

文章编号:1671-8860(2011)08-0941-07

文献标志码:A

# 单幅图像几何量测研究进展

刘学军<sup>1,2</sup> 王美珍<sup>1,2</sup> 甄 艳<sup>1,2</sup> 卢 玥<sup>1,2</sup>

(1 南京师范大学地理科学学院,南京市文苑路1号,210046)

(2 南京师范大学虚拟地理环境教育部重点实验室,南京市文苑路1号,210046)

**摘要:**为进一步促进单幅图像几何量测理论和技术的研究深化,拓展其应用领域,对近十年来单幅图像几何量测技术和方法进行了分析和总结。首先总结提炼了单幅图像几何量测的基本原理,即直接几何量测和间接几何量测,论述了各自的数学背景;在此原理下,将单幅图像几何量测方法分为基于单应的量测方法和基于几何关系的量测方法,并对各类算法的原理、约束条件、求解方法进行了详细讨论,阐明了算法的优缺点。

**关键词:**单幅图像;几何量测;单应;交比;灭点

**中图法分类号:**P237.3

基于两幅或多幅图像的几何量测方法也称双目或多目视觉测量系统,是通过同一场景的两幅或多幅图像,以立体视觉原理恢复场景的三维结构信息,实现空间对象的几何信息提取。此类方法的核心问题是图像匹配、相机标定和三维结构计算<sup>[1-3]</sup>,然而图像之间的精确匹配和摄像机标定一直是摄影测量学<sup>[2]</sup>、计算机视觉<sup>[2,3]</sup>、摄像测量学<sup>[4]</sup>等领域的经典难题。基于单幅图像的量测方法(单目视觉测量系统)是近几年发展起来的新型图像测量系统。与双(多)目测量系统相比,单目视觉量测无需图像匹配,也不需事先了解相机参数,从而使得测量过程灵活方便,已成为摄影测量、计算机视觉等领域的重要研究趋势之一。单目视觉量测的测量灵活性、图像获取快捷性、解算方法普适性使得其广泛应用于城市规划、法庭取证、犯罪现场勘查、交通事故现场调查、建筑物重建等领域。

为进一步促进单幅图像测量技术研究的深化和应用领域的拓展,本文从单幅图像几何测量的国内外发展状况入手,试图阐明单幅图像几何测量系统的技术框架,评述相关关键技术的研究进展和技术特征,分析和提炼可能的研究方向。单幅图像几何量测内容包括几何信息、三维坐标计算等,考虑到几何信息提取是三维计算的基础,本文的单幅图像几何量测主要包括距离、面积、角度

等几何信息。

## 1 单像几何量测原理

与双像测量的立体模型不同,单幅图像由于成像过程中深度信息的缺失,其几何量测需要物方空间提供必要的已知信息,这些信息包括一定数量的控制点或者空间对象的几何结构信息和先验度量信息。前者基于物方和像方的映射关系,通过图像点坐标求取对应的物方坐标而实现几何量测,称之为间接法或基于单应的量测;后者通过中心投影的不变量并结合已知的几何结构信息进行空间对象的量测,称之为直接解法或者基于几何关系的量测。

图1中,O为摄影中心,π为像平面,A、B、C、D、E、F为物方空间点,其在π的成像分别为a、b、c、d、e、f,V<sub>1</sub>、V<sub>2</sub>为灭点。结合图1,单幅图像的几何量测原理分述如下。

### 1.1 直接几何量测原理

在图1中,如果物方对象AB//DC、AD//BC,且AB、DC分别与AD、BC垂直(几何结构信息),同时已知AB、AD的长度S<sub>AB</sub>、S<sub>AD</sub>(先验度量信息),对应的像方距离为s<sub>ab</sub>、s<sub>ad</sub>。考虑到摄影过程为一中心投影过程,而中心投影的基本不变量是交比(cross ratio),因此结合交比和图形中存

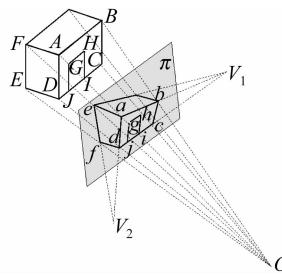


图1 单像几何量测原理

Fig. 1 Principle of Geometric Measurement  
Based on a Single Image

在的先验几何结构信息,可实现A、B、C、D所确定的平面内任意对象的尺寸量测。

由射影几何知,对同一直线上的四点D、J、I、C,其交比为 $\text{cr} = \text{CR}(D, J; I, C) = S_{DI}S_{JC}/S_{JI}S_{DC}$ 。如果其中一点为无穷远点(如C点),则交比值等于三点非灭点(如D、J、I点)的简比值(simple ratio),即 $\text{cr} = \text{SR}(D, J; I) = S_{DI}/S_{JI}$ 。由于交比在射影变换下保持不变,故有 $\text{cr} = \text{CR}(D, J; I, C) = \text{CR}(d, j, i, c)$ ,即交比cr值可以在像空间获取。通过多次运用交比,并结合几何结构、度量信息以及各类几何关系,可求取所给平面内任意线段的长度。

