DOI:10.13203/j.whugis1960.01.002

# 对航测在生产和教学中一些理論問題的討論*

·王之卓·

这一篇討論是針对着我国当前在航空摄影測量生产和教学中所存在的一些問題而提出的。其中有一些問題是当前生产单位常常提出的，例如在立体量測仪CTД—2上測繪地貌的高差限值問題；也有一些問題是联系到航測內业規范中的規訂，例如在进行解析法的象片相对定向計算时在什么条件之下使用一次項公式，汝考夫公式或瓦勒夫公式的問題；也有一些問題例如利用同心圓板归化无綫电測高的記录时在CM—4仪器上改正几件的安置問題以及由于b和f所产生的对左右視差較的改正公式$\delta p_{b.f}$問題，对这些問題在各文献上所刊載的式子不尽相同，应加以討論，取得一致的結論。还有，在当前航測內业高程加密的苏联中央測繪科学研究所方法中計算航高的公式，在中外的作业生产中都已习用很久，但是在理論上也似乎有可以怀疑修正的地方。現在在这篇文章里把这些問題提出討論，以供航測生产和教学中的参考。

## （一）解析法相对定向元素公式的利用問題

在我国航測內业生产中，利用解析法确定相对定向元素所采用的公式有一次項公式，汝考夫二次項（核面定向）公式和瓦勒夫公式三种，在平坦地区并且当象片傾角很小时（小于1°）則可使用一次項公式，当地形起伏較大且象片傾角較大时必須考慮二次項公式。瓦勒夫公式是相当严密的公式，但是計算工作量較繁，汝考夫二次項公式比較近似，但是計算起来非常簡便省时。因此对这些公式要根据不同的情况加以选用。选用的标准各文献上的叙述也不够一致，我国国家測繪总局航測內业規范的草案中是这样写的：

表 1

| 摄影焦距 f | 一次項公式 | 汝考夫核面定向二次項公式 | 瓦勒夫公式 |
|---|---|---|---|
| 70 毫米 | QP< 6.8 | QP>6.8， Q²P≤520 | Q²P >520 |
| 100 毫米 | QP< 2.8 | QP>2.8， Q²P≤222 | Q²P >222 |
| 200 毫米 | QP< 0.5 | QP>0.5， Q²P≤ 28 | Q²P > 28 |

当然这是在我国的規范草案中所列的数据，在今后修訂时不一定就这样规定，姑且列举在这里作为討論的参考。

为了討論这一問題可以利用下列計算相对定向元素的基本关系公式：（这些公式可参考康辛著："制作地形图的摄影測量工作方法"譯文第69頁）

$$\tau_{\Lambda}=-\frac{(q_4-q_6)}{2by}f+\frac{q_4-q_6}{2y}\tau_{\Lambda}-\frac{\triangle p_4+\triangle p_6}{2b}\tau_{n}-\frac{f}{2by}(\triangle p_4-\triangle p_6)K_{n}$$
$$-\frac{q_4+q_6}{2b}\varepsilon+\frac{f}{2b}(K_{\Lambda}^2-K_{n}^2)-\frac{f}{2b}(\tau_{\Lambda}^2-\tau_{n}^2)+K_{\Lambda}\varepsilon \cdots\cdots\cdots\cdots (1)$$

$$\tau_{n}=-\frac{(q_3-q_5)}{2by}f+\frac{(\triangle p_3+\triangle p_5)}{2b}\tau_{n}-\frac{f}{2by}(\triangle p_3-\triangle p_5)K_{n}-\frac{1}{2b}(q_3+q_5)\varepsilon$$

* 1960年1月收到

$$-\frac{f}{2b}(\tau^2_{\Lambda}-\tau^2_{n})+\frac{f}{2b}(k^2_{\Lambda}-k^2_{n})-k_n\varepsilon \cdots\cdots (2)$$

$$\varepsilon_1=\frac{f}{2y^2}(q_4+q_6-2q_2)-\frac{b}{2y^2}(q_4+q_6-2q_2)\tau_{\Lambda}+\frac{1}{2y}(\triangle q_4-\triangle p_6)\tau_n,$$

$$+\frac{f}{2y^2}(\triangle p_4+\triangle p_6-2\triangle P_2)k_n+\frac{1}{2y}(q_4-q_6)\varepsilon-(\tau_{\Lambda}k_{\Lambda}-\tau_{n}k_n)\cdots\cdots (3)$$

$$\varepsilon_2=\frac{f}{2y^2}(q_3+q_5-2q_1)+\frac{1}{2y}(\triangle p_3-\triangle p_5)\tau_n+\frac{f}{2y^2}(\triangle p_3+\triangle p_5-2\triangle p_1)k_n$$

$$+\frac{1}{2y^2}(q_3-q_5)\varepsilon-(\tau_{\Lambda}k_{\Lambda}-\tau_{n}k_n)\cdots\cdots (4)$$

