

利用高速收敛 PSO 或分解进行 二维灰度熵图像分割

吴一全¹ 张晓杰¹ 吴诗嫒¹ 纪守新¹

(1 南京航空航天大学信息科学与技术学院,南京市御道街 29 号,210016)

摘 要:首先,定义了灰度熵并导出了相应的二维灰度熵阈值选取公式;其次,利用高速收敛 PSO 算法寻找二维灰度熵法的最佳阈值,并采用递推方式避免迭代过程中适应度函数的重复计算;最后,将二维灰度熵的运算转换到两个一维空间上,计算复杂度由 $O(L^2)$ 进一步降为 $O(L)$ 。实验结果表明,与基于粒子群的二维最大 Shannon 熵法相比,所提出的两种方法的分割效果具有明显优势,且运行时间大幅减少。

关键词:图像分割;阈值选取;二维灰度熵;高速收敛粒子群优化;分解;递推算法

中图法分类号:P237.4

在图像分析与机器视觉系统中,普遍采用阈值化方法进行图像分割。图像阈值化的关键是快速选取阈值,实现准确分割。现已提出了大量阈值选取方法^[1-7],其中,最大 Shannon 熵方法是实际中常被选用的方法^[8-18]。但是,Shannon 熵仅依赖于图像二维灰度直方图中的概率信息,而没有直接考虑图像中目标和背景类内灰度的均匀性,因此,对有些图像的阈值分割效果不够理想。此外,基本粒子群优化算法在搜索过程中易陷入局部极值束缚,难以保证收敛到全局最优解,还存在进化后期收敛速度慢和精度低等缺点。

针对上述问题,本文定义了灰度熵。另外,为提高算法的运行速度,提出了两种方法:① 基于高速收敛粒子群的二维灰度熵法。在基本粒子群算法的基础上,采用混沌序列进行初始化,使粒子遍布整个解空间,再用随机值取代有早熟停滞迹象时的最优解,实现全局寻优过程的高速收敛。② 基于分解的二维灰度熵法。通过将二维灰度熵阈值选取转换到两个一维空间上,使计算复杂度降低到 $O(L)$ 。

1 基于高速收敛 PSO 的二维灰度熵 阈值选取

1.1 灰度熵的定义

对于一幅大小为 $M \times N$ 的数字图像,用

$f(m,n)$ 表示图像上坐标为 (m,n) 的像素点的灰度级, $f(m,n) \in [0,1,\cdots,L-1]$ 。图像的一维直方图 $h(i)$ 表示图像中灰度级为 i 的像素点的数目, $i=0,1,\cdots,L-1$,用阈值 t 按灰度级将图像像素划分成目标类 $C_o = \{(m,n) | f(m,n) = 0,1,\cdots,t\}$ 和背景类 $C_b = \{(m,n) | f(m,n) = t+1,t+2,\cdots,L-1\}$ 。

令

$$p_{m,n} = \frac{f(m,n)}{\sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N f(m,n)} \tag{1}$$

则目标类的灰度熵 H_o 定义为:

$$H_o = - \sum_{(m,n) \in C_o} p_{m,n} \ln p_{m,n} \tag{2}$$

背景类的灰度熵 H_b 定义为:

$$H_b = - \sum_{(m,n) \in C_b} p_{m,n} \ln p_{m,n} \tag{3}$$

目标类和背景类的总灰度熵为:

$$H(t) = H_o + H_b = \frac{w_o(t)}{u_o(t)} + \ln u_o(t) - \frac{w_b(t)}{u_b(t)} + \ln u_b(t) \tag{4}$$

式中, $w_o(t) = \sum_{i=0}^t h(i) i \ln i$, $w_b(t) = \sum_{i=t+1}^{L-1} h(i) i \ln i$,
 $u_o(t) = \sum_{i=0}^t h(i) i$, $u_b(t) = \sum_{i=t+1}^{L-1} h(i) i$ 。灰度熵越大(小),类内的像素灰度值差异越小(大)。当总熵 $H(t)$ 达到最大时,目标类和背景类的灰度趋于均