## 1.2 间接几何量测原理

图1中,若A、B、C、D、E、F的三维坐标已知,设 $\mathbf{X} \in \{A, B, C, D, E, F\}$ , $\mathbf{x}$ 为 $\mathbf{X}$ 在像平面的对应点, $\mathbf{x} \in \{a, b, c, d, e, f\}$ ,其齐次坐标形式分别为 $\mathbf{X} = (X, Y, Z, W)^T$ , $\mathbf{x} = (x, y, w)^T$ 。则二者之间的关系可表述为:

$$\mathbf{x} = k\mathbf{P}\mathbf{X} \quad (1)$$

其中, $\mathbf{P}$ 是秩为3的 $3 \times 4$ 矩阵; $k$ 是非零比例因子。式(1)中, $\mathbf{P}$ 是空间点与对应图像点之间的映射,通常称其为摄像机矩阵,可表示为 $\mathbf{P} = [p_1, p_2, p_3, p_4]$ 。式(1)可以用矢量叉乘 $\mathbf{x} \times \mathbf{P}\mathbf{X} = 0$ 表示,即

$$\begin{bmatrix} 0^T & -w\mathbf{X}^T & y\mathbf{X}^T \\ w\mathbf{X}^T & 0^T & -x\mathbf{X}^T \\ -y\mathbf{X}^T & x\mathbf{X}^T & 0^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{p}^1 \\ \mathbf{p}^2 \\ \mathbf{p}^3 \end{bmatrix} = 0 \quad (2)$$

其中, $\mathbf{p}^{iT}$ ( $i=1, 2, 3$ )表示摄像机矩阵的第*i*行,它是一个四维矢量。

由式(2)可确定三个线性相关的方程。因此,在摄像机矩阵确定的情况下,空间点坐标可表示成与摄像机矩阵、图像点相关的两个三元一次方程组,然而此方程组无唯一解,即通过图像点无法唯一确定对应空间点的三维坐标,因而无法获取空间中任意两点之间的距离。

当所有对应点都位于同一平面上时,如点A、

B、C、D所在的平面,可将此平面看作参考平面,定义其坐标系,使平面上所有点的 $Z=0$ ,则式(1)可写成:

$$\begin{aligned} \mathbf{s}\mathbf{x} &= \mathbf{P}\mathbf{X} = [\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2, \mathbf{p}_3, \mathbf{p}_4][X \ Y \ 0 \ W]^T = \\ &= [\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2, \mathbf{p}_4][X \ Y \ W]^T = \mathbf{H}[X \ Y \ W]^T \end{aligned} \quad (3)$$

其中, $\mathbf{H} = [\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2, \mathbf{p}_4]$ 是秩为3的 $3 \times 3$ 矩阵,为参考平面和图像平面之间的单应矩阵。同理,式(3)可以用矢量叉乘 $\mathbf{x} \times \mathbf{H}\mathbf{X} = 0$ 表示,在平面单应确定的情况下,平面点坐标可表示成与平面单应、图像点相关的两个二元一次方程组。因此,一旦 $\mathbf{H}$ 确定,平面上的空间点可以由图像点逆向映射获得,进而可计算平面上任意两点之间的距离及其他几何信息。通常,由于无法直接利用单应提取三维空间中的几何信息,一般首先获得二维平面几何信息,进而结合其他几何关系进行推演,最终获得三维几何信息<sup>[5]</sup>。

在上述原理下,单幅图像几何量测方法可分为基于单应的几何量测和基于几何关系的几何量测两大类。基于单应的几何量测通常运用二维平面单应,根据单应求取过程不同有基于控制点(线)的整体计算方法、基于不变量的单应分解计算方法;而基于几何关系的量测方法避免了单应矩阵的计算,仅仅利用图像中的垂直、平行等几何关系计算不同变换层次的不变量灭点、灭线、虚圆点等,结合交比联合求解。图2对目前的有关算法进行了归纳,并给出了各类算法的继承和发展关系。