以上这些公式是在二次項范围内的严密公式，由这些公式出发就可以推导出汝考夫二次項公式或瓦勒夫公式等形式的式子。

（1）使用一次項公式的条件

上列式子里等号右边的第一項就代表一次項公式，为了近似地估計由于去除所有其他各小項的影响，我們可以只在各小次項中取出其中影响最大的一項来討論，取式(1)的$\tau_{\Lambda}$为例。使用一次項公式所忽去二次項中的主要項是带有$\triangle P$的二次項，也就是：

$$\frac{\triangle p_4+\triangle p_6}{b}\tau_n,\quad \frac{f}{2by}(\triangle p_4-\triangle p_6)k_n$$

这两項相比較，一般言之，特别当f为100或200毫米时第二項的影响是比較大的，因此現在取这影响比較大的一項进行討論。由于忽去这一項所产生的誤差为：

$$\delta\tau_{\Lambda}\approx\frac{f}{2by}(\triangle p_4-\triangle p_6)k_n\approx\frac{f}{2by}(\triangle p_4-\triangle p_6)\frac{f}{b}\varepsilon$$

$$=\frac{f}{2by}(\triangle p_4-\triangle p_6)\frac{f}{b}\cdot\frac{f}{2y^2}(q_4+q_6-2q_2)=\frac{f}{2by}P\frac{f^2}{2by^2}Q\cdots (5)$$

上式中P和Q符号分別代表$\triangle p$和q的相应綜合項，上式的左方根据观測精度的要求可写作：

$$\delta\tau_{\Lambda}=\frac{f}{2by}\delta(q_4-q_6)\cdots\cdots (6)$$

因此，比較式(5)和(6)得出：

$$PQ\frac{f^2}{2by^2}=\delta(q_4-q_6)$$

或

$$PQ=\frac{2by^2}{f^2}\delta(q_4-q_6)$$

現取b=y=60毫米，$\delta q=\pm0.03$毫米(注1)，則$\delta(q_4-q_6)$相应于$0.03\sqrt{2}=0.04$，即

$$PQ<\frac{1}{f^2}\cdot17300\cdots\cdots (7)$$

由此得出使用一次項公式的条件按式(7)为：

---

（注1）一般上下視差的观測中誤差取$m_q=\pm0.02$—0.03毫米，为了使公式的簡化影响不致过大地降低成果的精度，此处限差取$\delta q=\pm0.03$毫米这个数值最好不使过分接近于观測誤差的限差。

表 2

| f | 一 次 项 公 式 |
|---|---|
| 70 毫米 | $QP < 3.5$ |
| 100 毫米 | $QP < 1.7$ |
| 200 毫米 | $QP < 0.4$ |

用相倣的步驟，根据式(3)推导而得出的PQ限值比上表約大1.7倍，故最后可即取用上表所列的数值。表 2 与表 1 所列数据的不符是由于各起始数据假定不同的緣故。

（2）使用汝考夫核面定向的二次項公式的条件：

汝考夫二次項公式是在式(1)，(2)，(3)，(4)的基础之上直接把一次項的近似值$\tau'_\lambda\tau'_n\varepsilon'$等代替其相应的眞值代入到那些式子的各二次項中，这就是汝考夫二次項公式不够精密的主要原因。