匀,此时对应的 t 便是最佳阈值 t^* :

$$t^* = \arg \max_{0 \leq t \leq L-1} \{H(t)\} \tag{5}$$

1.2 二维灰度熵阈值选取及快速递推算

设大小为 $M \times N$ 的图像 $f(m,n)$ 的灰度级取 $0,1,\cdots,L-1$,像素点 (m,n) 的邻域平均灰度级为 $g(m,n)$,图像(灰度级 i ,邻域平均灰度级 j)的二维直方图为 $p(i,j)=h(i,j)/(M \times N)$,其中, $h(i,j)$ 是 (i,j) 出现的频数, $i,j=0,1,\cdots,L-1$ 。显然, $\sum_{i=0}^{L-1} \sum_{j=0}^{L-1} p(i,j) = 1$ 。假设阈值向量 (t,s) 将二维直方图分为图 1 所示的 4 个区域,图像的暗(亮)像素视为目标(背景),则区域 0 和目标对应,区域 1 和背景对应,而区域 2 和 3 表示边界点和噪声点。通常,噪声点和边界点与整幅图像的像素点相比,数量很少,可假定在区域 2 和区域 3 上, $p(i,j) \approx 0$ 。

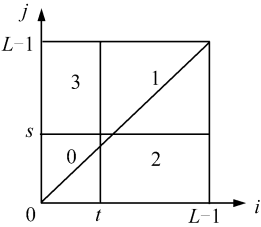


图 1 二维分割区域
Fig. 1 2D Segmentation Area

目标类的灰度熵 $H_o(t,s)$ 和背景类的灰度熵 $H_b(t,s)$ 分别定义为:

$$H_o(t,s) = [H_{oi}(t,s) \ H_{oj}(t,s)]^T \tag{6}$$

$$H_b(t,s) = [H_{bi}(t,s) \ H_{bj}(t,s)]^T \tag{7}$$

目标类和背景类的总灰度熵可表示为:

$$\begin{aligned} H(t,s) &= H_o(t,s) + H_b(t,s) = \\ &[-\frac{\omega_{oi}(t,s)}{u_{oi}(t,s)} + \ln u_{oi}(t,s) - \frac{\omega_{bi}(t,s)}{u_{bi}(t,s)} + \\ &\ln u_{bi}(t,s) - \frac{\omega_{oj}(t,s)}{u_{oj}(t,s)} + \ln u_{oj}(t,s) - \\ &\frac{\omega_{bj}(t,s)}{u_{bj}(t,s)} + \ln u_{bj}(t,s)]^T \end{aligned} \tag{8}$$

如果定义

$$\begin{aligned} \Phi(t,s) &= -\frac{\omega_{oi}(t,s)}{u_{oi}(t,s)} + \ln u_{oi}(t,s) - \frac{\omega_{bi}(t,s)}{u_{bi}(t,s)} + \\ &\ln u_{bi}(t,s) - \frac{\omega_{oj}(t,s)}{u_{oj}(t,s)} + \ln u_{oj}(t,s) - \\ &\frac{\omega_{bj}(t,s)}{u_{bj}(t,s)} + \ln u_{bj}(t,s) \end{aligned} \tag{9}$$

作为二维灰度熵阈值选取方法的测度表达式,则当准则函数 $\Phi(t,s)$ 最大时便获得最佳阈值向量,即

$$(t^*,s^*) = \arg \max_{0 \leq t,s \leq L-1} \{\Phi(t,s)\} \tag{10}$$

为了加快二维交叉熵法的运行速度,可以采取递推的方式,避免每次都从 $(0,0)$ 开始计算,从而使计算复杂度从 $O(L^4)$ 下降到 $O(L^2)$:

$$\begin{cases} \omega_{oi}(0,0) = 0, \omega_{oj}(0,0) = 0 \\ u_{oi}(0,0) = 0, u_{oj}(0,0) = 0 \end{cases} \tag{11}$$

$$\begin{cases} \omega_{oi}(t,s) = \omega_{oi}(t,s-1) + \omega_{oi}(t-1,s) - \\ \omega_{oi}(t-1,s-1) + h(t,s)t \ln t \\ \omega_{oj}(t,s) = \omega_{oj}(t,s-1) + \omega_{oj}(t-1,s) - \\ \omega_{oj}(t-1,s-1) + h(t,s)s \ln s \end{cases} \tag{12}$$

$$\begin{cases} u_{oi}(t,s) = u_{oi}(t,s-1) + u_{oi}(t-1,s) - \\ u_{oi}(t-1,s-1) + h(t,s)t \\ u_{oj}(t,s) = u_{oj}(t,s-1) + u_{oj}(t-1,s) - \\ u_{oj}(t-1,s-1) + h(t,s)s \end{cases} \tag{13}$$

