

文章编号:1671-8860(2011)12-1478-04

文献标志码:A

# 将 GPS 广播星历算法作为低轨卫星 动力学模型的综合定轨方法

崔先强<sup>1</sup> 杨元喜<sup>2</sup> 许国昌<sup>3</sup>

(1 长安大学地质工程与测绘学院, 西安市雁塔路 126 号, 710054)

(2 西安测绘研究所, 西安市雁塔路中段 1 号, 710054 )

(3 德国地球科学研究中心, 德国波茨坦, 14473 )

**摘要:**根据 GPS 广播星历算法的预报特性和自适应抗差滤波原理, 提出了一种将 GPS 广播星历算法作为低轨卫星动力学模型的自适应抗差滤波综合定轨方法。计算结果表明, 所提出的自适应抗差滤波综合定轨方法不仅充分利用了几何观测信息, 而且通过自适应因子合理地控制了不可靠的广播星历预报信息对滤波解的贡献, 有效地保证了定轨的精度和可靠性。

**关键词:**GPS; 广播星历; 定轨; 自适应抗差滤波

**中图法分类号:**P228.42

根据是否采用低轨卫星的动力学信息, 星载 GPS 定轨方法可以分为几何法、动力学法和约化动力学法三种。几何定轨法一般不考虑力学模型, 仅依据卫星在各个离散历元的观测值估算各历元卫星的状态<sup>[1]</sup>。因此, 几何法得到的轨道是一组离散的几何点位, 连续的轨道必须通过拟合或者内插的方法给出<sup>[2]</sup>。

GPS 广播星历参数是卫星的一系列地固坐标拟合的结果, 能很好地描述中轨卫星的运行轨道特性。目前, 已有许多学者对 GPS 广播星历参数及其生成算法进行了探讨<sup>[3-5]</sup>。Kalman 滤波在星载 GPS 低轨卫星定轨数据处理中得到了广泛应用<sup>[6,7]</sup>。但是, 使用动态 Kalman 滤波进行星载 GPS 定轨, 必须建立可靠的动力学模型来描述低轨卫星的轨道变化特性。因此, 本文尝试将 GPS 广播星历参数算法用于低轨卫星轨道拟合, 并将其作为低轨卫星的动力学模型, 然后, 结合自适应抗差滤波原理<sup>[8-11]</sup>提出了一种新的低轨卫星自适应抗差滤波综合定轨方法。

## 1 GPS 广播星历参数拟合算法

根据 GPS 广播星历参数用户算法, 可以使用

GPS 广播星历参数计算出相应时刻的卫星位置<sup>[3]</sup>。反之, 根据某一时段内的一系列卫星位置, 也可以拟合出相应时刻的 GPS 广播星历参数。

在 GPS 广播星历参数中, 真正需要拟合的参数只有 15 个。因此, 可将待估状态参数向量和观测方程写为:

$$\mathbf{X} = [\sqrt{A} \quad e \ i_0 \ \Omega_0 \ M_0 \ \omega \ \Delta n \ \dot{\Omega} \ \dot{I} \ C_{us} \ C_{uc} \ C_{is} \ C_{ic} \ C_{rs} \ C_{rc}]^T \quad (1)$$

$$\mathbf{Y} = \mathbf{Y}(\mathbf{X}, t) \quad (2)$$

式中,  $\mathbf{X}$  为参考历元  $t_{\infty}$  时刻的广播星历参数, 其具体含义见参考文献[3,4];  $\mathbf{Y}$  为一个含  $m$  ( $m \geq 15$ ) 个观测量的观测列向量, 一个观测量对应卫星的一个位置分量。

设  $\mathbf{X}_i$  为估值  $\hat{\mathbf{X}}$  在第  $i$  次迭代的初值, 将观测方程(2)在所给初值处展开, 并舍去二阶和二阶以上的小量后可得:

$$\begin{aligned} \mathbf{Y} = \mathbf{Y}(\mathbf{X}_i, t) + & \frac{\partial \mathbf{Y}}{\partial \sqrt{A}} \delta \sqrt{A} + \frac{\partial \mathbf{Y}}{\partial e} \delta e + \dots \\ & + \frac{\partial \mathbf{Y}}{\partial C_{rc}} \delta C_{rc} \end{aligned} \quad (3)$$