仍取式(1)的$\tau_\lambda$計算为例，在二次項中起主要作用的两項$\frac{\Delta p_4+\Delta p_6}{2b}\tau_n$，$\frac{f}{2by}(\Delta p_4-\Delta p_6)k_n$中，影响最大的此时应該是第一項，因为在这种情况下核面定向的过程已經大大地減小了K的影响，現在就拿这第一項来作为討論的根据。此时仍以$\tau_\lambda$的計算为例。由于忽去小次項中主項影响所产生的誤差为：

$$\delta\tau_\lambda \approx \frac{(\Delta p_4+\Delta p_6)}{2b}(\tau_n-\tau'_n)' = \frac{(\Delta p_4+\Delta p_6)}{2b}\cdot\frac{(\Delta p_3+\Delta p_5)}{2b}\tau_n$$

$$= \frac{(\Delta p_4+\Delta p_6)}{2b}\ \frac{(\Delta p_3+\Delta p_5)}{2b}\ \frac{(q_3-q_5)}{2by}f = \frac{P^2\cdot Q}{4b^2}\ \frac{f}{2by} \cdots\cdots\cdots\cdots (8)$$

把式(8)同式(6)相比較，得出：

$$P^2Q=4b^2\delta(q_4-q_6)$$

仍取$\delta(q_4-q_6)=\pm0.04$毫米，$b=60$毫米。

則得：

$$P^2Q=570 \cdots\cdots\cdots\cdots (9)$$

把这个式子与表 1 所列的数据相比較在观点上有很大的区别，根据这里所得出的結果，使用汝考夫核面定向二次項公式的最高限值与摄影焦距f无关，并且限值数值是用$P^2Q$来表达而非用$PQ^2$来表达的。

式(9)的結論是与現有各文献中的結論（例如Герценова，Очеретбко“пособие по Фотограмметрическим Работам”第155頁表25）不相同的，論断的是否正确希有关方面加以研究討論。

## （二）二次定向时象片推移值$\Delta q$的問題

当利用核面定向公式进行观测及运算时須在仪器上进行二次定向，即在一次定向之后根据所量測的标准点上的上下視差計算第二次定向时，象片应行推移的数值$\Delta q$为：

$$\Delta q=\frac{f^2}{2y^2}\ \frac{(q_4+q_6)+(q_3+q_5-2q_1)}{2} \cdots\cdots\cdots\cdots (10)$$

有的作业单位作这样的規訂：当这样計算出来的$\Delta q$值小于0.2毫米时就可以不再推移象片，实际上規訂这个限值是与地形起伏的情况有关的，假設由于地形起伏所存在的象点間的左右視差較为$\Delta p$，而象片应行推移而未加推移的数值为$\Delta q$，則由此而产生的上下視差的誤差可

用下式表示： $$\delta q=\frac{\triangle p}{b}\triangle q \quad\cdots\cdots\cdots\cdots (11)$$

仍取b=60毫米，$\delta q=\pm0.03$米，假如$\triangle q$規訂为0.20毫米时則象片上最大允許的左右視差較按式(11)应为：

$$\triangle p=\frac{b}{\triangle q}\cdot\delta q=\frac{60}{0.20}\times0.03=9\text{毫米}$$

实际上当在地形起伏較大的情况下根据式(10)所計算的$\triangle q$由于忽去了全部二次項的影响，$\triangle q$中存在的誤差有时候是很大的。当前在研究如何簡化解析法相对定向的計算公式时許多人都走了核面定向或所謂假定等角点定向的道路，这样就可以使演算公式非常簡单，但問題是在根据式(10)推$\triangle q$的問題。參考式（3）和（4）可知$\varepsilon$中可能产生的誤差可以根据

$$\frac{f}{2y^2}(\triangle p_4+\triangle p_6-2\triangle p_2)k_n\text{或}\frac{f}{2y^2}(\triangle p_3+\triangle p_5-2\triangle p_1)k_n$$

来估計，由而所产生的相应誤差为：

$$\delta\triangle q=f\,\delta\,\varepsilon=f\frac{f}{2y^2}(\triangle p_4+\triangle p_6-2\triangle p_2)k_n$$

$$=\frac{f^2}{2y^2}(\triangle p_4+\triangle p_6-2\triangle p_2)\frac{f}{b}\varepsilon=\frac{f^3}{2by^2}\cdot P\cdot\varepsilon$$

当$\varepsilon=1°$，p=10毫米，b=y=60毫米时，得出在不同摄影焦距f的情况下由于单純地利用一次項公式(10)对推移值$\triangle q$所产生的誤差列如表3。

表3

| f(毫米) | 70 | 100 | 200 |
|---|---|---|---|
| $\delta\triangle q$ 毫米 | 0.1 | 0.4 | 3.2 |

