

# 利用灰集进行空间区域拓扑关系不确定性定量分析

包磊<sup>1</sup> 罗兵<sup>1</sup> 秦小麟<sup>2</sup>

(1 海军工程大学电子工程学院,武汉市解放大道 717 号,430033)  
(2 南京航空航天大学信息科学与技术学院,南京市御道街 29 号,210016)

**摘 要:**针对不确定性空间区域对象间拓扑关系不确定性的定量分析问题,提出了一种具有双隶属度函数的灰集表示模型,利用双隶属度函数的截集将不确定性空间区域对象转化为确定性区域对,借用相关的不确定性空间拓扑关系定性分析模型,将不确定性空间对象间拓扑关系的不确定性量化为一个可信度区间。  
**关键词:**地理信息系统;拓扑分析;不确定性;灰集  
**中图法分类号:**P208

对于不确定性空间对象而言,对象的精确空间位置往往无法获得,一般采用有针对性的不确定性模型进行定性推理<sup>[1-3]</sup>。这些定性模型在进行拓扑推理之前,把空间对象间拓扑关系的不确定性确定为某个确定量,采用相关的精确模型进行推理分析。由于空间对象固有的不确定性和模糊性,其拓扑关系本身也带有不确定性,两种不确定性拓扑关系之间存在一定的模糊性和渐进性,定性模型以精确界定的关系集合描述不确定的拓扑关系,获得的拓扑分析结果过于粗略,缺乏对关系不确定性的量化。

空间拓扑模型可分为点集拓扑和区域拓扑两类<sup>[3-8]</sup>。已有模型都能够对不确定关系进行定性分析,但是对拓扑关系的不确定性定量分析能力较差。本文以灰集理论<sup>[9]</sup>为建模基础,提出了一种空间区域间拓扑关系的不确定性可量化模型,其与以往模型的最大不同在于,通过一对隶属度函数构成的灰带来表征空间不确定性的分布情况;根据两个隶属度函数的截集把空间关系的不确定性量化为一个不确定性区间,而不是一个精确值。

## 1 不确定性空间表示模型

不确定性空间区域实体可以是空间现象,具

有几何特征的自然物体、事件、状态和过程。由于无法精确地获知空间真值,对区域的观测值通常和其真值不一致,一般通过对区域重复观测多次,或者由其他知识获取渠道,将区域描述成为一个围绕其真值附近的不确定性域。该不确定域表示为支持集,而上、下隶属度函数用以刻画在不确定域上不确定性的分布情况。

定义 1 不确定性二维凸简单区域对象  $G$  是定义在  $R^2$  上的灰集,表示为  $(\text{Support}, \mu_1, \mu_2)$ ,其中,Support 表示对象的支持集,是定义在  $R^2$  上的半代数集合; $\mu_1, \mu_2$  为  $R^2 \rightarrow R$  的连续函数,表示灰集的上、下隶属度函数。

模糊集认为实体不确定性的分布是已知的,因此,使用一个确定的隶属度函数,以介于 0~1 之间的确定性数值来描述每点上的实体不确定性。而灰集模型认为,不确定性的分布是未知的,或者部分已知的,上、下隶属度函数描述不确定性的已知成分,而位于上、下隶属度函数之间的灰带,描述了对于实体不确定性认知的不确定性。图 1 中, $G$  的支持集由上分明区域和下分明区域构成,其中,下分明区域内的点对于  $G$  的上、下隶属度  $\mu_1 = \mu_2 = 1$ ,上分明区域之外的点对于  $G$  的上、下隶属度  $\mu_1 = \mu_2 = 0$ 。在上、下分明区域内的点对于  $G$  的隶属度位于上、下隶属度函数  $\mu_1$  和  $\mu_2$  之间。空间对象的不确定性分布情况一般很难获

得,采用该模型可以把确定的已知信息和不确定的未知信息分开,如果完全了解某区域对象的不确定性分布情况,此时  $\mu_1=\mu_2$ ,该区域为模糊区域。特别地,当  $\mu_1=\mu_2=1$  时,表示该区域的信息完全已知,为确定区域;当未知性逐渐扩大, $\mu_1$  趋向于 1, $\mu_2$  趋向于 0,当  $\mu_1=1,\mu_2=0$  时,表示对该区域的不确定性分布情况完全未知。

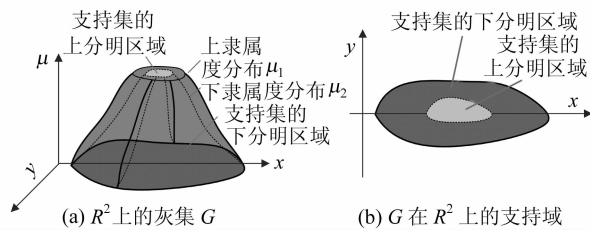


图 1  $R^2$  上的不确定区域  $G$

Fig. 1 Indeterminate Region  $G$  Represented by Grey Set

## 2 区域对象间拓扑关系的不确定性量化分析

引入  $\alpha$  截集操作<sup>[10]</sup>  $\alpha$ -Cut,该操作根据给定的阈值  $\alpha$  对操作参数的支持集进行划分,获得一个新集合,使得在该集合上的所有元素满足隶属度大于  $\alpha$ 。