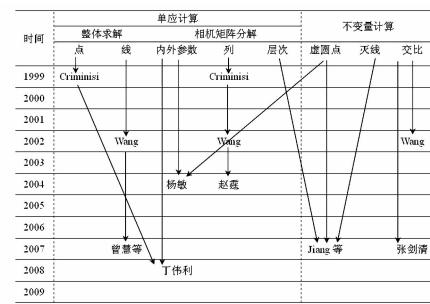


图2 单幅图像几何测量方法分类

Fig. 2 Progress of Geometric Measurement  
Based on Single Image

## 2 单应计算及其应用

由上文知,一旦平面单应建立,参考平面中的几何信息,如两点之间的距离、多边形的面积、两条直线的夹角、点到直线的距离等即可被获取。因此,基于单应的几何量测的核心是计算平面单

应矩阵。

摄像机矩阵  $\mathbf{P}$  又可表示为  $\mathbf{P} = \mathbf{KR}[\mathbf{I}] - \mathbf{C} = \mathbf{K}[\mathbf{R}, \mathbf{t}]$ , 其中,  $\mathbf{C}$  为摄像机中心;  $\mathbf{K}$  为摄像机内参数矩阵;  $\mathbf{R}$  为摄像机相对于世界坐标系的旋转矩阵;  $\mathbf{t} = -\mathbf{RC}$  为平移矩阵,  $\mathbf{R}$ 、 $\mathbf{t}$  一起合称为摄像机外部参数, 求解摄像机参数的过程称为摄像机标定。由于摄像机矩阵本质上是空间点与对应图像点之间的单应, 其本身蕴含很多信息, 可根据应用需求分别求解, 进而结合其他几何信息进行几何量测<sup>[6]</sup>。

## 2.1 基于控制点(线)的单应矩阵整体求解

平面单应矩阵  $\mathbf{H}$  至少需要参考平面上 4 组不退化的对应点<sup>[7]</sup>。直接线性变换(DLT)算法是求单应的经典方法, 其核心是代价函数的选取及最小化方法, 其计算结果精度受控制点在图像坐标系中的分布影响, 而归一化线性方法在应用 DLT 算法之前, 对数据进行归一化的变换可消除这一影响, 从而提高了单应计算的精度<sup>[3]</sup>。根据对偶原理, 二维射影几何中点和线是一组对偶, 二者在定理中可以互换, 因此直线对应也可用于单应的计算<sup>[8]</sup>。与基于控制点的单应计算类似, 当对应直线过图像坐标系原点或接近过原点时, 单应矩阵的求解过程对噪声很敏感, 容易产生较大的误差, 因此在线单应计算之前, 可直线进行归一化处理<sup>[9]</sup>, 以提高计算精度。点和线也可联合求解单应<sup>[10]</sup>。

二维平面上, 基于控制点和基于直线的单应矩阵求解方法相比, 基于点对应的单应求解中的控制点选取简单, 但其误差具有随机性, 影响单应矩阵的求解精度。而基于直线的单应求解, 直线可由多点拟合而得, 尤其是采用抗差性强的拟合算法(如 RANSAC<sup>[11]</sup>等)较基于控制点的单应求解具有更好的鲁棒性和稳定性。

## 2.2 单应矩阵的分步求解

由于摄像机矩阵不同的参数具有独立的几何意义, 单应矩阵还可以通过各参数组合而成。目前, 摆像机矩阵可分解为内外参数、不同列和不同变换层次的矩阵。

### 2.2.1 按摄像机内外参数分别求解

摄像机矩阵由内外参数组成, 一般情况下, 摆像机包含 5 个内部参数, 即

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} f_u & s & u_0 \\ 0 & f_v & v_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4)$$

其中,  $f_u$ 、 $f_v$  分别为摄像机在坐标轴上的尺度因子;  $u_0$ 、 $v_0$  为摄像机的主点;  $s$  为摄像机畸变因子。

对于大多数 CCD 摆像机而言, 图像的两个坐标轴相互垂直, 即  $s=0$ , 此时, 摆像机简化为四参数模型, 而对于一些高档工业摄像机, 除  $s=0$  外,  $f_u=f_v=f$ , 摆像机简化为三参数模型<sup>[12]</sup>。确定摄像机内(外)参数即摄像机标定, 通常可分为传统标定、自标定和基于主动视觉的标定, 目前的研究多集中于多幅图像的摄像机自标定。摄像机标定可用于几何量测和三维重建, 但由于二者的应用目的不同, 量测所需要的摄像机矩阵的粒度不同, 前者需要应用整个摄像机矩阵, 而后者最终应用摄像机内外参数。