由此可知当在地形起伏較大的情况下特别是当f为100或200毫米时，簡单地使用式(10)进行二次定向的推移是会在相对定向元素的計算中带入不能允許的誤差的。

### （三）利用立体量測仪CTД—2时地形高差的限值問題

利用立体量測仪CTД-2勾繪地貌一般規訂限用于丘陵地区，当在山区的情况下就肯定須要使用多倍仪进行作业。但在我国实际作业中在很多情况下CTД-2也同样在山区使用，并且也获得合乎精度要求的成果，因此就产生了利用CTД-2测图在理論上究竟有否地形高差的限值問題。

考虑能否在山区利用立体量測仪CTД-2的問題除去由測高精度的角度考虑而外，还应該考虑到在山区情况下在这种仪器上观測立体是否有困难，当在地形比較破碎的情况下利用測索切地面勾繪等高綫是否方便，或者是边緣部分地貌由于投影差太大而能否正确表示等問題。現在单純地由精度的角度加以討論。

由于立体量測仪CTД-2具备了两个輔助改正机件，因此这个仪器在理論上所忽去的只有不包括$\triangle p$的二次項，而这种二次項的影响是十分微小的，所以不宜于再从忽略二次項的角度来分析立体量測仪的高差限值問題。

在立体量測仪上測高是通过左右視差較的量測而获得的，因此由

$$h \approx \frac{H}{b} \Delta p$$

的基本关系出发，可以求出影响h的因素如下：

$$m_h^2 = \left( h \frac{m_H}{H} \right)^2 + \left( h \frac{m_b}{b} \right)^2 + \left( \frac{H}{b} m_{\Delta p} \right)^2 \quad \cdots\cdots (12)$$

现在根据是否具有无綫电測高仪記录的两种情况来分析精度問題。

①当在缺乏无綫电測高仪記录的情况下：

此时航高的确定一般使用在图底上量距的方法，其精度約为航高的1/200，分别地分析航高誤差$m_H$，象片基綫誤差$m_b$和左右視差較量測誤差$m_{\Delta p}$对地形高差确定誤差$m_h$的影响为：

表 4

| | 誤差根源 | 起始数据 | 对$m_h$的影响（'2公式） |
|---|---|---|---|
| $m_h=$ | 由于航高誤差$m_H$ | $m_H/H=1/200$ | $h\frac{m_H}{H}=\frac{1}{200}\ \frac{h}{H}H$ |
| | 由于象片基綫誤差$m_b$ | $m_b=\pm0.2$毫米<br>$b=$ 60 毫米 | $h\frac{m_b}{b}=\frac{1}{300}\ \frac{h}{H}H$ |
| | 由于左右視差較誤差$m_{\Delta p}$ | $m_{\Delta p}=\pm0.04$毫米 | $H\frac{m_{\Delta p}}{b}=\frac{1}{1500}H$ |

由上表可知当$\frac{h}{H}=\frac{1}{7.5}$（相当于$\Delta p=8$毫米）时$m_H$与$m_{\Delta p}$的影响相等。　当$\frac{h}{H}=\frac{1}{5.0}$（相当于$\Delta p=12$毫米）时$m_b$与$m_{\Delta p}$的影响相等。

茲将在不同地形起伏情况下各因素对$\frac{m_h}{H}$的影响；以及总的影响列表如下：

表 5

| h/H | | 1/10 | 1/7.5 | 1/5 | 1/3 |
|---|---|---|---|---|---|
| 相应的$\Delta p$（毫米） | | 6 mm | 8 mm | 12mm | 20mm |
| $\frac{m_h}{H}$ | 由于 $m_H$ | $\frac{1}{2000}$ | $\frac{1}{1500}$ | $\frac{1}{1000}$ | $\frac{1}{600}$ |
| | 由于 $m_b$ | $\frac{1}{3000}$ | $\frac{1}{2250}$ | $\frac{1}{1500}$ | $\frac{1}{900}$ |
| | 由于 $m_{\Delta p}$ | $\frac{1}{1500}$ | $\frac{1}{1500}$ | $\frac{1}{1500}$ | $\frac{1}{1500}$ |
| | 总 | $\frac{1}{1100}$ | $\frac{1}{950}$ | $\frac{1}{730}$ | $\frac{1}{470}$ |

