

广义逆平差与工程监测网变形分析

吴子安

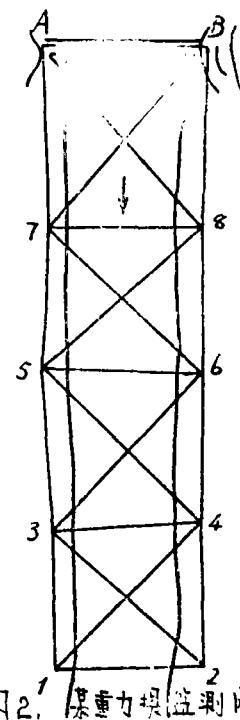
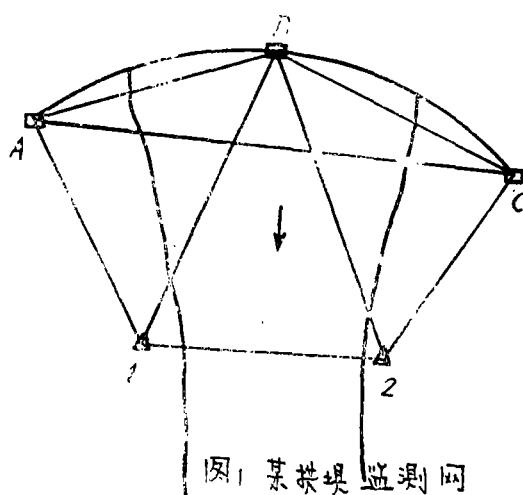
摘要

在工程监测网的变形分析中，关键问题在于寻找一个与监测网实际变形相似的数学模型。文中通过对某大坝变形监测网的实例与模拟数据的计算，认为由于广义逆平差（自由网平差）仅仅是一种数学模型；工程监测网网点变形受各种因素的影响，在一般情况下，这种数学模型并不与实际情况相符合。广义逆平差所求位移量 Δx ，具有 $\Delta x^T \Delta x \Rightarrow \min$ 的性质，对于具有部分网点变动的监测网，这种方法所求得的位移偏小，（特别对于变动大的点），文中算例表明，在某些情况下，其偏小的数值不能忽视，对工程监视来说偏于不安全。在用这种平差方法计算网点位移时必须特别慎重。

一、前言

工程建筑物的变形通常采用机械式仪器设备和大地测量方法来测定。大地测量的主要作用在于测定建筑物附近或较远的周围地区，建筑物基础等处的变形（参见图1、图2）。通常要求大地测量方法能给出“绝对”变形量。由此提出了在变形成果处理中，监测网网点本身稳定性检验的问题。

根据定期的观测成果，分析网点的稳定性并计算其位移量时，目前国内外均开始引用了广义逆平差。为了进一步了



解广义逆平差在处理这类问题上的优缺点，我们对某坝监测网的五个周期观测资料采用不同方法进行了对比分析。在对比分析的基础上，我们又对该网配置模拟数据，进一步对计算方法

进行分析。本文仅仅是这种分析比较的一次阶段总结。进一步的分析探讨现尚在进行之中。

1 变形监测网简介

为了监视大坝变形，在坝顶布设了视准线观测系统。由于大坝为折线形宽缝重力坝，故在坝顶布设了三条视准线。为了监测视准线端点（工作基点）的稳定性，在坝下游选择了五个点，连同五个视准线端点组成了图3所示的变形监测网。图中点1到点5为坝下游三角点，点6一点10为视准线端点。监测网所在的坝区，上游200~300米处有狮子头断层，下游450~500米处有林子坞平移断层，走向北75°~84°西。由于地形的限制，三角点之间高差很大，点5与点6方向，视线倾角达28°，点4到点9与点10方向，有部分视线靠近山坡。

监测网于1969年10月进行了第一次观测，丈量了点1到点3的基线。

采用 wild T₃ 经纬仪以12个测回全圆方向法对全网进行了观测，考虑视线倾斜度较大，故对方向观测值进行了竖轴倾斜改正。此后分别于1970、1971、1972、1980年十月对监测网进行了重复观测，以后的四次观测均未重量基线，且也未施加竖轴倾斜改正。观测均由该坝观测班进行。表1为平差后求得之单位权（12测回平均方向）中误差（ σ_0 ）。