单幅图像缺少多幅图像之间的约束, 标定过程仅依靠图像中所包含的几何信息。当前基于单幅图像的自标定方法多利用场景中三个垂直方向的灭点实现了摄像机内、外参数的标定<sup>[5,13]</sup>, 部分应用将摄像机简化为三参数模型, 然而对于那些普通摄像机, 如普通监控摄像机所拍摄的图像, 此假设对几何量测结果的影响是不容忽视的。

标定出摄像机矩阵中的各个参数存在一定难度, 实际上针对几何量测也并不一定需要, 部分研究只求解摄像机内参, 实现内参的标定, 在后续的计算中加入新的几何约束条件, 如已知长度的线段, 实现几何信息的测量<sup>[14]</sup>。

### 2.2.2 按矩阵不同列分别求解

摄像机矩阵的列是三维矢量, 其几何意义是特殊的图像点。设  $p_1$ 、 $p_2$ 、 $p_3$  分别为世界坐标系的 X、Y 和 Z 轴的灭点,  $p_4$  是世界原点的图像。以 X 轴、Y 轴所在的平面为参考平面, Z 轴方向为参考方向, 根据各列的几何意义, 摆像机矩阵可写成:

$$\mathbf{P} = [v_x, v_y, \alpha v_z, \mathbf{l}] \quad (5)$$

其中,  $v_x$ 、 $v_y$ 、 $v_z$  分别为三个方向的灭点;  $\mathbf{l}$  为由  $v_x$ 、 $v_y$  决定的参考平面上的灭线, 取  $\mathbf{l}=\mathbf{l}/\|\mathbf{l}\|$ ;  $\alpha$  为比例系数, 由参考方向上的参考长度计算而得。参考平面内的几何测量依赖于摄像机矩阵的第 1、2、4 列<sup>[1,15]</sup>, 由第 1、2、4 列所组成的单应矩阵为参考平面与图像之间的映射<sup>[16]</sup>; 参考方向上的几何测量独立于摄像机矩阵的前两列,  $\alpha$  的计算依赖于参考方向的参考线段长度, 当参考线段有多条时, 可联立方程求  $\alpha$  的超定解, 提高几何测量的精度<sup>[1]</sup>。

此类分解方法分解后, 各列具有明确的几何意义, 各列的求解依赖于几何结构(如平行)以及参考线段的度量信息, 计算过程易于理解, 是单幅图像的几何量测常用的方法之一, 在约束条件充分的情况下, 可完全计算获得摄像机矩阵, 实现三

维几何信息的提取。在实际应用过程中,可根据待测对象的空间位置求取摄像机矩阵的相应列,减少了不必要的计算。

### 2.2.3 按变换层次分别求解

参考平面和图像平面之间的映射是一种射影变换,可分解为一串变换链的复合<sup>[3]</sup>。平面单应矩阵  $\mathbf{H}$  可作如下分解:

$$\mathbf{H} = \mathbf{H}_s \mathbf{H}_A \mathbf{H}_p = \\ \begin{bmatrix} s\mathbf{R} & \mathbf{t} \\ 0^T & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1/\beta & -\alpha/\beta & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ l_1 & l_2 & l_3 \end{bmatrix} \quad (6)$$

其中,  $\mathbf{H}_s$ 、 $\mathbf{H}_A$ 、 $\mathbf{H}_p$  分别为相似变换、仿射变换和射影变换,  $\mathbf{H}_p$  与灭线  $\mathbf{l} = (l_1, l_2, l_3)^T$  相关;  $\mathbf{H}_A$  影响仿射性质而与灭线无关, 通常通过虚圆点恢复仿射性质, 即  $\alpha, \beta$  与虚圆点有关;  $\mathbf{H}_s$  为一般的相似变换, 它不影响仿射及射影性质。当单应矩阵恢复到相似变换层次, 校正后的图像与实际对象只相差一个比例因子  $s$ , 而与相似变换中的旋转  $\mathbf{R}$  和平移  $\mathbf{t}$  无关, 此时, 依赖一条参考线段即可获得这一比例因子<sup>[17,18]</sup>。

此分解方法分解后, 各矩阵可应用不同层次的不变量恢复不同层次的矩阵, 其核心是根据几何结构计算虚圆点、灭线以及几何度量信息计算比例因子。目前, 单幅图像中虚圆点的计算可由摄像机内参<sup>[18]</sup>、圆形<sup>[17,19]</sup>或两个非平行矩形<sup>[20]</sup>与灭线联合求解, 在应用时, 可根据场景中的约束条件选择相应的计算方法。此类方法并没有完全恢复单应矩阵, 通常只应用于距离的量算。

