2' 分别为无周跳卫星所对应的观测向量和系数矩阵, \mathbf{C}_y 表示周跳, $\boldsymbol{\varphi}_2''$ 、 $\boldsymbol{\varphi}_1''$ 和 \mathbf{B}_2'' 为有周跳卫星所对应的观测向量和系数矩阵,int表示四舍五入取整,式(15)中的 $\mathbf{d}\mathbf{x}_2$ 由式(14)按照最小二乘法算得。

对于动态数据,只要有5颗卫星连续无周跳,

历元采样间隔小于 2 s,即可有效探测和修复其他卫星的周跳。

3.2 非连续历元间周跳

记重捕历元为 $k+1$,记 N'_{k+1} 为重捕历元与上历元连续观测卫星模糊度向量,其周跳已经通过前文所述方法修复, N'_{k+1} 为重捕卫星模糊度向量, N''_k 为重捕卫星在前一历元滤波而得的模糊度向量,称为段浮点伪模糊度,则重捕卫星的周跳为:

$$Cy'' = N''_{k+1} - N''_k \tag{16}$$

式中, N''_k 为已知数; N''_{k+1} 为未知数。

如果将连续卫星的模糊度 N'_{k+1} 带入重捕历元载波相位双差观测方程,可得:

$$(\phi' + N'_{k+1})\lambda = B'dx \tag{17}$$

式中, ϕ' 、 B' 分别为连续卫星的载波相位观测向量与定位系数矩阵。将式(17)解得的 dx 带入重捕卫星在重捕历元的载波相位双差观测方程反算,即可得:

$$N''_{k+1} = B''dx/\lambda - \phi'' \tag{18}$$

式中, ϕ'' 、 B'' 分别为重捕卫星的载波相位观测向量与定位系数矩阵,将 N''_{k+1} 代入方程(16),即可解得重捕卫星的周跳 Cy'' 。

Cy'' 在理论上为整数,但是由于它在实际计算中会受到滤波过程的影响。如果重捕历元的上历元滤波得到的模糊度已经比较准确,即在方程(17)中 N'_{k+1} 已经接近正确的结果,则方程(18)算得的 N''_{k+1} 也比较准确,此时 Cy'' 接近整数,取整即可;反之如果 N'_{k+1} 与正确值差距较大,则 Cy'' 会存在较大误差,当误差超过半周时,取整方法即不可用。

另外,模糊度的解算结果是多个历元观测信息的集体贡献,一个历元的观测信息将不会对系统有明显的作用,所以对于有重捕卫星的历元,如果重捕卫星的周跳被正确修复,方程(8)的输出将很小;如果周跳不能被正确修复,将使方程(8)的输入 l 阵产生偏差,系统输出将出现大的振荡。本文在方程(16)的基础上,使用方程(8)的输出来进行周跳修复的检测:

$$\|\hat{n}_{k+1}\| = \|K_{k+1}\tilde{l}_{k+1}\| = \min \tag{19}$$

式中, $\|\cdot\|$ 表示矢量的模; \tilde{l}_{k+1} 表示使用不同的模糊度所对应的滤波器输入。文中使用搜索的方法来确定周跳,即在一定的范围内搜索,只要符合方程(19)的周跳即为正确的周跳。

4 实 例

基于文中提出的模糊度解算方法,笔者开发了差分 GPS 动态定位软件 Caravel,以此对某一

数据进行分析。

试验一 数据采集时间为 2006-08,采用 Trimble 公司 4000SSI 接收机作为基站,4700 接收机作为流动站,将流动站天线安装在汽车顶部,平均基线长度 1 km,采样率 1 Hz,平均观测卫星 5~7 颗。在试验中,只使用了第一频率伪距和载波相位信息。为了验证重捕卫星周跳的修复方法,对数据进行了预处理,在观测数据的 10 min 处删除一颗卫星,持续时间 90 s。解算分两种模式:一种包含伪距观测信息;一种不包含伪距观测信息。试验结果显示,两种方法都能正确解算出模糊度。解算结果与同类软件 GrafNav 比较,平面坐标互差都在 3 mm 之内,高程差值在 15 mm 之内。图 1 显示了三个方向上两个软件每个历元的互差。

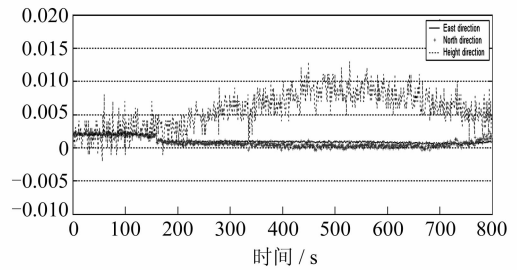


图 1 Caravel 解算结果与 GrafNav 软件结果东北高三方向互差

Fig. 1 Coordinate Differences in Northeast and Height Directions Resolved by Caravel to the Result by GrafNav