图3 墓碑变形网

表1

观 测 周 期	69	70	71	72	80
σ_0	0.7841	0.7423	1.1318	0.9419	1.8608

二、监测网稳定性分析

对监测网的资料分析包括观测数据的筛选与变形分析两部分，本文主要讨论后一部分。

需要强调指出的是变形分析的关键在于如何计算统计量（包括整体检验和局部检验）。当统计检验得出拒绝或接受原假设时，仅仅在统计量的计算是在与原假设一致的条件下，我们才能认为原假设为伪或真。

在稳定性分析中，我们曾经采用过如下四种模型来计算统计量：

模型A：根据坝区地形，地质情况，认为点1，点2可以视作稳定点，故将它们作为监测网的已知点，采用经典平差方法分别计算各周期中网点的坐标，对各周期相应点的坐标差用置信误差椭圆进行稳定性检验。计算中

$$\left. \begin{array}{l} \text{函数模型为 } 1 + V = AX \\ \text{随机模型为 } D(1) = \sigma_0^2 Q_{11} \end{array} \right\} \quad (1)$$

在条件 $V^T P V \Rightarrow \min$ (2)

下得 $\begin{aligned} \hat{N}\hat{X} - A^T P_1 &= 0 \\ \hat{X} &= N^{-1} A^T P_1 \end{aligned} \quad \left. \right\}$ (3)

当两周期网形，观测精度相同时，位移量可直接由两周期之观测方向差数 Δl 求得为：

$$\Delta X = N^{-1} A^T P \Delta l \quad (4)$$

模型 B：把监测网视作相对网，此时在公式 (1) 与 (2) 下所得之 (3) 中法方程式系数阵 N 为奇异阵，附加条件

$$\hat{X}^T X \Rightarrow \min \quad (5)$$

后可求得最小二乘最小范数解

$$\hat{X} = N^+ A^T P_1 \quad (6)$$

与 (4) 式相应，对于网形，观测精度相同的组合周期，位移量可直接由

$$\Delta X = N^+ A^T P \Delta l \quad (7)$$

求得，上式推证中，采用了条件

$$\Delta X^T \Delta X \Rightarrow \min \quad (8)$$

本文以后称这一平差为亏秩自由网平差。监测网点稳定性判断仍采用置信误差椭圆。

模型 C：通过对可估量的初步分析，认为点 1、点 2 是相对稳定的点。为了分析网点的稳定性，对组合周期的观测值进行联合平差，平差时对点 1，点 2 的坐标参数只引入一次，而其余点则每一周期引入一组坐标参数。平差后可求得相应点的坐标差数，并用相对置信误差椭圆检验网点稳定性。

模型 D：此法与模型 C 基本相同，但选择 1、2、3、4 四个点作为相对稳定点。

模型 C、D 我们称它们为有参考点的亏秩平差，这种平差方法，原理上仍为亏秩自由网平差，它将不同周期观测成果用参考点联系起来进行统一的亏秩自由网平差，平差时两个周期的误差方程可写成

$$\begin{aligned} V_1 &= \left(\begin{array}{c} A_{10} \\ A_{11} \end{array} \right) (x_0, x_{11}) + l_1 \\ V_2 &= \left(\begin{array}{c} A_{20} \\ A_{21} \end{array} \right) (x_0, x_{21}) + l_2 \end{aligned} \quad \left. \right\} \quad (9)$$

式中 x_0 为参考点所相应的坐标，这些点在两周期之间可以认为是稳定的，故在两个周期中它们采用相同坐标未知数。

将两个周期的误差方程联合进行平差计算，计算时，由于在 $V^T P V = \min$ 条件下组成的法方程式系数矩阵仍为奇异方程，故附加范数最小条件，即

$$X_0^T X_0 + X_{11}^T X_{11} + X_{21}^T X_{21} \Rightarrow \min \quad (10)$$

从而求得网点坐标与位移值。

就平差方法而言，方法 B、C、D 之法方程式系数阵均为奇异阵，均为广义逆平差法。

在具体分析中，我们将该网的五个周期观测资料，组合成四个组合周期，也即将 69 年与 70 年两次观测成果组成 69~70 周期，类似地组成 70~71、71~72、72~80 周期。表 2 给出了四种方法对不同组合周期点位稳定性的分析成果（检验中均取 $\alpha = 0.05$ ）。