定义 2  $\lambda_\alpha^\mu(G)=\{p\in G|\mu(p)\geq\alpha\}$ 。

根据定义和上下隶属度函数的性质,显然有:  
① 若  $\forall x\in R,\mu_1(x)>\mu_2(x)$ ,则  $\lambda_{\alpha_1}^{\mu_1}(G)\supseteq\lambda_{\alpha_2}^{\mu_2}(G)$ ;② 若  $a<b$ ,则  $\lambda_a^\mu(G)\supseteq\lambda_b^\mu(G)$ 。

为方便讨论,只讨论区域为简单凸区域且  $\mu_1,\mu_2$  都为单调连续函数的情况,因此, $\lambda_{\alpha_1}^{\mu_1}(G)$  和  $\lambda_{\alpha_2}^{\mu_2}(G)$  构成一对相互嵌套的区域对。 $\lambda_{\alpha_2}^{\mu_2}(G)$  是对  $G$  的下隶属度函数在  $\alpha$  处的截集,代表了  $G$  在可信度  $\alpha$  上肯定包含的区域; $\lambda_{\alpha_1}^{\mu_1}(G)$  是对  $G$  的上隶属度函数在  $\alpha$  处的截集, $I-\lambda_{\alpha_1}^{\mu_1}(G)$  代表了  $G$  在可信度  $\alpha$  上肯定不包含的区域( $I$  是全集)。位于  $\lambda_{\alpha_1}^{\mu_1}(G)$  和  $\lambda_{\alpha_2}^{\mu_2}(G)$  之间的区域是一个灰色区域,其区域大小代表了对  $G$  的未知程度。图 2 给出了某不确定性区域  $G$  在  $\alpha$  处的截集。不确定性区域  $G$  可表示为图 2(a)所示的两个相互嵌套的圆锥体,分别对应  $\mu_1,\mu_2$  两个隶属度函数,锥底区域对应下分明支持集,锥顶区域对应上分明支持集,对应的  $\alpha$  截集由  $\mu=\alpha$  平面与两个椎体相切形成的截面区域对  $\lambda_{\alpha_1}^{\mu_1}(G)$  和  $\lambda_{\alpha_2}^{\mu_2}(G)$  构成,该区域对表示了大于  $\alpha$  的可能性上,不确定性区域  $G$  的上、下分明区域。

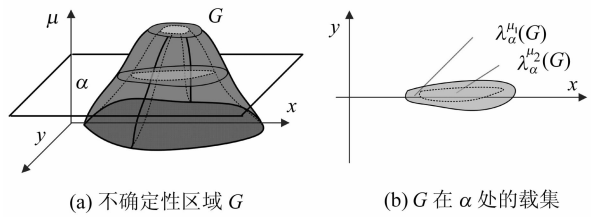


图 2 不确定性区域对象的  $\alpha$  截集

Fig. 2  $\alpha$ -Cut Set of Indeterminate Region

利用  $\alpha$  截集操作,可以对任意不确定性区域对象  $A,B$  之间拓扑关系  $P$  的不确定性进行量化。

定义 3 若存在区间  $[a_1,a_2]$ ,使得  $\forall\alpha\in[a_1,a_2],P[(\lambda_{\alpha_1}^{\mu_1}(A),\lambda_{\alpha_2}^{\mu_2}(A)),(\lambda_{\alpha_1}^{\mu_1}(B),\lambda_{\alpha_2}^{\mu_2}(B))]$  且  $\forall\alpha\notin[a_1,a_2],\neg P[(\lambda_{\alpha_1}^{\mu_1}(A),\lambda_{\alpha_2}^{\mu_2}(A)),(\lambda_{\alpha_1}^{\mu_1}(B),\lambda_{\alpha_2}^{\mu_2}(B))]$ ,则称不确定性区域对象  $A,B$  对于不确定性关系  $P$  的可信度在  $[a_1,a_2]$  之间。

根据截集的性质,定义 3 的含义为可信度大于  $a_2$  的证据表明  $A,B$  对象不满足拓扑关系  $P$ ,但引入可信度小于  $a_2$  以及大于  $a_1$  的证据后, $A,B$  对象满足拓扑关系  $P$ ,在进一步引入可信度小于  $a_1$  的证据后, $A,B$  对象不满足拓扑关系  $P$ 。

根据定义 3,可以通过不确定性区域截集间的拓扑关系判定得到区域间拓扑关系不确定性的量化指标。

图 3(a)中所示为两个作战平台,由于对平台识别上的误差以及武器性能资料的缺乏,两个目标的各类武器的威胁区域由各个可信度上的数据信息构成,如图 3(b)中显示的基于灰集的二维不确定性区域,图中  $A,B$  的威胁区域互有重叠,确切已知的信息表明其不相交,引入一些不确定性较大的信息后,可能相交。