由上表可以估算出在地形起伏怎样的情况下才能够利用СТД-2．求高差以滿足基本測图原則上所規訂的要求。

②当在具备有无綫电測高仪記录的情况下。

此时假定无綫电測高仪測航高的中誤差$m_H=\pm2$米。为了便于作数字上的比較，暫假定航高$H=3000$米，仍做上法分别地分析航高誤差$m_H$，象片基綫誤差$m_b$和左右視差較量測誤差$m_{\Delta p}$

对地形高差确定誤差$m_h$的影响为:

表6

| | 誤差根源 | 起始数据 | 对$m_h$的影响(公式12) |
|---|---|---|---|
| $m_h=$ | 由于航高誤差$m_H$ | $m_H/H=2/3000=1/1500$ | $h\frac{m_H}{H}=\frac{1}{1500}\frac{h}{H}H$ |
| | 由于象片基綫誤差$m_b$ | $m_b=\pm0.2$毫米<br>$b=60$毫米 | $h\frac{m_b}{b}=\frac{1}{300}\frac{h}{H}H$ |
| | 由于左右視差較誤差$m_{\Delta p}$ | $m_{\Delta p}=\pm0.04$毫米 | $H\frac{m_{\Delta p}}{b}=\frac{1}{1500}H$ |

由上表可知$m_H$的影响与$m_{\Delta p}$的影响相等，当$\frac{h}{H}=\frac{1}{5.0}$时$m_b$与$m_{\Delta p}$的影响相等。

兹将在不同地形起伏情况下各因素对$\frac{m_h}{H}$的影响，以及总的影响列表如下:

表7

| h/H | | 1/10 | 1/7.5 | 1/5 | 1/3 |
|---|---|---|---|---|---|
| 相应的$\Delta p$(毫米) | | 6 | 8 | 12 | 20 |
| $\frac{m_h}{H}=$ | 由于 $m_H$ | $\frac{1}{15000}$ | $\frac{1}{11250}$ | $\frac{1}{7500}$ | $\frac{1}{4500}$ |
| | 由于 $m_b$ | $\frac{1}{3000}$ | $\frac{1}{2250}$ | $\frac{1}{1500}$ | $\frac{1}{900}$ |
| | 由于 $m_{\Delta p}$ | $\frac{1}{1500}$ | $\frac{1}{1500}$ | $\frac{1}{1500}$ | $\frac{1}{1500}$ |
| | 总 | $\frac{1}{1300}$ | $\frac{1}{1250}$ | $\frac{1}{1040}$ | $\frac{1}{760}$ |

比較表7和表5可知利用无綫电測高仪的記录是会提高СТД-2应用的精度的。

## (四)归算无綫电測高仪記录时同心圓網的$\delta p_b$和$\delta p_f$改正問題

利用同心圓网在СМ—4上进行无綫电波反射的最近点与象主点間左右視差較的观測时，当所用同园心圓的設計数据f和b与实际摄影时的相应数据f′和b′不符时就需要在观测的左右視差較中加以改正数，这两項改正数公式在 Кожевникоb，Крашенинников，Кадикоb 三人合著的„фотограмметриа”书中，在герцеНова，Очеретько合著的“Пособие по фотограм метрическим работам”书中以及苏联中央測繪科学研究所专刊第129期中都有刊載，但是結果不尽相同，现在簡单按以下的思路加以推导。

同心圓网左方的网片是一組同心圓，与b和f值无关，右方的网片是一組偏心圓，偏心圓的半径都相应地与左方同心圓的半径相等。b和f的因素仅只是反映在右方偏心圓每个圓的偏心值$\Delta p$上，而这些偏心值是按下式計算的:

$$\left.\begin{aligned}\Delta p&=\frac{1-\cos\beta}{\cos\beta}b\\ \cos\beta&=\frac{f}{\sqrt{r^2+f^2}}\end{aligned}\right\}\quad\cdots\cdots\cdots\cdots(13)$$

現在假想在CM—4上已經把立体印象中的圓球网与地面上的最近点相切，这时候假設同心圓网板的設計数据，f正好与摄影的焦距f相符，并且最近点的相应b值（考慮到圓球的影响）也与設計的数据相符則无須加入相应的改正值，此时，由于b和f的影响反映在右方偏心圓板上的不外是半径为零的那个点的偏心为式(13)所代表的偏心值$\triangle p$而已，現在假設在具体观測的情况下相应的数值为$f'$和$b'$而非設計值f和b，則相应的偏心值应为$\triangle p'$值而非前此的$\triangle p$值。$\triangle p'$应为：

$$\left.\begin{aligned}\triangle p'&=\frac{1-\cos\beta'}{\cos\beta'}b'\\ \cos\beta'&=\frac{f'}{\sqrt{\gamma^2+f'^2}}\end{aligned}\right\}\cdots\cdots(14)$$