由表 2 可见：

表2

周期 真 型	69~70				70~71				71~72				72~80			
	A	B	C	D	A	B	C	D	A	B	C	D	A	B	C	D
1	是				是				是				是			
2	否				否				是				否			
3	是	否	是		是	是	是		是	是	否		是	否	是	
4	是	否	是		是	否	是		是	是	否		是	是	是	
5	否	是	否	否	是	否	否	否	否	否	否	是	是	否	是	否
6	否	是	否	否	是	是	是	是	否	是	否	是	是	是	是	是
7	否	是	否	否	是	否	否	否	否	走	否	是	是	是	是	是
8	否	否	否	否	是	是	是	否	是	是	否	是	是	走	是	否
9	否	是	否	否	是	否	是	是	是	是	是	否	是	是	是	是
10	是	否	否	否	是	走	是	是	是	是	否	是	是	是	是	是

1、采用不同的平差方法，在网点稳定性分析上存在较大差异（见模型A与模型B比较）。

2、采用相同的参考点的情况下，但采用不同的平差方法，（模型A与模型C）所分析的点位稳定性在个别周期（71~72）中存在较大差异。

3、采用相同的平差方法，但选择不同的参考点（模型B、C、D）将导致点位稳定性分析的明显差异。

表3给出了四种模型所计算之位移量。由表3可知，模型A（经典平差）所计算的位移量最大。从数值上看，模型A、C、的位移量较接近，由模型A所计算的位移量有时比模型B计算的位移量大了将近八倍。

由于模型A与模型C中都把点1、点2看作稳定点，因而它们所计算之位移值就相接近。

从理论上说，无论是参考点的选择或者是平差方法，它们实质上都是采用什么样的数学模型来模拟网点变形，以计算稳定性分析中所用的统计量。由于所用数学模型与网点实际变形不相符，将在所计算的统计量中带入所选用的数学模型之模型误差。它们导致了对位移量的计算与点位稳定性分析上的较大差异。

表 3

点号	69~70						70~71					
	B			A			C			D		
	Δx (cm)	Δy (cm)										
1	-0.29	0.02	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	0.32	-0.83	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3	-1.01	-0.08	0.14	0.48	0.60	0.41	0	0	0	0	0	0
4	-0.12	0.59	0.47	-0.15	0.37	-0.17	0	0	0	0	0	0
5	0.38	-0.18	2.39	0.48	2.31	0.35	2.30	0.12	0	0	0	0
6	0.30	-0.06	2.68	0.24	2.58	0.09	2.50	-0.24	0	0	0	0
7	0.35	-0.12	2.91	0.23	2.81	0.07	2.75	-0.29	0	0	0	0
8	0.69	0.38	3.18	0.53	3.07	0.38	2.96	0.09	0	0	0	0
9	0.17	0.26	1.90	-1.04	1.74	-1.11	1.24	-1.27	0	0	0	0
10	-0.79	0.02	0.89	-1.27	0.73	-1.33	0.24	-1.48	0	0	0	0

点号	71~72						72~73					
	B			A			C			D		
	Δx (cm)	Δy (cm)										
1	0.34	0.24	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	-0.52	0.19	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3	0.01	0.18	-0.31	-0.91	-0.32	-0.91	0	0	0	0	0	0
4	-0.03	0.00	-1.00	-0.11	-1.00	-0.12	0	0	0	0	0	0
5	0.00	-0.52	-0.64	-2.26	-0.65	-2.26	-0.15	-0.78	5	0.41	-0.75	1.91
6	-0.30	-0.10	-1.37	-1.92	-1.37	-1.96	-0.52	-0.37	6	0.37	-0.07	1.96
7	0.28	-0.23	-0.83	-2.21	-0.83	-2.20	0.03	-0.46	7	0.30	-0.01	2.00
8	-0.34	0.06	-1.56	-1.78	-1.55	-1.78	-0.57	-0.14	8	0.02	-0.37	1.63
9	0.45	0.05	-1.44	-0.62	-1.44	-0.62	0.29	0.10	9	0.07	0.49	0.90
10	0.13	0.12	-1.73	-0.51	-1.72	-0.51	-0.02	0.17	10	-0.20	0.34	0.60

