

文章编号:1671-8860(2011)12-1500-04

文献标志码:A

# 利用改进的 TurboEdit 算法与 Chebyshev 多项式探测与修复周跳

刘 宁<sup>1</sup> 熊永良<sup>1</sup> 徐韶光<sup>1</sup>

(1 西南交通大学测量工程系, 成都市二环路北一段 111 号, 610031)

**摘要:**根据利用 TurboEdit 方法对 GPS 观测数据进行周跳探测的特点,设计了固定弧段长度的滑动窗口拟合模型,对其中的 Geometry-Free 组合法进行改进;在探测出周跳后,利用最小二乘 Chebyshev 多项式拟合来修复周跳。实验结果表明,改进后的 TurboEdit 算法可以探测出等周的 1 周小周跳、等周的大周跳和连续的小周跳、大周跳,同时,最小二乘 Chebyshev 多项式拟合可以精确修复以上周跳对。

**关键词:**GPS; 周跳; TurboEdit 算法; 滑动窗口; Chebyshev 多项式

中图法分类号:P228.41

目前,常用的周跳探测和修复方法<sup>[1-5]</sup>各有优缺点。本文在 TurboEdit 算法的基础上进行改进,在周跳探测方面,提出利用固定拟合弧段长度的滑动窗口拟合模型来进行探测;在周跳修复方面,提出利用最小二乘 Chebyshev 多项式拟合算法来计算周跳值。

## 1 周跳探测的改进 TurboEdit 算法

TurboEdit 算法的原理参见文献[5-9]。在利用 TurboEdit 方法进行周跳探测时,当 M-W 组合出现探测盲点时(即两个频率上出现等周周跳时),利用 G-F 组合对其进行探测;当 G-F 组合出现探测盲点时(即敏感周跳),利用 M-W 组合可以进行有效探测。通过两种方法分别探测出周跳,联立方程组便可求解周跳值。文献[9,10]中提到,对于小周跳此方法会探测失败。为了更有效地探测周跳,本文中,首先对原始观测数据在历元间求一次差,把经过历元间求差后的数据作为两种组合进行周跳探测的起算数据。在 TurboEdit 方法中,值得注意的是,对于 G-F 组合探测法,在用多项式  $Q$  来拟合  $L_{gf}$  再探测周跳时存在局限性,这是由于采用多项式拟合涉及到拟合阶数以及拟合弧段长度的选取。在实际应用中,

由于 GPS 数据采样率通常较高,所获取的数据长度较大,故根据经验设定的拟合阶数,会造成拟合曲线与实际 G-F 组合曲线的残差过大而影响周跳的正确探测。因此,本文利用固定拟合弧段长度的滑动窗口拟合模型来拟合  $\Delta L_{gf}$ 。

从当前历元  $i$  向前选取固定长度的  $n$  个历元来进行多项式拟合,计算出相应的拟合参数和拟合中误差  $\sigma_n$ ,并根据拟合残差来判断是否发生周跳。若

$$\begin{aligned} |\Delta L_{gf_i} - \Delta Q_i| &\geqslant 4\sigma_n \\ |\Delta L_{gf_{i+1}} - \Delta Q_{i+1}| &\geqslant 4\sigma_n \end{aligned} \quad (1)$$

则第  $i$  个历元发生周跳,对其进行修复;否则,拟合窗口向后滑动一个历元,选取前  $n$  个历元继续进行拟合。重复上述步骤遍历至最后一个历元。在进行滑动窗口固定长度  $n$  选取的实验中,当选择  $n=16$ ,并且拟合阶数选取 3 阶时,该算法可有效地进行周跳探测。

## 2 周跳修复的最小二乘 Chebyshev 多项式拟合算法

对一个包含有  $n$  个历元数据的载波相位观测值序列  $\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_{n-1}, \varphi_n$ ,考虑多项式拟合函数和载波相位测量的偶然误差, GPS 载波相位观测