式中,  $\mathbf{Y}(\mathbf{X}_i, t)$  为由初值  $\mathbf{X}_i$  计算出的卫星位置近似值;  $\delta \sqrt{A}, \delta e, \dots, \delta C_{rc}$  分别为相应广播星历参数

的改正值;  $\frac{\partial \mathbf{Y}}{\partial \sqrt{A}}, \frac{\partial \mathbf{Y}}{\partial e}, \dots, \frac{\partial \mathbf{Y}}{\partial C_n}$  为观测量对广播星历参数的偏导数。令

$$\begin{aligned}\delta \mathbf{X}_i &= [\delta \sqrt{A} \ \delta e \ \dots \ \delta C_n]^T \\ \mathbf{L} &= \mathbf{Y} - \mathbf{Y}(\mathbf{X}_i, t) \\ \mathbf{H} &= \left[ \begin{array}{cccc} \frac{\partial \mathbf{Y}}{\partial \sqrt{A}} & \frac{\partial \mathbf{Y}}{\partial e} & \dots & \frac{\partial \mathbf{Y}}{\partial C_n} \end{array} \right]\end{aligned}$$

可得误差方程:

$$\mathbf{V} = \mathbf{H} \delta \hat{\mathbf{X}}_i - \mathbf{L} \quad (4)$$

由最小二乘原理有:

$$\delta \hat{\mathbf{X}}_i = (\mathbf{H}^T \mathbf{H})^{-1} \mathbf{H}^T \mathbf{L} \quad (5)$$

则第  $i$  次迭代后的 GPS 广播星历参数估值为:

$$\hat{\mathbf{X}} = \mathbf{X}_i + \delta \hat{\mathbf{X}}_i \quad (6)$$

实际计算时,选用的迭代结束条件为  $|\sigma_{i+1} - \sigma_i| / \sigma_i < \epsilon$ , 其中,  $\epsilon$  是预先给定的一个任意小的正数,  $\sigma_i = \sqrt{\mathbf{V}^T \mathbf{V} / (m-15)}$  是第  $i$  次迭代的单位权中误差。

## 2 GPS 广播星历算法在低轨卫星轨道拟合中的应用分析

本文尝试使用 GPS 广播星历参数来描述低轨卫星的轨道变化情况,并使用实际的计算结果来进行论证分析。这些计算结果主要包括两个方面的内容:① 轨道高度分别为  $3.6 \times 10^7$  m、 $2.0 \times 10^7$  m 和  $5.0 \times 10^5$  m 的 GEO、MEO 和 LEO 3 类卫星的星历拟合结果(见表 1);② LEO 卫星不同弧段长度或不同采样间隔的星历拟合结果(见表 2)。对于广播星历的拟合精度损失,与参考文献[3]一样使用 URE 来描述。GEO 和 MEO 轨道数据是模拟产生的,具体的模拟参数及过程不再详述;LEO 则是直接由 JPL 提供的 1 min 采样的 GRACE 轨道内插获得,且与本文算例所用数据相同。

表 1 不同轨道高度情况下的广播星历拟合结果

Tab. 1 Results of Broadcast Ephemeris Fitting Indifference Orbit Height Condition

轨道高度不同、弧段长度相同			轨道高度不同、拟合精度大致相当		
轨道高度/m	弧段长度	URE/m	轨道高度/m	弧段长度	URE/m
$3.6 \times 10^7$ (GEO)	1 h	0.000 2	$3.6 \times 10^7$ (GEO)	2 h	0.023
$2.0 \times 10^7$ (MEO)	1 h	0.000 3	$2.0 \times 10^7$ (MEO)	2 h	0.025
$5.0 \times 10^5$ (LEO)	1 h	2.566 1	$5.0 \times 10^5$ (LEO)	10 min	0.022

表 2 LEO 卫星广播星历拟合结果

Tab. 2 Broadcast Ephemeris Fitting Results of LEO

轨道高度不同、弧段长度相同			轨道高度不同、拟合精度大致相当		
轨道高度/m	弧段长度	URE/m	轨道高度/m	弧段长度	URE/m
6 min	10 s	0.000 4	10 min	10 s	0.021 8
10 min	10 s	0.021 8	10 min	20 s	0.023 1
30 min	10 s	0.641 1	10 min	30 s	0.024 3
60 min	10 s	2.566 1	10 min	60 s	0.026 4