三、数学模型误差的模拟分析

为了进一步分析数学模型对监测网点稳定性分析的影响，我们采用了模拟计算的分析方法。

对图3所示之变形观测网，将该网的实测观测值平差计算后的平差值作为理论观测值(L_t)组成一个理论网。对这些理论观测值配置一套随机误差值(η_1)，作为试验网的首次观测值向量

$$L_0 = L_t + \eta_1 \quad (11)$$

为了问题的探讨，我们设想监测网点在方向与数值上产生不同组合的变动。由此假设了监测网发生变形后的十五种试验方案，每一种试验方案中点位的变动情况，变动数值如表4所示。（以后我们称它们为理论位移值）

显然我们可将试验网网点的变动（理论位移值）看成是观测时的测站与目标偏心，利用测站归心与目标偏心计算公式，对理论观测值(L_t)施加相应的改正数 ΔL ，同时施加另一套随机误差值(η_2)，就可获得网点变动后的虚拟观测值向量。

$$L_i = L_t + \Delta L_i + \eta_2 \quad (12)$$

观测值 L_i 即为试验网的第*i*周期观测值。

由(11)、(12)所计算的试验网网点变动（假设）前后的观测值 L_0 、 L_i 即为我们模拟计算中的原始观测值。

为了对试验网进行稳定性分析，我们仍采用前述的三种平差方法：经典平差，亏秩自由网平差，有参考点的亏秩网平差，但为了模拟网点可能的变形，各种平差方法中在假设网点的不同稳定情况的基础上选择了相应的参考系，我们共选择了七种数学模型来拟合试验网网点的变形，这种模型（见表5）我们称它们为拟合模型。

利用所选择的拟合模型，可以分析与计算试验网网点的稳定性与位移值，将它们与网点的理论值进行比较，便可对模型误差有一更清晰的了解。

上述模拟计算，根据所编的经典平差程序，亏秩自由网平差程序。在T₀-16电子计算机上完成〔3〕〔4〕。

模拟数据计算成果分析

当拟合模型与试验模型相符时或两者仅存在微小差异时，计算成果及其检验结果表明，任一种数学模型均对点位的稳定性作出了正确的判断〔3〕〔4〕。所计算之位移值与理论位移值之差可以控制在观测精度之内（参见表9）。

表6为用亏秩自由网模型计算的15种试验方案的位移值。

比较表4与表6可以看出对试验方案TM1、TM4、TM8，两者差值较小，从试验网理论位移值表4可知，这时的试验方案为网中全部点不变动(TM1)或仅微小变动(TM4)或一部分不变动，一部分仅微小变动(TM8)。这一结果说明亏秩自由网这一数学模型仅适用于网点基本不变的情况。

表 4

表 值 值 移 位 论 理 网 验 试

点号	1		2		3		4		5		6		7		8		9		10		附	
	Δx	Δy	全部点稳定		全部点稳定																	
TM1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	6~10大动	1~4小动
2	0.5	0.4	1.0	0.5	0.5	0.4	0.4	0.5	2.3	2.3	8.5	8.5	8.5	8.5	8.5	8.5	8.5	8.5	8.5	8.5	9, 10大动	5中动
3	-0.5	-0.4	-1.0	-0.5	-0.5	-0.4	-0.4	-0.5	3.5	3.5	-12.0	-13.0	-12.5	-12.0	-12.0	-11.5	-11.5	-11.5	-11.5	-11.5	6~8大动	1~4向左小动
4	0.5	0.4	1.0	0.5	0.5	0.4	0.4	0.5	0.4	0.4	0.8	1.0	0.5	0.5	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	全部小动	全部中动
5	3.0	4.6	4.6	4.6	3.5	3.5	3.5	4.6	3.5	3.5	3.5	3.5	3.5	3.5	5.8	5.8	4.6	4.6	4.6	4.6	全部中动	1~4稳定
6	2.3	3.5	3.5	3.5	3.5	3.5	3.5	3.5	2.3	2.3	2.3	2.3	2.3	2.3	2.3	2.3	2.3	2.3	2.3	2.3	11.5	1~4稳定
7	0	0	0	0	0	0	0	0	11.0	12.0	13.0	12.5	12.0	12.5	12.0	12.0	12.0	12.0	12.0	12.0	5~10大动	1~4稳定