为了便于分析模糊度的收敛情况,文中选取了 PRN 18 号卫星的模糊度进行显示,此卫星对应的正确模糊度为 26 542。图 2 和图 3 分别显示了使用伪距和不使用伪距的情况下,模糊度的收敛情况。从图 2 可以看出,由于伪距的精度较高,在滤波开始之初模糊度数值就接近正确值。在不使用码伪距的解算中,直到接近 600 个历元时才逐渐收敛到正确值,在此基础上,使用单频模糊度动态搜索算法,即可解得正确值。

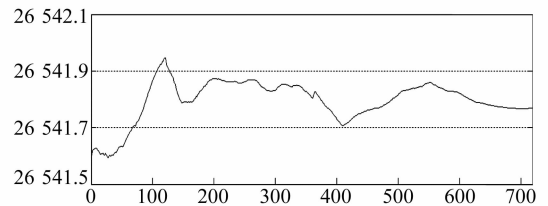


图 2 含伪距情况下 PRN 18 模糊度收敛情况
Fig. 2 Convergence of PRN 18 Ambiguity Processed with Pseudorange

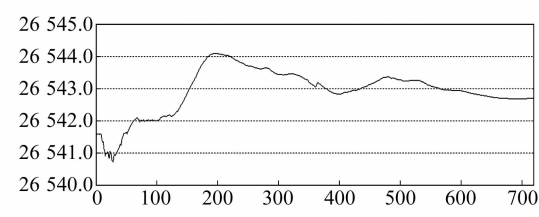


图 3 不含伪距情况下 PRN18 模糊度收敛情况

Fig. 3 Convergence of PRN 18 Ambiguity
Processed Without Pseudorange

表 1 含伪距情况下部分重捕周跳的计算数值

Tab. 1 Reparation of Cycle Lips of Some Satellites Reappearing

PRN	Cy 初值	$\ \hat{n}_{k+1} \ $ of int(Cy)-1	$\ \hat{n}_{k+1} \ $ of int(Cy)	$\ \hat{n}_{k+1} \ $ of int(Cy)+1	次小 $\ \hat{n}_{k+1} \ $ 与最 小 $\ \hat{n}_{k+1} \ $ 的比率	Cy 最终值
9	-5 580 990.888	0.974	0.016	0.942	58	-5 580 991
9	0.050	0.204	0.003	0.202	37	0
25	-0.100	0.152	0.005	0.161	32	0
9	6 863 856.042	0.213	0.004	0.210	52	6 863 856
9	0.012	0.192	0.001	0.194	192	0
5	-0.033	0.167	0.007	0.177	23	0
30	-0.034	0.303	0.003	0.308	101	0

Crescent 公司 CSI 接收机作为基站和流动站,同步静态观测 30 min,基线长度 500 m,采样率 1 Hz,平均观测卫星 5~7 颗。CSI 接收机为单频低端接收机,只能接收 C/A 码,其伪距噪声约 3 m。在试验中,观测数据开始第 10 s 删除一颗卫星,持续时间 60 s。解算模式与试验一相同,两个模式都能正确地解算出模糊度。解算结果与静态基线解算结果比较,每历元平面坐标互差都在 2 cm 之内,高程差值在 5 cm 之内。图 4 显示了在三个方向上每个历元与静态结果的差值。

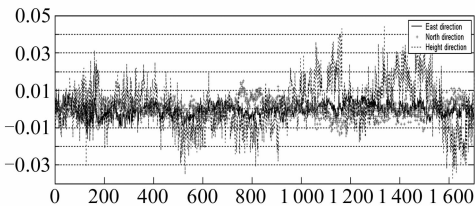


图 4 Caravel 动态解算结果与静态解算
结果在东北高方向差值

Fig. 4 Difference of Plane Northeast and Height
Direction Coordinate Resolved by Dynamic Mode to
the Result by Static Mode

图 5 和图 6 分别显示了使用和不使用平滑伪距情况下,PRN20 号卫星模糊度收敛情况,其正确值为-69 615 338。从图 5 可以看出,码伪距经

为了检测文中重捕卫星周跳修复方法的有效性,Caravel 软件输出了重捕卫星周跳的解算过程。结果表明,重新出现卫星的周跳全部正确修复。表 1 列出了含伪距模式中部分卫星的计算情况,Cy 由式(16)算得。从表中可见,次小和最小 $\| \hat{n}_{k+1} \|$ 的比率均在 10 倍以上,检测效果非常好。在不含伪距的模式中, $\| \hat{n}_{k+1} \|$ 数值比含伪距的 $\| \hat{n}_{k+1} \|$ 数值大,但是次小和最小的比率仍为 10 倍以上。

试验二 数据采集时间为 2006-12,采用

过平滑后精度有所提高,和多个历元的载波相位观测信息一并滤波后,模糊度浮点解达到 1 周左右的精度。在不使用码的处理中,情况与例 1 类似。例 2 中卫星重捕的周跳处理情况与例 1 类似,均能有效修复,受篇幅限制,结果不再列出。