摄像机矩阵无论使用何种分解方法, 其分解部分的求解都依赖于图像中包含的几何信息和度量信息, 常用的几何关系包含垂直、平行、圆形等, 利用这些几何关系可获得灭线、虚圆点等不变量, 不同的不变量组合适合不同的分解方法, 因此可根据图像中的几何关系确定采用何种分解方法。

## 2.3 评述

基于控制点、线求解单应的方法原理简单, 方便应用。分步求解单应涉及的过程相对复杂, 其实质是图像中几何信息的应用, 场景中包含的几何信息是决定使用何种分解方法的关键。三种分解中, 第一种分解到参数级别, 增加了单应矩阵求解的难度; 第二种分解到各列, 各列具有特定的几何含义, 尤其适合结构化场景; 第三种分解到各变换层次矩阵, 需要求解虚圆点信息, 对场景要求更为严格, 并且由于并未完全求解各个层次的矩阵, 仅仅适用于平面上距离的量测。

目前, 基于单应的几何测量方法主要应用于

二维平面, 其原因主要有: ① 在整体求解单应的过程中, 二维平面上的控制点、线相对容易获取, 而三维控制点较难获取; 更重要的是, 即使摄像机矩阵确定, 也无法直接提取三维空间中任意的几何信息; ② 在分步求解摄像机矩阵的过程中, 二维平面中单应求解所需要的几何约束条件较三维空间少, 易于在结构化场景中获取; ③ 根据平面之间的垂直、平行等关系, 平面上的几何信息可推演至三维空间。

## 3 不变量及其在几何测量中的应用

空间中的几何对象经过摄像机的映射, 某些性质仍然保持不变, 即不变量。常用的不变量主要包括交比、灭线、虚圆点, 由于虚圆点、灭线的表现形式分别为点、直线, 无法独立进行几何信息的测量, 通常参与单应矩阵的计算, 而交比定义为共线 4 点距离比的比值, 其值是距离的函数, 可直接用于几何信息的测量, 不需要借助单应矩阵。

根据四点形成交比的定义, 当已知由 4 点(如图 3 中 G、E、I、F 点)所组成的三条线性无关线段的长度时, 可获得此 4 点中任意两点之间的距离。值得指出的是, 若组成交比的 4 点中一点是灭点, 交比的定义仍然有效。由于灭点的特性, 其与直线上有限点的距离为无穷大, 此时, 交比可被化简为参考线段和与其共用端点的线段的比值, 交比的值可由图像坐标获得, 且参考线段长度已知, 很容易获得已知线段共用端点的线段的长度<sup>[21]</sup>。交比本为一维空间上的射影不变量, 经过与其他几何条件的复合, 如矩形, 可实现对二维平面上几何信息的提取<sup>[16]</sup>。基于交比的几何信息测量可以方便地获得长度信息, 对于其他信息, 如多边形面积、直线的夹角等, 还需要利用其他几何关系和(或)单应进行求解。

目前, 基于交比的几何信息测量算法在一维直线上仅使用交比一次, 因此几何信息的测量局限于与已知线段共用端点的线段的长度。而事实上, 交比的性质可在同一条直线上嵌套应用, 实现直线上任意两点之间的距离。如图 3 中直线 AB 上有任意两点 H、K, 若已知 A、B 两点之间的距离  $S_{AB}$  以及灭点  $V_2$ , 首次运用交比  $(A, K; B, V_2)$  可获得 B、K 之间的距离  $S_{BK}$ , 再次运用交比  $(H, B; K, V_2)$  可获得 H、K 之间的距离  $S_{HK}$ 。同理, 如已知 E、F 所在的直线上任意两点之间的距离, 则可计算  $S_{EF}$ 。进一步利用平面中的垂直关系还可获得矩形 ABCD 另外一条边 BC 的长度。此

时,如在平面上建立自定义的坐标系,则矩形 4 个顶点的空间坐标与图像坐标都可获取,平面单应即可计算,从而求取平面上的其他几何信息。另外,交比在三维空间中的应用可以作类似推广。