四表實

说明：大动是指任一种平差方法均能发觉的移动，中动是指污染自由网能发觉的移动，小动是指任一种平差方法均不能发觉的移动。

拟合模型

表5

模型编号	平差方法	参考系
J ₁	经典	以1、2点为起始点
J ₂	经典	以2、4点为起始点
J ₃	经典	以4、5点为起始点
k ₁	亏秩自由网	网点全部点的近似坐标重心坐标系
c ₁	有参考点亏秩网	以1、2、3、4点为参考点
c ₂	有参考点亏秩网	以1、2、3、4、5点为参考点
c ₃	有参考点亏秩网	以1、2、9、10点为参考点

亏值平差所求位移值

表6

模 型 号	点 号										
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
TM 1	Δx	-0.6	0	-0.9	0.1	0.3	0.3	0.8	0.8	0	-0.8
	Δy	-0.2	-0.9	-0.4	0.8	0.1	0.1	-0.2	-0.3	0.3	0.7
TM 2	Δx	-4.1	0.4	-3.9	-6.2	-2.0	4.6	5.9	4.9	0.8	-0.3
	Δy	-0.9	-1.9	-5.0	0.9	-5.5	0.4	-0.7	0	6.1	6.6
TM 3	Δx	4.5	5.3	5.0	5.0	4.5	-3.9	-4.2	-3.9	-6.0	-6.3
	Δy	-0.8	0	-0.9	-0.7	1.8	7.4	7.0	6.8	-10.5	-10.1
TM 4	Δx	-0.9	-0.3	-0.5	-0.2	0.1	0.4	1.2	0.6	0.2	-0.6
	Δy	-0.1	-1.1	-0.4	0.8	0	0	-0.6	-0.3	0.7	1.1
TM 5	Δx	-2.3	-0.3	-0.6	0.1	-0.2	1.0	0.5	0.5	1.6	-0.4
	Δy	-1.0	-0.1	0.2	0.9	-0.4	-0.6	-0.9	-1.0	1.2	1.7
TM 6	Δx	-4.3	0.8	-5.2	-6.6	4.6	3.4	4.6	3.6	0.1	-1.0
	Δy	-1.8	-3.1	-6.3	0.4	-0.7	-0.3	-1.3	-0.5	6.6	7.1
TM 7	Δx	-2.4	-0.4	-2.5	-2.7	1.8	2.2	1.6	1.4	1.5	-0.4
	Δy	-0.7	-1.2	-2.2	0.4	-0.5	-0.7	-1.3	-1.2	3.4	3.9
TM 8	Δx	-1.0	-0.1	-1.2	-0.4	0.4	0.6	1.4	0.8	0.2	-0.6
	Δy	-0.3	-1.0	-0.7	0.7	0	-0.1	-0.6	-0.4	0.9	1.4