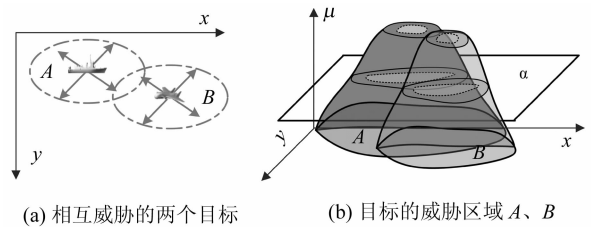


图 3 不确定性区域  $A,B$

Fig. 3 Two Indeterminate Region  $A,B$

为分析目标间的威胁关系,对不确定性区域  $A,B$  在  $\alpha$  为 0.9、0.6 和 0.2 处进行截集操作,得到其上、下隶属度截集之间的关系(见图 4)。由隶属度函数的连续单调性,结合截集和上、下隶属度函数的性质容易推得<sup>[12]</sup>,由  $\lambda_{\alpha_1}^{\mu_1}(G)$  和  $\lambda_{\alpha_2}^{\mu_2}(G)$  构成的一对相互嵌套的区域对在区间  $[0.9,1]$  上不

相交,在区间 $[0.6,0.9]$ 上相接,在区间 $[0.2,0.6]$ 上几乎相接。其蕴涵的信息为,可信度 $[0.9,1]$ 的证据表明  $A$ 、 $B$  互不相威胁,引入 $[0.6,0.9]$ 的证据后, $A$ 、 $B$  可能相互威胁,进一步引入 $[0.2,0.6]$ 证据后, $A$ 、 $B$  可以确定相互威胁。

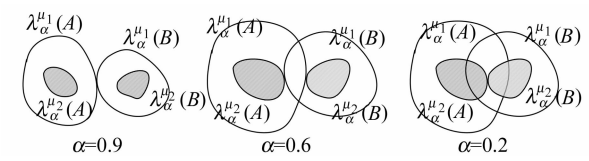


图 4 不确定性区域  $A$ 、 $B$  间的上下截集关系  
Fig. 4 Topological Relations Between  $\alpha$ -cut Sets of  $A$ ,  $B$

3 结 语

针对不确定性区域对象间的拓扑分析问题,本文提出的模型采用一对隶属度函数来描述不确定性的分布情况。该模型以灰集理论为建模基础,通过对上下隶属度函数的截集计算,利用 Egg/Yolk 模型或宽边界 9 交模型等相关定性分析模型可将关系的不确定性量化为一个区间。

参 考 文 献

[1] 刘新,刘文宝,李成名. 三维体目标间拓扑关系与方向关系的混合推理[J]. 武汉大学学报·信息科学版,2010, 35(1):74-78

[2] 郭庆胜. 面状目标间空间拓扑关系组合分类[J]. 武汉大学学报·信息科学版,2005,30(8):729-731

[3] Egenhofer M J, Franzosa R. Point-Set Topological Spatial Relations[J]. International Journal of Geographical Information Systems, 1991,5(2):161-174

[4] Clementini E, di Felice P. Approximate Topological Relations[J]. International Journal of Approximate Reasoning, 1997,16(2): 173-204

[5] 虞强源,刘大有,谢琪. 空间区域拓扑关系分析方法综述[J]. 软件学报,2003,14(4):777-782

[6] Bittner T, Stell J. Rough Sets in Approximate Spatial Reasoning[M]. Heidelberg: Springer-Verlag, 2001

[7] Schneider M. Uncertainty Management for Spatial Data in Databases: Fuzzy Spatial Data Types[C]. The 6th International Symposium on Spatial Databases, Berlin, 1999

[8] 史文中. 空间数据与空间分析不确定性原理[M]. 北京:科学出版社,2005

[9] 邓聚龙. 灰色理论基础[M]. 武汉:华中科技大学出版社,2002

[10] Zadeh L A. Fuzzy Sets[J]. Information and Control,1965(8):338-353

[11] 包磊. 时空数据库中不确定性处理技术若干关键问题研究[D]. 南京:南京航空航天大学,2006

第一作者简介:包磊,博士后,副教授,研究方向为时空数据库、军事地理信息系统与作战系统仿真。  
E-mail:qinxcs@nuaa.edu.cn

A Grey Set Based Quantitative Analysis Model for Indeterminate Topological Relations Between Uncertain Spatial Regions

BAO Lei<sup>1</sup> LUO Bing<sup>1</sup> QIN Xiaolin<sup>2</sup>

(1 College of Electronics Engineering, Naval University of Engineering, 717 Jiefang Road, Wuhan 430033, China)  
(2 Information Science and Technology Institute, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, 29 Yudao Street, Nanjing 210016, China)

**Abstract:** We present a quantitative analysis model for indeterminate topological relations between uncertain spatial regions. Grey set is used to represent uncertain spatial regions, which have a pair of membership function instead a single one to represent the indeterminacy distribution. Using the cut-set operation on the Grey set, uncertain spatial regions can be turned into crisp region pairs. By applying relative qualitative topological analysis model such as the Egg/Yolk model on these crisp region pairs, the indeterminacy of topological relations can be quantified to a probability range.

**Key words:** GIS; topological analysis; uncertain; grey set