因此在量測最近点和象主点（左象）間实际測得的左右視差較中应加的改正数$\delta_{p_{b\cdot f}}$应为：

$$\delta p_{b\cdot f}=\triangle' p-\triangle p=\frac{1-\cos\beta'}{\cos\beta'}b'-\frac{1-\cos\beta}{\cos\beta}b$$

$$=\left(\frac{b'}{\cos\beta'}-\frac{b}{\cos\beta}\right)-\left(b'-b\right)\cdots\cdots(15)$$

当$b'=b$时：

$$\delta p_f=b\left(\frac{1}{\cos\beta'}-\frac{1}{\cos\beta}\right)=b\left(\frac{\sqrt{r^2+f'^2}}{f'}-\frac{\sqrt{r^2+f^2}}{f}\right)\cdots\cdots(16)$$

当$f'=f$时：

$$\delta p_b=(b'-b)\left(\frac{1}{\cos\beta}-1\right)=(b'-b)\left(\frac{1-\cos\beta}{\cos\beta}\right)\cdots\cdots(17)$$

这时候应該注意的是假如由于$b'$，$f'$和相应的b，f值相差过大，以致所測取的最近点并非真正的最近点时，那就应該多选一些可能認为是最近点的点子进行观測。而当所假定的諸最近点中其最近点和象主点間左右視差較經过$\delta p_{b\cdot f}$的改正后，数值为最小的一个点就是正确的最近点。

## （五）利用同心圓網归算无綫电測高仪記录时在CM－4上改正机件$\triangle d$和$\triangle K$的安置問題

当在利用同心圓网在CM—4上測求最近点与左象主点間的左右視差較以归算无綫电測高的記录时在CM—4上的各改正机件应根据象片的方位元素进行相应的安置。对$\beta$和$\rho_0$的安置沒有什么問題，但对$\triangle d$和$\triangle K$的安置，在对这个問題的两种基本参考文献上(即Кожевников书上和苏联中測所专刊129号上）所刊的公式不相同。当在正方向观測时，在Кожевников书上所刊的是：

$$\triangle d=-\frac{d\cdot b_\Lambda\ \tau_\Lambda}{f\rho}\cdots\cdots(18)$$

而对$\triangle K$的安置沒有提到。而在专刊129号上所列的是：

$$\triangle d=\frac{d}{f}\left(b_Z-\frac{2\cdot b_\Lambda}{\rho}\alpha_{xn}\right)\cdots\cdots(19)$$

$$\triangle K=\frac{b}{f}\omega_n\cdots\cdots(20)$$

推导式（18）的基本思想是假定左方象片是水平的而式（19）（20）的基本思想是考慮到左右两张象片的外方位元素，因此就产生这两个方案中那一个更合理的問題。

現在假設我們所欲求的是相对于象主点的航高H。（如果是求相对于象底点的航高，原理是

一样的）。

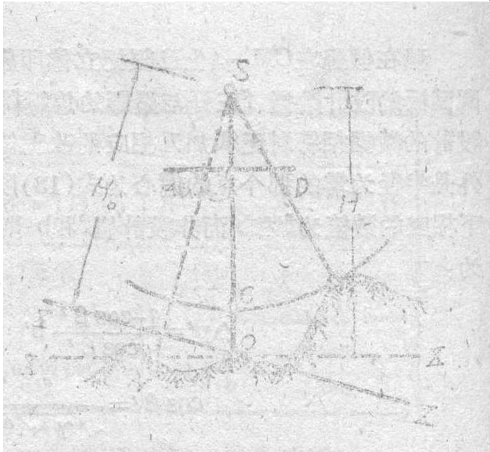

图 1

利用同心圆阙归算无綫电測高記录的原理是建立在首先求出斜距：（图1）

$$H'=SO=SC+CO=D+\triangle D \quad\cdots\cdots\cdots\cdots (21)$$

然后再归算到在豎直方向的航高为：

$$H_0=H'\cos\alpha_{x\lambda} \quad\cdots\cdots\cdots\cdots (22)$$

实际上由于$\alpha_{x\lambda}$很小 所以一般可即近似地取

$$H_0\approx H'$$

当$\alpha_{x\lambda}=1^\circ$时这項近似使得所測算出的航高約过大$\frac{1}{7000}H$，特别是当利用迴轉仪控制摄影时这項誤差将会更小无須顧及。