方程可写为:

$$\varphi(t) = F(t) + \epsilon \quad (2)$$

式中,  $F(t)$  为多项式拟合函数;  $\epsilon$  为相位测量的偶然误差。由此便构成了 Chebyshev 多项式拟合的基本方程。

在上述的观测序列中, 假设第  $k$  个历元发生了周跳  $\Delta N$ , 则从第  $k$  个历元起, 后续所有载波相位观测值中均将含有一个固定偏差  $\Delta N^{[11]}$ , 即有  $\varphi_1, \dots, \varphi_{k-1}, \varphi_k + \Delta N, \dots, \varphi_n + \Delta N$ , 其中, 观测值序列  $\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_{n-1}, \varphi_n$  为不含周跳的理想数据。在利用改进的 TurboEdit 方法进行周跳探测的过程中, 记录发生周跳的历元  $T_k$ , 借助固定拟合弧段长度的思想, 从发生周跳的第  $k$  个历元向前选取  $m$  个历元的“干净”相位数据进行 Chebyshev 多项式拟合, 将式(8)中的  $\varphi(t)$  展开成 Chebyshev 多项式:

$$\varphi(\tau) = \sum_{i=0}^n C_i T_i(\tau) \quad (3)$$

式中,  $n$  为多项式阶数;  $C_i$  为多项式系数;  $T_i(\tau)$  为第  $i$  阶 Chebyshev 多项式。本文对拟合弧段长度的大小进行相关实验, 结果表明, 当该拟合长度取  $m=13$  时, 解算的周跳浮点解取整带来的舍入误差最小。由于站星距对时间的 5 阶导数  $d^5\varphi/dt^5$  趋近于 0, 因此, 本文中的 Chebyshev 多项式阶数  $n$  取 5。具体计算周跳值的过程如下。

首先, 利用式(4)将历元  $t$  的区间  $t \in [T_{k-13}, T_k]$  归化到  $[-1, 1]$  上:

$$\tau = \frac{2}{(T_k - T_{k-13})}(t - T_{k-13}) - 1 \quad (4)$$

其次, 通过下列递推关系求出 Chebyshev 多项式  $T_i(\tau)$ :

$$\begin{aligned} T_0(\tau) &= 1, T_1(\tau) = t \\ T_{n+1}(\tau) &= 2\tau T_n(\tau) - T_{n-1}(\tau) \end{aligned} \quad (5)$$

然后, 根据每个历元对应的载波相位数据, 列出误差方程:

$$\mathbf{V} = \mathbf{BC} - \mathbf{l} \quad (6)$$

其中,  $\mathbf{B}$  为由  $T_i(\tau)$  所构成的 Chebyshev 多项式矩阵;  $\mathbf{C}$  为待求的未知数向量, 即多项式系数;  $\mathbf{l}$  为节点历元对应的载波相位数据。根据最小二乘准则, 可以得出  $\mathbf{C} = (\mathbf{B}^\top \mathbf{B})^{-1} \mathbf{B}^\top \mathbf{l}$ 。将  $\mathbf{C}$  代入式(3), 并结合式(4)、(5)计算出  $\tau_k, T_i(\tau_k)$ , 从而求解出  $k$  历元的“干净”相位数据  $\varphi_k$ , 则发生在第  $k$  个历元的周跳值为  $\Delta N = \text{int}[(\varphi_k + \Delta N) - \varphi_k]$ , 其中,  $\text{int}[\cdot]$  为取整运算。计算出周跳值后, 对所有载波相位观测值中含有的周跳  $\Delta N$  进行修复并保存此观测序列, 从而进行下一个历元的周跳修复。重复以上步骤, 直到周跳修复至最后一个历元。