1.3 二维灰度熵阈值选取的高速收敛 PSO 算法

基本 PSO 算法^[17] 运算机理简单,需要确定的参数少,但其初始化大多采用随机分布的策略,难以保证初始粒子群有较好的遍历性。若利用混沌序列的随机性和遍历性特点进行粒子群的初始化,可大大加强算法的搜索多样性。又因 Tent 映射比 Logistic 映射具有更好的遍历性,故采用基于 Tent 映射的混沌粒子群算法。

Tent 映射方程为:

$$\beta_j^{k+1} = \begin{cases} 2\beta_j^k, & 0 \leq \beta_j^k \leq 0.5 \\ 2(1-\beta_j^k), & 0.5 < \beta_j^k \leq 1 \end{cases} \tag{14}$$

当 Tent 映射达到迭代序列中的小周期点 $(0.2, 0.4, 0.6, 0.8)$ 或不动点 $(0, 0.25, 0.5, 0.75)$ 时,使用以下扰动方程,使其重新进入混沌状态:

$$\begin{aligned} \beta_j^{k+1} &= \\ &\begin{cases} 2[\beta_j^k + 0.1 \times \text{rand}(0,1)], & 0 \leq \beta_j^k \leq 0.5 \\ 2[1 - (\beta_j^k + 0.1 \times \text{rand}(0,1))], & 0.5 < \beta_j^k \leq 1 \end{cases} \end{aligned} \tag{15}$$

在上述混沌 PSO 的基础上,增加能有效判断粒子早熟停滞的方法^[19],可以进一步增强粒子摆脱局部极值的能力,提高收敛速度和精度。在粒子群的每次迭代过程中,当得到的最优解在连续 N_s 次迭代中都无变化时,可认为粒子有停滞的可能,表明粒子群根据现有的运动轨迹已经或者即将陷于局部最优解。 N_s 的值可根据求解的问题规模预先指定。当停滞代数计数器记录的最优解连续不变的代数 S_g 达到上限值 N_s 时,则说明粒子可能停滞,即在 N_s 次的迭代中,粒子没有能力打破“僵局”,跳出局部最优值。此时,为改变粒子的运行轨迹,将当前最优解的任意一维修改成一

个随机值。这样,可减少无效迭代的次数,从而实现全局寻优过程的高速收敛。

2 基于分解的二维灰度熵阈值选取

根据二维直方图中的二元组 (i, j) 出现的频数,可以得到像素灰度级和邻域平均灰度级的边缘分布,分别记为 V_i 和 H_j , $V_i = \sum_{j=0}^{L-1} h(i, j)$, $H_j = \sum_{i=0}^{L-1} h(i, j)$ 。 V_i 和 H_j 分别对应原始像素灰度级图像和邻域平均灰度级图像。令

$$\begin{aligned} w_{o(t)} &= \sum_{i=0}^t V_i i \ln i, & w_{b(t)} &= \sum_{i=t+1}^{L-1} V_i i \ln i \\ u_{o(t)} &= \sum_{i=0}^t V_i i, & u_{b(t)} &= \sum_{i=t+1}^{L-1} V_i i \\ w_{o(s)} &= \sum_{j=0}^s H_j j \ln j, & w_{b(s)} &= \sum_{j=s+1}^{L-1} H_j j \ln j \\ u_{o(s)} &= \sum_{j=0}^s H_j j, & u_{b(s)} &= \sum_{j=s+1}^{L-1} H_j j \end{aligned}$$

则 V_i 和 H_j 所对应的一维灰度熵阈值选取准则函数 $\eta_i(t)$ 和 $\eta_j(s)$ 为:

$$\eta_i(t) = -\frac{w_{o(t)}}{u_{o(t)}} + \ln u_{o(t)} - \frac{w_{b(t)}}{u_{b(t)}} + \ln u_{b(t)} \quad (16)$$

$$\eta_j(s) = -\frac{w_{o(s)}}{u_{o(s)}} + \ln u_{o(s)} - \frac{w_{b(s)}}{u_{b(s)}} + \ln u_{b(s)} \quad (17)$$