续表 6

TM 9	Δx	-5.6	-1.2	-1.2	-2.9	-2.6	4.1	5.4	4.4	0.3	-0.8
	Δy	-2.0	-2.6	-2.4	3.0	-5.8	0	-1.0	-0.4	5.3	5.8
TM 10	Δx	-5.4	-4.1	3.6	4.1	6.3	-0.4	-1.0	-1.1	-0.1	-2.0
	Δy	-3.6	-4.3	2.7	5.5	3.7	-2.0	-2.5	-2.4	1.2	1.7
TM 11	Δx	-3.8	-2.3	0.9	0.8	0.9	1.5	1.0	0.8	1.0	-0.9
	Δy	-1.7	-2.0	0.7	2.7	-0.8	-1.0	-1.6	-1.5	2.3	2.8
TM 12	Δx	-4.1	-2.2	-2.1	-4.7	0.2	-0.3	0.6	0	7.0	5.7
	Δy	0.8	2.4	-0.7	0.4	-2.1	-3.4	-4.1	-4.1	5.1	5.6
TM 13	Δx	-0.6	2.8	-3.0	-1.5	-4.5	5.9	6.9	6.5	-5.9	-6.5
	Δy	-1.7	-4.6	-4.6	1.2	-5.2	4.1	3.4	4.1	1.4	1.9
TM 14	Δx	-0.7	0.9	-1.5	-0.6	-1.2	-1.7	-1.4	11.1	-2.1	-2.8
	Δy	-0.6	-1.9	-1.7	1.0	-1.7	-1.5	-1.9	6.8	0.5	1.0
TM 15	Δx	-4.1	0.6	-4.3	-6.3	-4.6	5.3	6.7	5.6	1.1	0
	Δy	-0.7	-1.2	-4.9	-0.9	-7.5	0.6	-0.5	0.2	6.3	6.8

比较表4与表6中其余方案还可以看出,当网中部分点存在较大位移时,由于亏秩自由网这一数学模型采用了点位变动是随机的这一假设,所以将变动与不变动点在位移上进行平差,因而使变动点所求之实际位移值偏小。

为了进一步分析亏秩自由网平差可能适用的场合，我们另外设计了三种试验方案：TM16是全部点大动；TM17为除点1稳定外，点4、点5大动，其余点中动；TM18方案中则所有点均中动；这三个方案共同之处是理论位移量均具有 $\Sigma \Delta x \approx 0$ ， $\Sigma \Delta y = 0$ 的特点（参见表7）。

理 论 位 移 值

表 7

点号 位移值	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
	TM 16	Δx	6.0	-9.2	9.2	-9.2	-11.0	12.0	13.0	-12.5	-12.0
TM 17	Δy	4.6	7.0	-7.0	-7.0	8.0	-8.5	8.5	-8.5	8.5	-8.5
TM 18	Δx	-3.0	4.6	-4.6	4.6	-3.5	-4.6	3.5	3.5	5.8	-4.6
	Δy	2.3	3.5	-3.5	-3.5	2.3	-2.3	2.3	-2.3	4.6	-4.6

方案 TM16、TM17、TM18 用亏秩自由网平差所求得的位移值载于表 8。

亏值平差所求位移值

表 8

点号		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
TM 16	Δx	8.1	-6.1	8.6	-6.2	-12.5	10.1	11.2	-13.9	-11.1	11.7
	Δy	3.4	2.6	-8.8	-5.4	7.5	-7.8	8.9	-7.8	12.1	-4.6
TM 17	Δx	1.3	-2.3	3.4	-6.9	9.2	-6.8	1.4	1.7	-5.4	4.3
	Δy	-1.2	-7.7	-5.2	9.5	7.6	-1.7	-1.9	3.0	-1.3	-1.0
TM 18	Δx	-3.9	4.4	-5.6	4.5	-3.3	-4.4	4.2	4.2	5.6	-5.6
	Δy	2.2	2.8	-3.7	-2.6	2.6	-2.1	2.2	-2.5	4.9	-3.9

由表 7 与表 8 比较可见, TM18 之差值较小, 由此可见, 对于各网点随机变动且变动量之绝对值较接近时, 用亏秩自由网这一数学模型来进行稳定性分析时也可取得较满意的成果。

综合上述分析成果, 可知: 亏秩自由网平差仅适用于监测网点的变动是随机的情况, 对于网点点位变动差异较大时, 利用这一数学模型来处理观测成果将带有较大的模型误差。

四、不同数学模型对稳定性分析的灵敏度

由表 3 可见, 模型 A (经典平差) 所计算的位移量在四种模型中是最大的, 但它在分析稳定性时却偏向于点位没有移动 (在组合周期 70~71, 72~80 中更为突出)。为了对不同数学模型判断点位稳定性的灵敏度进行比较, 我们计算了七种数学模型的椭圆长、短半轴系数 (均方差估值 S 均为 0.3419), 计算所得数值援引于表 9。