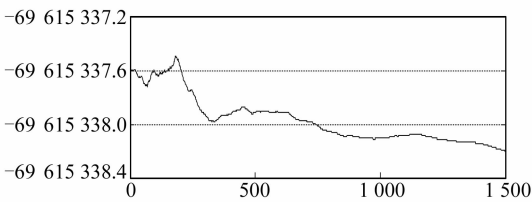


图 5 含码情况下 PRN20 模糊度收敛情况

Fig. 5 Convergence of PRN 20 Ambiguity
Processed with Pseudorange

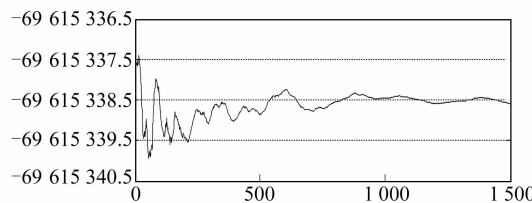


图 6 不含码情况下 PRN20 模糊度收敛情况

Fig. 6 Convergence of PRN 20 Ambiguity
Processed without Pseudorange

参 考 文 献

[1] 孙红星. 差分 GPS/INS 高精度组合定位定姿及其在 MMS 中的应用[D]. 武汉: 武汉大学, 2004

[2] 唐卫明. 大范围长距离 GNSS 网络 RTK 技术及软件实现[D]. 武汉: 武汉大学, 2006

[3] 吴万清, 宁龙梅, 朱才连. 一种单频单历元 GPS 整周模糊度的解算方法[J]. 武汉大学学报·信息科学版, 2005, 30(6): 497-501

[4] 阳仁贵, 欧吉坤, 王振杰, 等. 用遗传算法搜索 GPS 单频单历元整周模糊度[J]. 武汉大学学报·信息科学版, 2005, 30(3): 251-254

[5] 刘立龙, 刘基余, 李光成. 单频 GPS 整周模糊度动态快速求解的研究[J]. 武汉大学学报·信息科学版, 2005, 30(10): 885-887

[6] 杨元喜, 张双成. 导航解算中的系统误差及其协方差矩阵拟合[J]. 测绘学报, 2003, 33(3): 189-194

[7] 宋迎春, 朱建军, 陈正阳. 动态定位的模型偏差检

测与校正[J]. 测绘学报, 2004, 34(4): 294-299

[8] 秦永元, 张洪钺, 汪叔华. 卡尔曼滤波与组合导航原理[M]. 西安: 西北工业大学出版社

[9] Chen W, Hu C, Li Z, et al. Kinematic GPS Precise Point Positioning for Sea Level Mornitoring with GPS Buoy[J]. Journal of Global Positioning Systems, 3(1/2): 302-307

[10] 刘基余. GPS 卫星导航定位原理与方法[M]. 北京: 科学出版社, 2003

[11] 何海波, 杨元喜. GPS 动态测量连续周跳检验[J]. 测绘学报, 1999, 28(3): 199-203

[12] Efficient B S. Automated Cycle-Slip Correction of Dual-Frequency Kinematic GPS Data[C]. Proceedings of ION GPS 2000, Salt Lake City, Utah, 2000

第一作者简介: 孙红星, 博士, 讲师, 现从事 GPS 定位与 GPS/INS 组合高精度定位定向理论与应用研究。
E-mail: sunhongxing2000@hotmail.com

Ambiguity Resolution Based on Recursive Least Squares Kalman Filtering Using Multi-epoch Carrier Phase Data

SUN Hongxing¹ FU Jianhong¹ YUAN Xiuxiao¹ TANG Weiming²

(1 School of Remote Sensing and Information Engineering, Wuhan University, 129 Luoyu Road, Wuhan 430079, China)
(2 Research Center of GNSS, Wuhan University, 129 Luoyu Road, Wuhan 430079, China)

Abstract: In the global positioning system(GPS) kinematic positioning, the pseudorange and carrier phase measurements are often used together to calculate the carrier phase integer ambiguity. The pseudorange information can be either a raw observation of a single epoch or a smoothed value based on multi-epoch. For the carrier phase information, traditionally only single-epoch observations are used, because the position of the GPS antenna changes continuously in kinematic applications. A new carrier phase ambiguity resolution method is proposed by using multi-epoch data for both pseudorange and carrier phase data. First, the recursive least squares method is introduced, which can build the observation equations with the information from a continuous data segment. Next, a Kalman filter based on the only ambiguity state is used to calculate the float ambiguities. Then, the cycle slip detection and repair technique in kinematic mode is discussed with special emphasis on bridging discontinuous observations. The proposed method offers an obvious computational and performance advantage. The experiment proves that the proposed method can efficiently solve the integer ambiguities in GPS kinematic positioning.

Key words: GPS; ambiguity; kinematic; cycle slip; recursive least squares; Kalman filter

About the first author: SUN Hongxing, Ph.D. lecturer. His research interesting covers GPS positioning, GPS/INS integrated positioning and navigation, and sensor direct geo-reference.
E-mail: sunhongxing2000@hotmail.com