由表 1 可以看出,在拟合弧段长度相同的条件下,广播星历的拟合精度是随着轨道高度的降低而降低的;在拟合精度大致相当的情况下,低轨卫星的拟合时段长度要明显小于中高轨卫星。因此,为了保证低轨卫星的星历拟合精度,必须选择比较短的拟合弧段长度。

表 1、2 的计算结果表明,低轨卫星的广播星历参数拟合精度随着拟合弧段长度的增加而降低,且在同一拟合弧段内也会随着采样间隔的增加而呈现精度降低趋势。因此,在将 GPS 广播星历参数算法用于描述低轨卫星的轨道变化情况时,由于低轨卫星的受力情况和轨道运动特性与中高轨卫星不同,必须注意 3 点:① 低轨卫星运动速度快,相应的运行周期比较小,此时,如果仍然像中高轨卫星那样使用 2~6 h 时段来拟合低轨卫星的类 GPS 广播星历参数,必然会降低星历参数的拟合精度。

因而,实际应用过程中,常取几 min 或十几 min 的拟合时段长度。② 低轨卫星受摄动力的影响较大,运动过程中的轨道波动要比中高轨卫星明显得多,而 GPS 广播星历参数描述的轨道比较光滑,因而低轨卫星轨道的拟合精度要明显低于中高轨卫星。③ 低轨卫星的轨道特性变化较快,在使用拟合出的类 GPS 广播星历参数外推低轨卫星轨道时,误差累积速度也要明显高于中高轨卫星。因此,在相同的预报精度要求下,低轨卫星轨道外推时段也要明显短于中高轨卫星。

## 3 自适应抗差滤波综合定轨

本文将 GPS 广播星历参数算法作为一种描述低轨卫星轨道变化特性的动力学模型,并与低轨卫

星几何法定轨相结合,给出了一种新的定轨方法,并使用自适应抗差滤波技术<sup>[8-11]</sup>来确定低轨卫星轨道。

设历元  $k$  由 GPS 广播星历算法获得低轨卫星的预报轨道及其权矩阵分别为  $\bar{\mathbf{X}}_k$  和  $\bar{\mathbf{P}}_{\bar{\mathbf{X}}_k}$ , 几何观测值及其权矩阵分别为  $\mathbf{L}_k$  和  $\mathbf{P}_k$ , 则基于预报轨道  $\bar{\mathbf{X}}_k$  和观测向量  $\mathbf{L}_k$  可建立误差方程:

$$\mathbf{V}_{\bar{\mathbf{X}}_k} = \hat{\mathbf{X}}_k - \bar{\mathbf{X}}_k \quad (7)$$

$$\mathbf{V}_k = \mathbf{A}_k \hat{\mathbf{X}}_k - \mathbf{L}_k \quad (8)$$

式中,  $\mathbf{V}_{\bar{\mathbf{X}}_k}$  和  $\mathbf{V}_k$  分别为预测状态向量残差和观测残差;  $\hat{\mathbf{X}}_k$  为参数估值;  $\mathbf{A}_k$  为观测设计矩阵。则由 Kalman 滤波原理可得滤波解为:

$$\hat{\mathbf{X}}_k = (\mathbf{A}_k^T \mathbf{P}_k \mathbf{A}_k + \bar{\mathbf{P}}_{\bar{\mathbf{X}}_k})^{-1} (\mathbf{A}_k^T \mathbf{P}_k \mathbf{L}_k + \bar{\mathbf{P}}_{\bar{\mathbf{X}}_k} \bar{\mathbf{X}}_k) \quad (9)$$

$$\Sigma_{\hat{\mathbf{X}}_k} = (\mathbf{A}_k^T \mathbf{P}_k \mathbf{A}_k + \bar{\mathbf{P}}_{\bar{\mathbf{X}}_k})^{-1} \sigma_0^2 \quad (10)$$

引入自适应因子  $\alpha_k$ <sup>[10,11]</sup>, 即可得抗差自适应滤波解为:

$$\hat{\mathbf{X}}_k = (\mathbf{A}_k^T \mathbf{P}_k \mathbf{A}_k + \alpha_k \bar{\mathbf{P}}_{\bar{\mathbf{X}}_k})^{-1} (\mathbf{A}_k^T \mathbf{P}_k \mathbf{L}_k + \alpha_k \bar{\mathbf{P}}_{\bar{\mathbf{X}}_k} \bar{\mathbf{X}}_k) \quad (11)$$

$$\Sigma_{\hat{\mathbf{X}}_k} = (\mathbf{A}_k^T \mathbf{P}_k \mathbf{A}_k + \alpha_k \bar{\mathbf{P}}_{\bar{\mathbf{X}}_k})^{-1} \sigma_0^2 \quad (12)$$