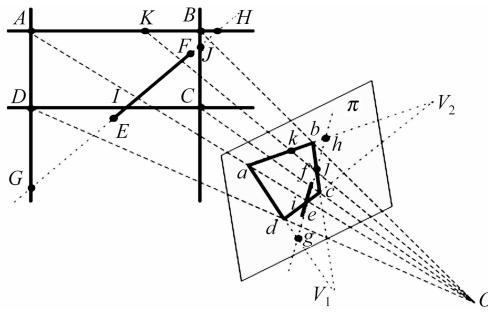


图 3 平面上交比的应用

Fig. 3 Cross Ratio on a Plane

## 4 分析与思考

### 4.1 先验知识库构建

从前文的分析可知,基于单幅图像的几何量测或者三维建模主要依赖于场景所负载的几何结构信息和已知度量信息(统称为结构化场景)。几何结构信息是推算坐标、目标几何参数演算的主要依据,包括平行、垂直、斜交角度、共面、共点、对称等;而已知的度量信息则建立了图像和实际对象之间的比例关系。二者在单幅图像几何量测中的地位举足轻重。然而,目前对这些先验知识的挖掘研究不足,所采用的度量信息基本上由用户预先设定或事后补充<sup>[22]</sup>,若场景中没有熟悉的对象或场景无法补测(如历史图片),则图像将无法量测。事实上,日常所接触的物体和场景,如建筑物、公路、市政设施、水利设施、输电设施、室内装潢等,都存在大量的几何结构信息,同时也是依据一定尺寸而建的,如果能够对这些结构化信息进行归纳梳理和研究,建立结构化场景的先验知识库,则有利于单幅图像的几何量测以及三维建模的应用和普及。

### 4.2 多约束条件下的几何参数量算

一般地,结构化场景中的几何结构信息并不只是一类,而是多类共存,既包括矩形结构,也包括圆形结构,甚至还有椭圆、三角形结构等。目前,单幅图像几何量测的算法设计主要采用单一结构信息,如大部分的算法以平行和矩形结构为主<sup>[11,23]</sup>,部分涉及到了圆形<sup>[17,19]</sup>。尽管采用单一关系可以达到量测的目的,但如果对这些不同类型的结构信息加以利用,不仅可以提高量测精度,同时也可拓展几何参数的量测范围。不同的结

构信息虽然几何特性不同,但在射影几何理论框架下,有可能通过不同的几何结构信息获得各变换层次的不变量,从而实现在多约束、多几何结构信息辅助下的几何量测。

空间对象不仅存在确定的几何结构和度量信息,同时还含有一定的语义约束信息。语义信息的综合利用可形成单幅图像的几何量测的约束条件,从而提高量测精度,或提供必要的辅助解算信息。

### 4.3 已知信息的配置与分布

测量中对控制点的分布及其组成的控制网的图形强度等有一定的要求。根据量测过程所需应用的知识,单幅图像的几何测量还可分为基于控制点(线)和基于几何约束的量测,已知控制点、线和各类几何结构、度量信息如同测量中的控制点,其配置和分布与量测结果密切相关<sup>[22]</sup>。

为证明参与计算的空间几何结构对几何测量结果存在影响,选用封三彩图 4(a)作为测试图,取 R 为参考线段,设其长度为 10 m,采用直接几何量测,图中虚线为用于求取灭点的直线,第一种情况下,右平面上的灭点由平行线组计算  $L_1$ 、 $L_2$ 、 $L_3$  的交点而得;第二种情况下,由平行线组计算  $L_1$ 、 $L_2$ 、 $L_3$ 、 $L_4$  的交点而得,解算其中 1-7 号线段长度的结果与绝对误差如表 1 所示,两者的中误差分别为 0.154 m 和 0.104 m。可以看出,第二种情况由于采用更多条直线参与灭点的计算,其误差及中误差相对较小。为了证明参与计算的参考度量信息的分布对几何量测结果的影响,选用封三彩图 4(b)作为测试图,几何约束条件不变,即求得的灭点相同,真实长度为 6.375 m。分别选取图中 1 和 9 号线段作为已知线段,采用直接几何量测解算其中的 1-7 号线段长度,计算结果与绝对误差如表 2 所示,两者的中误差分别为 0.115 m 和 0.463 m,因此可说明参考度量信息的分布对结果存在影响。

表 1 几何约束信息分布对几何量测的影响

Tab. 1 Effect of Distribution of Geometric Constraints on Measurement

线段	情况 1		情况 2	
	计算值/m	绝对误差/m	计算值/m	绝对误差/m
1	9.631 6	0.368 4	9.785 8	0.368 4
2	9.832 6	0.167 4	9.940 1	0.167 4
3	10.004 4	-0.004 4	10.067 3	-0.004 4
4	10.001 9	-0.001 9	10.036 5	-0.001 9
5	9.998	0.002	10.003 5	0.002
6	10.046 4	-0.046 4	10.376 1	-0.046 4
7	10.002 6	-0.002 6	10.971 2	-0.002 6