因此当我們在CM—4上測求$\triangle D$时就应該測求图1上的CO值，也就是当在假定左方象片水平情况下，相应的高差数值，根据CM—4上改正机件的一般安置公式为：

$$\triangle d=-\frac{d_n}{f}b\left(\alpha_{x_n}+\tau_n\right)=\frac{d_n}{f}b\left(b_Z-2b\alpha_{xn}\right) \quad\cdots\cdots\cdots\cdots (23)$$

$$\triangle K=\frac{b}{f}\omega_n+k_n-k_\lambda \quad\cdots\cdots\cdots\cdots (24)$$

此时$b_Z$是取右方摄站高于左方的为正。$K_n-K_\lambda$近似地可取为零，苏联中央測繪科学研究所专刊129号所引用的公式就是直接引用了这两个式子，这样在CM—4上所求的$\triangle D$就不是图1所示的Co而是Co在豎直方向上的投影了。把这样測算出来的$\triangle D$值加到D上严格地講是在不同方向上的相加。当然实际上差别是不大的，不方便的一点是此时为了安置$\triangle d$和$\triangle K$必須要預先知道外方位元素$\alpha_{xn}$，$\omega_n$，$b_Z$等。現在假如認为左方象片是水平的，那么理論上反而要严密一些，并且在此后一情况下可以完全不需要知道两张象片的外方位元素，仅只知道它們間的相对定向元素即足，而这些相对定向元素总是已知的。

当在左方象片为水平的情况下，則$\alpha_{x\lambda}=0$，而式(23)及(24)中的 $\alpha_{xn}=\alpha_{x\lambda}+\triangle\tau=\triangle\tau$

$\omega_n=\varepsilon$

因此在假定$K_n-K_\lambda\approx 0$的情况下，式（23）和（24）相应地改化为：

$$\left.\begin{aligned}\triangle d&=-\frac{d_n}{f}b\left(\triangle\tau+\tau_n\right)\\ \triangle\kappa&=\frac{b}{f}\varepsilon\end{aligned}\right\} \quad\cdots\cdots\cdots\cdots (25)$$

式（25）就是本文的結論，与Кожевников书上和苏联中測所专刊129号上所刊的公式都不相同。

### （六）苏联中央測繪研究所(ЦНИИГАиК)高程加密法中摄影航高的計算公式問題

在利用中測法进行內业高程加密时，当在地形起伏較大的情况下应該使用下式比較严密地計算航高。

$$H_0=\frac{\sum_1^n H'+\sum_1^n B_z-\sum_1^n \text{б}\left(B_Z+h\right)}{n} \quad\cdots\cdots\cdots\cdots (26)$$

所有有关的文献和作业規范中所列的都是与上式相同的式子，但是根据理論上的推导上式

以应为:

$$H_{\circ}=\frac{\sum_{1}^{n}H'-\sum_{1}^{n}б(B_{Z}+h)}{n} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (27)$$

亦即取消了 $\sum_{1}^{n} B_z$ 的一項。其理由如下:

为了說明方便起見，姑且取用 Кожевников 等三人著的摄影测量学书中推論的一些式子。在那本书里有关的公式为:（原版第392頁至395頁）。

$$(239) \cdots\cdots \delta_p=\frac{b^2}{f_K\rho}\alpha_{x\lambda}-\frac{b}{f}\cdot b_z$$

$$(240) \cdots\cdots H'=\frac{bc}{b_{\lambda o}}\cdot M\cdot f_K$$

$$(240a) \cdots\cdots H_n=H'+\beta_z$$

由于式(239)中已加入了 $-\frac{b}{f}b_z$ 項，因此所求得的式(240)中的 $b_{\lambda o}$ 已經归化到相应于一个象片对中右方象片相对于右象底点的相应航高，而在式(240a)中 $\beta_z$ 应已不再需要，亦即:

$H_n=H'$

根据这样的理解再繼續推演下去，就会說明出公式（27）的結論是比較正确的。这項結論如果是正确的話，那么在作业规范中应作相应的更改。