### 3 实例分析

本文采用从 IGS 网站上下载的 2010 年年积日为 60 d 的 amc2 站的观测数据 amc20600.100, 该数据包含  $L_1, L_2$  相位、 $P_1, P_2$  码, 数据采样率为 15 s, 选取 PRN32 号卫星, 共 350 个历元的数据作为实验数据。从图 1 中的 M-W 组合、G-F 组合的检验曲线序列可以看出, 该实验数据不含周跳。

通过在相应历元处加减周跳来验证改进的 TurboEdit 方法与最小二乘 Chebyshev 多项式拟合探测与修复周跳的可靠性。采用 4 种方案分别在数据中加入模拟周跳:① 方案 1, 在第 50 个历元处的  $(L_1, L_2)$  相位上分别加上  $(9, 7)$  周的周跳; 在第 100 个历元处的  $(L_1, L_2)$  相位上分别加上  $(-1, -1)$  周的周跳。两个历元处的周跳都为小周跳。② 方案 2, 在第 150 个历元处的  $(L_1, L_2)$  相位上分别加上  $(-80, -80)$  周的周跳; 在第 200 个历元处的  $(L_1, L_2)$  相位上分别加上  $(77, 60)$  周的周跳。两个历元处的周跳都为大周跳。③ 方案 3, 在第 250、251、252、253 个历元处的  $(L_1, L_2)$  相位上分别加上  $(-1, 2)、(2, 1)、(-2, 3)、(3, -3)$  的周跳, 此为连续的小周跳。④ 方案 4, 在第 300、301、302、303 个历元处的  $(L_1, L_2)$  相位上分别加上  $(-100, 110)、(80, -100)、(-95, 95)、(110, -120)$  的周跳, 此为连续的大周跳。

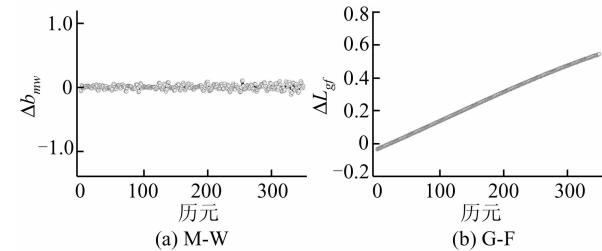


图 1 无周跳的 M-W 组合和 G-F 组合序列

Fig. 1 M-W Combination and G-F Combination Time Series Without Cycle Slips

4 种方案的计算结果如图 2~5 所示。

从图 2 中可以看出, 方案 1 中的  $(9, 7)$  周的周跳对是 G-F 探测的盲点, G-F 组合探测失效, 而 M-W 组合弥补了这一缺陷, 其曲线在 50 历元处发生突变; 但是对于等周的  $(-1, -1)$  小周跳对, M-W 组合探测失效, 而在 G-F 组合探测 100 历元处的时间序列曲线上表现为突变, 不再平滑。文献[10]中提到, TurboEdit 方法中的 G-F 组合

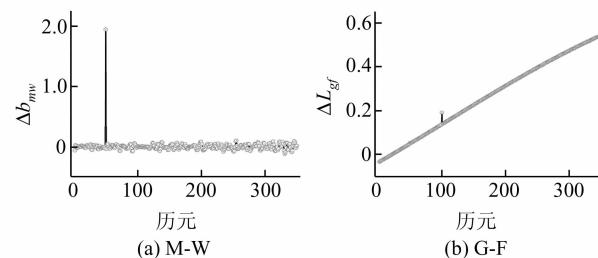


图2 方案1对应的M-W组合和G-F组合序列

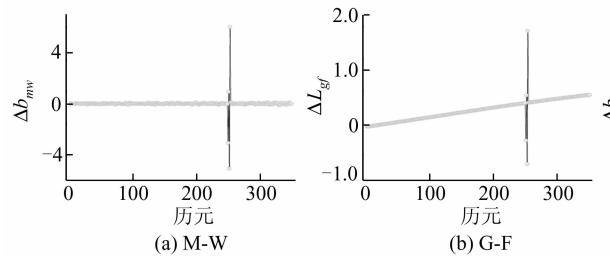
Fig. 2 M-W Combination and G-F Combination  
Time Series Corresponding to Project 1