相应的最佳阈值 t^* 、 s^* 满足:

$$\eta_i(t^*) = \max_{0 \leq t < L-1} \{ \eta_i(t) \} \quad (18)$$

$$\eta_j(s^*) = \max_{0 \leq s < L-1} \{ \eta_j(s) \} \quad (19)$$

在假设二维直方图中边缘和噪声区域 2 和 3 的概率为 0 的情况下,有:

$$w_{oi}(t, s) = \sum_{i=0}^t \sum_{j=0}^s h(i, j) i \ln i = w_{o(t)}$$

同理可得:

$$w_{bi}(t, s) = \sum_{i=t+1}^{L-1} \sum_{j=0}^s h(i, j) i \ln i = w_{b(t)}$$

$$u_{oi}(t, s) = u_{o(t)}, u_{bi}(t, s) = u_{b(t)}$$

$$w_{oj}(t, s) = w_{o(s)}, w_{bj}(t, s) = w_{b(s)}$$

$$u_{oj}(t, s) = u_{o(s)}, u_{bj}(t, s) = u_{b(s)}$$

因此,二维灰度熵阈值选取的准则函数为:

$$\Phi(t, s) = \eta_i(t) + \eta_j(s) \quad (20)$$

最佳阈值向量 (t^*, s^*) 满足:

$$\begin{aligned} \Phi(t^*, s^*) &= \max_{0 \leq t, s < L-1} \{ \eta_i(t) + \eta_j(s) \} = \\ &= \eta_i(t^*) + \eta_j(s^*) \end{aligned} \quad (21)$$

由此可见,求解二维灰度熵阈值可以先分别求原像素灰度级图像和邻域平均灰度级图像的一

维灰度熵最佳阈值,再将其组合为二维最佳阈值,这样就避免了在较大的二维空间 $L \times L$ 内搜索,代之以在两个长为 L 的一维空间内搜索,因此,其计算复杂度为 $O(L+L)=O(L)$ 。本文算法的本质是先通过灰度级图像选取阈值,分割出目标,再通过邻域平均灰度级图像选取阈值滤除噪声,因而能达到二维分割效果。而在实际中,大多数图像不能满足所假设的条件,或多或少都会存在一定的噪声,此时,基于分解的二维灰度熵法与原始二维灰度熵法的结果并不相同,差别即在于是否忽略了二维直方图中远离对角线的区域(对应于噪声和边界),由于基于分解的二维灰度熵法同时考虑了灰度级和邻域平均灰度级信息,因而对实际图像尤其是有噪图像的分割会取得更好的效果。

3 实验与分析

为了验证基于高速收敛 PSO 或分解的二维灰度熵法的分割效果及其在运行速度上的优越性,本文针对大量不同类型的灰度级图像,进行阈值分割实验,并将基于高速收敛 PSO 的二维灰度熵法、基于分解的二维灰度熵法与文献[17]提出的基于基本 PSO 的二维最大 Shannon 熵法进行了比较,发现本文提出的两种方法都具有明显的优势,相应的最佳分割阈值及运行时间列于表 1。现选取其中的两幅图像加以说明,分别为车牌图像和遥感图像。实验是在 Intel Celeron 2.93 GHz CPU 和 512 MB 内存微处理器、Matlab 7.1 环境中进行的。

从图 2 可以看出,由于最大 Shannon 熵方法仅依赖于图像二维灰度直方图中的概率信息,而没有直接考虑图像中目标和背景类内灰度的均匀性,因此,对有些图像的阈值分割效果不够理想。例如,对于车牌图像中的字符“苏 A”遥感图像中的河流形状,文献[17]算法不能将其分割出来。而本文提出的基于高速收敛 PSO 的二维灰度熵法和基于分解的二维灰度熵法均可将上述部分较准确地分割出来,分割效果明显优于文献[17]算法。这是因为灰度熵与仅基于直方图分布的最大 Shannon 熵不同,它不仅利用了直方图中的概率信息,而且直接反映了目标和背景类内灰度值的差异,灰度熵越大,类内的像素灰度值差异越小。当总灰度熵达到最大时,各类内灰度趋于均匀,据此选取的阈值改善了分割图像中区域内部的均匀性和边界形状的准确性。