实际计算时, 建议采用开窗法, 使用最新一些历元的定轨结果来拟合类 GPS 广播星历参数, 以保证预报轨道的精度和可靠性。

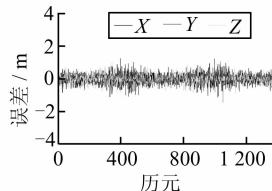


图 1 方案 1 误差

Fig. 1 Errors of Project 1 Fig. 2 Errors of Project 2

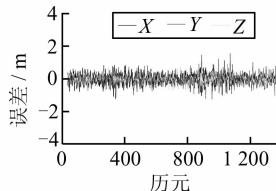


图 2 方案 2 误差

## 4 计算与分析

本算例所用数据为由 JPL 提供的 2004 年 3 月 29 日 0 时至 4 时的 1 min 采样间隔的 GRACE 卫星的轨道数据。因此, 本文使用 GPS 广播星历对 GRACE 轨道进行了拟合, 内插出了 10 s 采样的轨道。在 10 s 轨道的基础上, 模拟了相应的几何距离观测值, 模拟误差的均值为 0, 方差为 0.5 m<sup>2</sup>。为了检验定轨精度, 将各种方案的定轨结果与内插的 10 s 采样的精密轨道作差进行比较。采用 4 种计算方案: ① 方案 1, 几何法定轨; ② 方案 2, 基于 GPS 广播星历算法的轨道预报; ③ 方案 3, 将 GPS 广播星历算法作为动力学模型的 Kalman 滤波综合定轨; ④ 方案 4, 将 GPS 广播星历算法作为动力学模型的自适应抗差滤波综合定轨。

需要说明的是, 在使用 GPS 广播星历拟合低轨卫星轨道时使用了 6 min 弧段的定轨结果, 方案 2 在拟合低轨卫星的类 GPS 广播星历参数时始终使用几何法的定轨结果, 而方案 3 和方案 4 则是使用滤波的结果, 且所有方案的预报时段长度都为 10 s, 即一个历元。计算结果见图 1~4 和表 3。

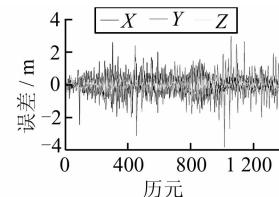


图 3 方案 3 误差

Fig. 3 Errors of Project 3 Fig. 4 Errors of Project 4

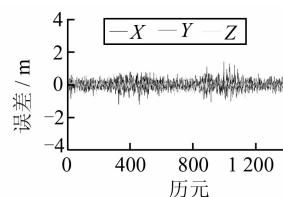


图 4 方案 4 误差

定轨结果不连续或不能预报的缺点。

2) 标准 Kalman 滤波综合定轨的结果要明显地低于纯几何法定轨。主要原因在于使用 GPS 广播星历算法拟合低轨卫星轨道时存在精度损失, 致使获得的某些历元的轨道预报信息具有一定的偏差, 标准 Kalman 滤波没有采取任何措施去控制状态预报偏差对定轨结果的影响, 而且这种偏差对定轨结果的影响会通过动力学模型一直传递下去。

3) 在 10 s 预报时段内, 基于 GPS 广播星历算法的低轨卫星轨道预报结果要大大优于标准 Kalman 滤波综合定轨。通过简单分析可以发现, 原因在于 GPS 广播星历算法在进行低轨卫星轨道短期预报时精度较高, 而标准 Kalman 滤波定轨偏差具有传递性, 且没有采取任何措施进行控制。

表 3 误差绝对值的均方差(RMS)和最大值(MAX)

统计/m

Tab. 3 RMS and MAX for Errors Absolute Value

	RMS			MAX		
	X	Y	Z	X	Y	Z
方案 1	0.254	0.320	0.257	1.114	1.445	0.988
方案 2	0.292	0.342	0.212	1.400	1.572	1.229
方案 3	0.541	0.772	0.300	2.616	3.835	1.265
方案 4	0.235	0.292	0.194	1.192	1.405	0.780

由计算结果, 可以看出:

1) GPS 广播星历参数能较好地描述低轨卫星的运动变化特性, 且 10 s 的轨道预报精度损失在几个 dm。也就是说, 将 GPS 广播星历作为低轨卫星的动力学模型是可行的, 而且通过引入 GPS 广播星历算法, 可以计算出拟合时段内任意时刻的轨道信息, 甚至可以进行短期预报而获得拟合时段外的一些轨道信息, 从而弥补了几何法

4) 基于 GPS 广播星历的自适应抗差滤波综合定轨不仅充分利用了可靠的几何观测信息和可靠的动力学模型预报信息,而且通过自适应因子控制了不可靠的动力学模型预报信息对定轨结果的影响,即相当于在可靠的几何观测信息的基础上加入了可靠的动力学模型预报信息,其精度和可靠性要明显地优于几何法、广播星历预报和标准 Kalman 滤波综合定轨结果。

## 参 考 文 献

- [1] Yang Yuanxi, Wen Yuanlan. Synthetically Adaptive Robust Filtering for Satellite Orbit Determination[J]. Science in China, Series D, 2004, 47(7): 585-592
- [2] 吴显兵. 星载 GPS 低轨卫星几何法定轨及动力学平滑方法研究[D]. 郑州: 信息工程大学, 2004
- [3] 崔先强, 焦文海, 贾晓林, 等. GPS 广播星历参数拟合算法[J]. 测绘学院学报, 2004, 21(4): 244-246
- [4] 胡松杰. 卫星星座的动力学研究[D]. 南京: 南京大学, 2003
- [5] Rossbach U, Wolf R, Kaniuth R. GPS and Galileo Orbit and Ephemeris Simulation [C]. ION GPS/GNSS 2003, Portland, OR, 2003
- [6] 韩保民, 欧吉坤, 曲国庆. 一种新的综合 Kalman 滤波及其在星载 GPS 低轨卫星定轨中的应用[J]. 武汉大学学报·信息科学版, 2005, 30(6): 493-496
- [7] 秦显平, 杨元喜. LEO 星载 GPS 双向滤波定轨研究[J]. 武汉大学学报·信息科学版, 2009, 34(2): 231-235
- [8] 崔先强, 杨元喜, 高为广. 多种有色噪声自适应滤波算法的比较[J]. 武汉大学学报·信息科学版, 2006, 31(8): 731-735
- [9] Cui Xianqiang, Yang Yuanxi. Adaptively Robust Filtering with Classified Adaptive Factors[J]. Progress in Natural Science, 2006, 16(8): 846-851
- [10] 杨元喜. 自适应动态导航定位[M]. 北京: 测绘出版社, 2006
- [11] Yang Yuanxi, Gao Weiguang. An Optimal Adaptive Kalman Filter[J]. Journal of Geodesy, 2006, 80: 177-183

**第一作者简介:** 崔先强, 工程师, 博士生, 主要从事动态导航数据处理及应用研究。

E-mail: cuixianqiang@263.net

## A Synthetic Approach for Orbit Determination Considering GPS Broadcast Ephemeris Algorithm as Dynamic Model of LEO

CUI Xianqiang<sup>1</sup> YANG Yuanxi<sup>2</sup> XU Guochang<sup>3</sup>

(1 College of Geology Engineering and Geomatics, Chang'an University, 126 Yanta Road, Xi'an 710054, China)

(2 Xi'an Research Institute of Surveying and Mapping, 1 Middle Yanta Road, Xi'an 710054, China)

(3 GFZ Potsdam, Telegrafenberg A17, Potsdam 14473, Germany)

**Abstract:** Using Kalman filtering algorithm in GPS-based orbit determination for LEO, we have to deal with an observation mode and a dynamic model. GPS broadcast ephemeris algorithm will be regarded as the dynamic model of kinematic filtering. Firstly, the fitting algorithm for GPS broadcast ephemeris parameters is introduced. Then, the advantages and disadvantages of geometric orbit determination are analyzed. Finally, a new adaptively robust synthetic orbit determination algorithm is developed based on the predicting characteristic of GPS broadcast ephemeris algorithm and the adaptively robust filtering principle. The results show that the adaptively robust synthetic orbit determination algorithm can not only make good use of the geometric observation information but also reasonably adjust the contributions of the geometric observations and ephemeris predicted information to the filtering solution.

**Key words:** GPS; broadcast ephemeris; orbit determination; adaptively robust filtering