图4 方案3对应的M-W组合和G-F组合序列

Fig. 4 M-W Combination and G-F Combination  
Time Series Corresponding to Project 3

只能探测到6周以上的周跳,但利用固定拟合弧段长度的滑动窗口拟合模型对G-F组合进行改进后,可以探测出1周的周跳,提升了该算法探测周跳的性能。在方案2中的两组大周跳对中,图3同样表现出M-W组合不能探测等周的大周跳,而改进后的G-F组合依然对敏感的大周跳对(77,60)探测失效,因此,只有将两种方法联合进行周跳探测,才能更加有效可靠地探测出周跳发生的位置。从图4、5可以看出,对于连续的小周跳、大周跳,在没有M-W组合、G-F组合的盲点周跳对时,两种方法均可探测出周跳,其时间序列曲线明显表现出周跳发生的位置。采用最小二乘Chebyshev多项式拟合计算4种方案周跳值的结果如表1所示。

从表1中可以看出,利用最小二乘Chebyshev多项式拟合计算的周跳浮点解与模拟的周跳对达到了很好的吻合,对于等周的1周小周跳、等周的大周跳和连续的小周跳、大周跳都可以正确地计算出周跳值。由于周跳为整数,所以在对计算的周跳浮点值进行取整后,与模拟加入原始观测数据中的周跳值几乎完全相等,表现出利用该方法修复周跳的可行性和准确性。

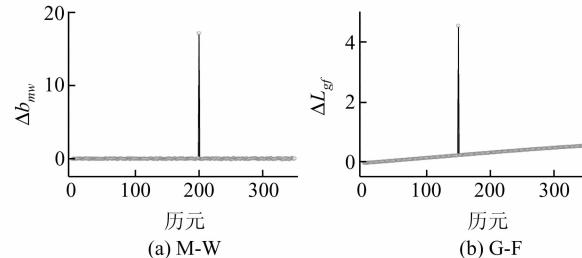


图3 方案2对应的M-W组合和G-F组合序列

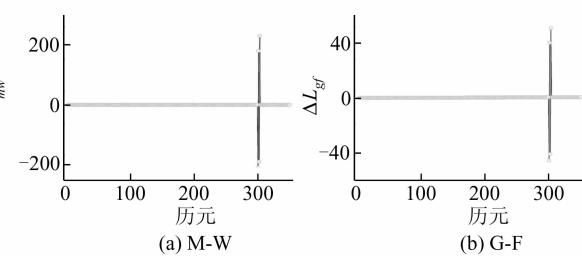
Fig. 3 M-W Combination and G-F Combination  
Time Series Corresponding to Project 2

图5 方案4对应的M-W组合和G-F组合序列

Fig. 5 M-W Combination and G-F Combination  
Time Series Corresponding to Project 4

表1 周跳值的计算结果

Tab. 1 Calculation Results of Cycle Slips

实验方案	模拟周跳的历元	模拟的周跳对	计算的周跳浮点解
方案1	50	(9,7)	(8.957,6.965)
	100	(-1,-1)	(-1.013,-1.004)
方案2	150	(-80,-80)	(-80.058,-80.047)
	200	(77,60)	(76.897,59.923)
方案3	250	(-1,2)	(-1.001,2.007)
	251	(2,1)	(1.893,0.922)
	252	(-2,3)	(-2.134,2.898)
	253	(3,-3)	(3.017,-2.988)
方案4	300	(-100,110)	(-99.924,110.052)
	301	(80,-100)	(79.990,-100.018)
	302	(-95,95)	(-95.083,94.928)
	303	(110,-120)	(109.933,-120.043)