从表 1 可以看出,相比文献[17]算法,本文提出的两种方法所需运行时间大幅减少。其中,基于高速收敛 PSO 的二维灰度熵法的运行时间是文献[17]算法的 30%~40%,而基于分解的二维灰度熵法的运行时间只有文献[17]中方法的 15%~20%。这是因为高速收敛 PSO 是对基本 PSO 算法的改进,在基于 Tent 映射的混沌 PSO 的基础上,用随机值取代有早熟停滞迹象时的最优解,实现了全局寻优过程的高速收敛;而基于分解的二维灰度熵法,则将二维灰度熵阈值选取转换到两个一维空间上,大大降低了计算复杂度。

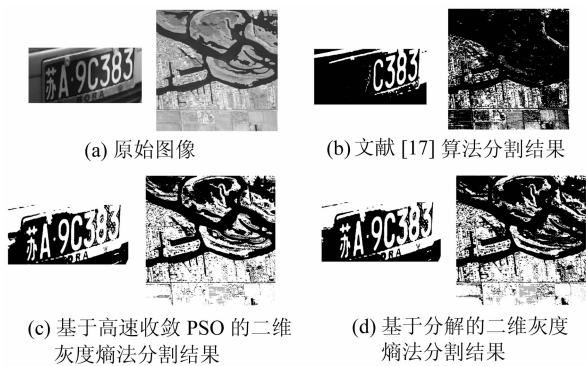


图 2 3 种方法的阈值分割结果
Fig. 2 Thresholding Results of Three Methods

表 1 3 种方法的分割阈值及运行时间比较
Tab. 1 Comparison of Three Segmentation Algorithms

图像及分割结果	文献[17]算法		基于高速收敛 PSO 的二维灰度熵法		基于分解的二维灰度熵法	
	阈值	时间/s	阈值	时间/s	阈值	时间/s
车牌	(128,127)	0.88	(67,74)	0.39	(66,67)	0.17
遥感图像	(93,185)	1.63	(166,168)	0.60	(162,163)	0.30

4 结 语

1) 本文定义的灰度熵与现有的基于直方图分布的最大 Shannon 熵不同,它不仅考虑了直方图中的概率信息,而且直接反映了图像中目标和背景类内灰度值的差异,当总灰度熵达到最大时,各类内灰度趋于均匀。根据导出的二维灰度熵阈值选取公式选取最优阈值,改善了图像分割效果。

2) 本文提出的基于高速收敛 PSO 的二维灰度熵阈值选取方法,利用高速收敛 PSO 算法寻找二维灰度熵法的最佳分割阈值,并采用递推方式避免了迭代过程中适应度函数的重复计算,使运算速度大大提高。

3) 本文提出的基于分解的二维灰度熵法将二维灰度熵阈值选取的运算转换到两个一维空间上,计算复杂度由 $O(L^2)$ 进一步降低为 $O(L)$ 。

实验结果表明,与基于基本 PSO 的二维最大 Shannon 熵法相比,本文提出的两种基于二维灰度熵的方法分割效果具有明显的优势,且运行时间大幅减少。

参 考 文 献

[1] Sezgin M, Sankur B. Survey over Image Thresholding Techniques and Quantitative Performance Evaluation[J]. Electronic Imaging, 2004, 13 (1): 146 - 168

[2] Wang Shitong, Chung Fulai, Xiong Fusong. A Novel Image Thresholding Method Based on Parzen Window Estimate[J]. Pattern Recognition, 2008,

41(1): 117-129

[3] Bardera A, Boada I, Feixas M, et al. Image Segmentation Using Excess Entropy[J]. Journal of Signal Processing Systems, 2009, 54 (1-3): 205-214

[4] Sahoo P K, Arora G. Image Thresholding Using Two-Dimensional Tsallis-Havrda-Charvát Entropy [J]. Pattern Recognition Letters, 2006, 27 (6): 520-528

[5] 汤凌, 郑肇葆, 虞欣. 一种基于人工免疫的图像分割算法[J]. 武汉大学学报·信息科学版, 2007, 32 (1): 67-70

[6] 张孟君, 舒红, 刘艳, 等. 基于空间曲面拟合的自适应阈值选取方法[J]. 武汉大学学报·信息科学版, 2006, 36(5): 395-398

[7] 申邵洪, 万幼川, 龚浩, 等. 遥感影像变化检测自适应阈值分割的 Kriging 方法[J]. 武汉大学学报·信息科学版, 2009, 34(8): 902-904