**表2 不同参考线段位置对几何量测的影响**

Tab. 2 Effect of Distribution of Reference Line Segments on Measurement

线段	1为已知长度/m		9为已知长度/m	
	计算值/m	绝对误差/m	计算值/m	绝对误差/m
1	6.761 3	-0.026 3	7.260 3	-0.525 3
2	6.745	-0.01	7.240 3	-0.505 3
3	6.787 7	-0.052 7	7.289 6	-0.554 6
4	6.779 7	-0.044 7	7.281	-0.546
5	6.695 9	0.039 1	7.189	-0.454
6	6.570 5	0.164 5	7.054 2	-0.319 2
7	6.492 7	0.242 3	6.971 1	-0.236 1

因此,为提高量测精度,在基于控制点(线)计算中,需要对控制点的布置方案进行分析,而在基于几何约束和度量信息的测量中,则需对各类已知的先验结构信息和度量信息的配置进行分析。

#### 4.4 不变量的综合利用

交比是射影几何中的重要不变量之一,是单幅图像几何量测的重要线索之一。交比通常结合灭点应用,此时交比可转化为两条共端点线段之比,若已知其中一线段长度,即可求另外一线段长度,若再求直线上和已知长度线段不共端点的线段长度,则需要考虑参与计算各点在直线上的相对位置,如果将交比在一条直线上嵌套应用,可避免这一复杂过程。

交比是一维射影不变量,若要获取二维平面乃至三维空间中的几何信息,还需要将其与空间几何结构关系联合使用。由于几何结构关系多种多样,且不同场景可能包含其中一种或多种,探索交比与不同几何结构关系、多种几何结构关系的综合应用,可拓展单幅图像几何量测的应用范围。

在二维射影几何中,共线点与点共线对偶,如果平面内一共点线束被任一条直线所截取,则截点列的交比和线束的交比相等,因此,将共线点的交比与共点线束的交比联合求解,进而获取角度量信息。

#### 4.5 误差分析与传播

单幅图像几何量测的误差来源包括图像本身的质量、图像中几何结构信息提取误差、参考度量信息提取误差、计算误差等<sup>[24]</sup>,每一环节的误差都将在后续的过程中传播,影响最终的几何量测精度,而几何量测精度直接影响其应用领域,不能满足应用精度要求的量测是毫无意义的。研究误差在整个量测过程中的传播,可对几何量测的结果进行评价,从而获得测量结果的质量,获取其可用性。

不同领域对测量精度的要求不同,如用于工程测量要求精度较高,而用于建筑重建的量测精

度则不必高于前者,若能根据最终量测的精度要求分析出涉及的各个过程中的误差,从而判断待测图像是否满足测量精度的要求,并且分析过程可指导在量测的各个环节中的精度控制。

## 5 结语

本文总结提炼了单幅图像几何量测的基本原理,即直接几何量测和间接几何量测,讨论了各自的核心过程、各类算法的原理、约束条件、求解方法。在结合应用全文总结的基础上,指出了今后研究中值得关注的几个问题,这些问题涉及几何量测的数据准备环节、精度控制环节、算法实现环节以及精度评估环节,包括先验知识库的构建、多约束条件下的几何参数量算、已知信息的配置与分布、不变量的综合应用、误差分析与传播等。

## 参 考 文 献

- [1] Criminisi A. Accurate Visual Metrology from Single and Multiple Uncalibrated Images [M]. Berlin: Springer-Verlag, 2001
- [2] 张祖勋. 数字摄影量测与计算机视觉[J]. 武汉大学学报·信息科学版, 2004, 29(12): 1 035-1 039
- [3] Hartley R, Zisserman A. Multiple View Geometry in Computer Vision [M]. Cambridge: Cambridge University Press, 2000
- [4] 于起峰, 尚洋. 摄像测量学简介与展望[J]. 科技导报, 2008, 26(24): 84-88
- [5] Huang F R, Hu Z Y, Wu Y H. A New Method on Single View Metrology[J]. Acta Automatica Sinica, 2004, 30(4): 487-495
- [6] 孙凤梅, 胡占义. 平面单应矩阵对摄像机内参数约束的一些性质[J]. 计算机辅助设计与图形学学报, 2007, 19(5): 647-650
- [7] Criminisi A. Single-View Metrology: Algorithms and Applications[C]. DAGM Symposium, Munich, Germany, 2002
- [8] Wang G H, Hu Z Y, Wu F C. Single View Based Measurement on Space Planes[J]. Journal of Computer Science and Technology, 2004, 19 (3): 374-382
- [9] 曾慧, 邓小明, 赵训坡, 等. 基于线单应的单应矩阵估计及其在视觉量测中的应用[J]. 自动化学报, 2007, 33(5): 449-455
- [10] Agarwal A, Jawahar C V, Narayanan P J. A Survey of Planar Homography Estimation Techniques [R]. Technical Report, International Institute of Information Technology, Hyderabad, 2005
- [11] Fischler M A, Bolles R C. Random Sample Consen-