## 4 结语

1) 在周跳探测方面,利用固定拟合弧段长度的滑动窗口拟合模型来改进TurboEdit方法,可有效探测1周的小周跳,弥补了原G-F组合不能探测到6周以下小周跳的缺陷,提高了原TurboEdit算法探测周跳的性能。

2) 在周跳修复方面,探测出发生周跳的位置后,TurboEdit方法需要对数据进行分段、计算均方根误差最小的段作为基准段,并与其他段的M-

W组合和G-F组合作差,联立方程求解周跳值的大小,但当周跳频繁发生时,计算相对复杂、耗时。因此,本文提出最小二乘Chebyshev多项式拟合来修复周跳,实验结果显示此方法在计算周跳值上具有可行性和准确性,并且此方法模型比较直观,更容易编程实现。

3) 本文实验针对单站原始观测数据进行周跳探测与修复,无需进行站间、星间差分,因此适用于GPS数据的预处理,为后续数据处理奠定基础、缩短耗时。

## 参 考 文 献

- [1] Lichtenegger H, Wellenhof B H. GPS Data Preprocessing for Cycle-Slip Detection[C]. International Association of Geodesy Symposia 102, Edinburgh, Scotland, 1989
- [2] Mader G L. Dynamic Positioning Using GPS Carrier Phase Measurements[J]. Manuscripta Geodaetica, 1986, 17(4):272-277
- [3] Goad C. Precise Positioning with the Global Positioning System[C]. The Third International Symposium on Inertial Technology for Surveying and Geodesy, Baff, Canada, 1985
- [4] 王爱生,欧吉坤.用低通滤波器探测和修复单频GPS载波相位的周跳[J].武汉大学学报·信息科学版,2006,31(12):1 079-1 081
- [5] Blewitt G. An Automatic Editing Algorithm for GPS Data[J]. Geophysical Research Letters, 1990, 17(3):199-202
- [6] 郑作亚,程宗颐,黄诚,等.对Blewitt周跳探测与修复方法的改进[J].天文学报,2005,46(2):216-224
- [7] 王维,王解先,高俊强. GPS周跳探测的方法研究[J].武汉大学学报·信息科学版,2010,35(6):687-690
- [8] 方荣新,施闯,魏娜,等.GPS数据质量控制中实时周跳探测研究[J].武汉大学学报·信息科学版,2009,34(9):1 094-1 097
- [9] 袁玉斌,党亚民,成英燕,等.非差相位数据预处理的TurboEdit算法及其改进[J].大地测量与地球动力学,2009,29(3):109-113
- [10] 阳仁贵,欧吉坤,袁运斌.一种GPS相位周跳分段平均组合的自动修复方法[J].大地测量与地球动力学,2009,29(5):76-80

**第一作者简介:**刘宁,博士生,研究方向为GPS数据处理理论及应用。

E-mail: liuning-chd@163.com

## Detection and Repair of Cycle Slips Using Improved TurboEdit Algorithm and Chebyshev Polynomial Method

LIU Ning<sup>1</sup> XIONG Yongliang<sup>1</sup> XU Shaoguang<sup>1</sup>

(1 Department of Surveying Engineering, Southwest Jiaotong University, 111 North 1 Section, Erhuan Road, Chengdu 610031, China)

**Abstract:** Based on the characteristics of TurboEdit algorithm for GPS observation data cycle slips detection, a fixed length sliding window fitting model which makes the improvement to Geometry-Free combination method has been designed. A cycle slip repair algorithm which uses least square Chebyshev polynomial fitting method to repair cycle slips is proposed. The experimental results show that the improved TurboEdit algorithm can detect equal-cycle such as one cycle of small cycle slips, big cycle slips and successive small and big cycle slips, The least square Chebyshev polynomial fitting can also repair cycle slips more precisely and thus lays the foundation for subsequent data processing.

**Key words:** GPS; cycle slips; TurboEdit algorithm; sliding window; Chebyshev polynomial