[8] Kapur J N, Sahoo P K, Wong A K C. A New Method for Grey-Level Picture Thresholding Using the Entropy of The Histogram[J]. Computer Vision, Graphics and Image Processing, 1985, 29(3): 273-285

[9] Abutaleb A S. Automatic Thresholding of Gray-Level Picture Using Two-Dimensional Entropies [J]. Pattern Recognition, 1989, 47(1):22-32

[10] Brink A D. Thresholding of Digital Image Using Two-Dimensional Entropies [J]. Pattern Recognition, 1992, 25 (8) : 803-808

[11] 刘健庄. 基于二维熵的图像阈值选择快速算法[J]. 模式识别与人工智能, 1991, 4(3):46-53

[12] Chen W T, Wen C H, Yang C W. A Fast Two-Dimensional Entropic Thresholding Algorithm [J].

Pattern Recognition, 1994, 27(7):885-893

[13] 龚坚, 李立源, 陈维南. 二维熵阈值选取的快速算法[J]. 东南大学学报, 1996, 26(4):31-36

[14] Gong Jian, Li Liyuan, Chen Weinan. Fast Recursive Algorithm for Two-Dimensional Thresholding [J]. Pattern Recognition, 1998,31(3):295-300

[15] 张毅军, 吴雪菁, 夏良正. 二维图像阈值选取的快速递推算法[J]. 模式识别与人工智能, 1997, 10 (3): 259-64

[16] 陈果, 左洪福. 图像分割的二维最大熵遗传算法 [J]. 计算机辅助设计与图形学学报, 2002, 14(6): 530-534

[17] Du Feng, Shi Wenkang, Chen Liangzhou, et al. Infrared Image Segmentation with 2-D Maximum Entropy Method Based on Particle Swarm Optimization (PSO) [J]. Pattern Recognition Letters, 2005, 26: 597-603

[18] 杜峰, 施文康, 邓勇. 一种快速红外图像分割方法 [J]. 红外与毫米波学报, 2005, 24(3):370-373

[19] 朱海梅, 吴永萍. 一种高速收敛粒子群优化算法 [J]. 控制与决策, 2010, 25(1):20-24

第一作者简介:吴一全, 博士, 教授, 主要研究方向为图像处理与识别、视频压缩、信号处理等。在核心刊物和国际学术会议论文集上已发表论文 90 余篇。
E-mail:gumption_s@yahoo.com.cn

Two-Dimensional Gray Entropy Image Thresholding Based on Particle Swarm Optimization with High Speed Convergence or Decomposition

WU Yiquan¹ ZHANG Xiaojie¹ WU Shihua¹ JI Shouxin¹

(1 College of Information Science and Technology, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, 29 Yudao Road, Nanjing 210016, China)

Abstract: The method of threshold selection based on two-dimensional maximal Shannon entropy only depends on the probability information from gray histogram of image, and does not immediately consider the uniformity of within-cluster gray scale. Thus a two-dimensional gray entropy thresholding method based on particle swarm optimization (PSO) with high speed convergence or decomposition is proposed. Firstly, gray entropy is defined and the corresponding formulae for threshold selection based on two-dimensional gray entropy is derived. Then, particle swarm optimization algorithm with high speed convergence are used to find the optimal threshold of two-dimensional gray entropy method. The recursive algorithm is adopted to avoid the repetitive computation of fitness function in iterative procedure. As a result, the computing speed is improved greatly. Finally, the computations of two-dimensional gray entropy are converted into two one-dimensional spaces, which make the computation complexity further reduced from $O(L^2)$ to $O(L)$. The experimental results show that, compared with two-dimensional maximal Shannon entropy thresholding based on PSO, the proposed two methods can have much superior segmentation performance and their running time is reduced significantly.

Key words: image segmentation; threshold selection; two-dimensional gray entropy; particle swarm optimization with high speed convergence; decomposition; recursive algorithm

About the first author: Wu Yiquan, Ph.D., professor, majors in image processing and recognition, video compression, signal processing and etc. He has delivered academic paper over 90 pieces.
E-mail: gumption_s@yahoo.com.cn