- sus: A Paradigm for Model Fitting with Application to Image Analysis and Automated Cartography[J]. Communications of the ACM, 1981, 24(6): 381-395
- [12] Wang Guanghui, Wu Yihong, Hu Zhanyi. A Novel Approach for Single View Based Plane Metrology [C]. The 16th International Conference on Pattern Recognition, Quebec, Canada, 2002
- [13] Iovenitti P. Accuracy of Three-dimensional Measurement Using a Single Image[J]. Opt Eng, 1997, 36(1): 47-55
- [14] 丁伟利,朱枫,郝颖明. 基于单幅建筑物图像的三维信息提取[J]. 仪器仪表学报, 2008, 29(9): 1 966-1 971
- [15] 赵霆,谈正. 从单幅图像恢复立体景象的新方法[J]. 红外与激光工程, 2004, 33(6): 629-633
- [16] 王光辉. 基于图像的测量与三维重建研究[D]. 北京: 中国科学院自动化研究所, 2004
- [17] Jiang N, Jiang Z. Distance Measurement from Single Image Based on Circles[C]. 2007 IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing, Honolulu, HI, 2007
- [18] 杨敏,沈春林. 未标定单幅结构场景图像的三维重构[J]. 中国图像图形学报, 2004, 9(4): 456-459
- [19] Chen Yisong, Ip H, Huang Z J, et al. Full Camera Calibration from a Single View of Planar Scene[J]. Lectures Notes in Computer Science, 2008, 5 358: 815-824
- [20] 吴福朝,王光辉,胡占义. 由矩形确定摄像机内参数与位置的线性方法[J]. 软件学报, 2003, 14 (3): 703-712
- [21] 张剑清,王强. 基于近景单影像的房檐改正计算方法[J]. 武汉大学学报·信息科学版, 2007, 32(12): 1 091-1 094
- [22] Video Evidence Analysis Chapter 4: Analysis: Single Image Photogrammetry[OL]. <http://science.homeoffice.gov.uk/hosdb/publications/cctv-publications>, 2007
- [23] Cao Xiaochun, Foroosh H. Metrology from Vertical Objects [C]. British Machine Vision Conference (BMVC), London, UK, 2004
- [24] 孙凤梅,胡宇,胡占义. 直线提取中的不确定性研究[J]. 自动化学报, 2003, 29(4): 589-598

**第一作者简介:**刘学军,教授,博士,博士生导师,主要研究方向为影视GIS、DEM 及其地形分析、GIS 空间分析、空间数据不确定性等。

E-mail: liuxuejun@njnu.edu.cn

## Geometric Measurement Based on Single Image: A Survey

LIU Xuejun<sup>1,2</sup> WANG Meizhen<sup>1,2</sup> ZHEN Yan<sup>1,2</sup> LU Yue<sup>1,2</sup>

(1 School of Geography Science, Nanjing Normal University, 1 Wenyuan Road, Nanjing 210046, China)

(2 Key Laboratory of Virtual Geographic Environment, Ministry of Education, Nanjing Normal University, 1 Wenyuan Road, Nanjing 210046, China)

**Abstract:** Since sometimes it is hard to obtain two or more images of one scene, especially history images, even so it still uneasy to self-calibrate because of the diversity, universality and randomicity of images and the variable camera parameters when taking different scenes. Single image measurement which benefits from avoiding the process of match and self-calibration of two or more images has been, in the past few years, amongst the main aims of Photogrammetry, Computer Vision, Videometrics and other fields. This paper addresses the problem of extracting geometric information from a single, uncalibrated image of a scene. Firstly, basic principles of geometric measurement based on single images are summarized. Secondly, approaches for single image measurement are surveyed according to their principles. Finally, several prospective focuses of this field of research are suggested.

**Key words:** single image; geometric measurement; homography; cross ratio; vanishing point