由表 9 可知: 亏秩自由网平差与有参考点的亏秩网平差, 由于采用了内精度, 因而误差椭圆半轴比经典平差要小。它们判断点位稳定性的灵敏度较高。经典平差中, 点位离起始点愈远则判断稳定性的灵敏度愈低。

表 10 给出了用亏值自由网对部分试验模型点位稳定性分析成果, 比较表 7 与表 10 可以看出, 当网点实际变动值具有 $\Sigma \Delta x = 0$, $\Sigma \Delta y \approx 0$ 时, 亏秩自由网平差虽则在所计算之位移值数值上可能有较大差异 (参见表 7、表 8), 但在对网点稳定性分析上则给出了令人满意的成果。

表9

拟合模型	椭圆半轴名	点号										说明	
		半轴					轴值						
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10		
经典平差	J ₁ 长轴			0.104	0.121	0.194	0.223	0.245	0.235	0.225			
	J ₁ 短轴			0.056	0.106	0.129	0.156	0.163	0.163	0.169	0.165		
平差自由	J ₂ 长轴	0.106		0.083		0.165	0.178	0.199	0.184	0.158	0.142		
	J ₂ 短轴	0.075		0.073		0.120	0.132	0.143	0.133	0.088	0.082		
有参考点平差	J ₃ 长轴						0.085	0.091	0.085	0.084	0.071		
	J ₃ 短轴						0.023	0.030	0.031	0.060	0.055		
亏秩网平差	K ₁ 长轴	0.053	0.064	0.076	0.053	0.051	0.062	0.069	0.061	0.062	0.054		
	K ₁ 短轴	0.049	0.037	0.058	0.033	0.032	0.031	0.034	0.033	0.049	0.045		
亏秩网平差	C ₁ 长轴	0.041	0.053	0.058	0.038	0.090	0.096	0.111	0.099	0.097	0.085		
	C ₁ 短轴	0.038	0.032	0.044	0.021	0.054	0.067	0.067	0.066	0.050	0.046		
亏秩网平差	C ₂ 长轴	0.041	0.051	0.057	0.038	0.038	0.066	0.075	0.066	0.066	0.057		
	C ₂ 短轴	0.038	0.031	0.043	0.021	0.020	0.024	0.028	0.028	0.049	0.045		
亏秩网平差	C ₃ 长轴	0.040	0.054	0.072	0.054	0.058	0.070	0.070	0.068	0.047	0.040		
	C ₃ 短轴	0.036	0.031	0.049	0.030	0.046	0.047	0.058	0.048	0.036	0.033		

用亏秩自由网平差分析网点稳定性

表10

点号 物理位置 序号	点号									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
TM 16	否	否	否	否	否	否	否	否	否	否
TM 17	是	否	否	否	否	否	否	否	否	否
TM 18	否	否	否	否	否	否	否	否	否	否

五、結論与建議

1、在大坝变形监测网的稳定性分析中，由于时间与空间的变化，使得不同周期的观测资料没有统一的参考系可作计算基础。为了计算稳定性分析时的统计量，人们只能选择某种数学模型作为计算基础。所选数学模型与实际情况不符合时，将使统计量的计算伴随有模型误差，这一误差将影响稳定性分析成果的可靠性。所以在进行监测网稳定性分析时，首要的一步是要设法判断是否存在相对稳定的参考点。

2、在初步判断监测网中是否存在相对稳定点时，由于广义逆平差能解决秩亏问题，加之具有较高的内精度，因而在判断网点稳定性时是一种有用的数学工具。但在应用亏秩自由网平差时，由于其平差结果具有 $\sum \Delta x = 0$, $\sum \Delta y = 0$ ，所以它仅适用于监测网网点均无变动，或网点具有绝对值接近的随机变动（位移值满足 $\sum \Delta x_0 \approx 0$, $\sum \Delta y_0 \approx 0$ ）的情况。由于初步分析时，不能了解监视网的网点变动是否与亏秩自由网平差这一数学模型的要求相符合，所以利用这一数学模型所得的结果将受到模型误差的影响，因而必须采用不同的方法进行检验比较。

3、亏秩自由网平差（模型 B）所计算的位移量 Δx_B ，在网中可能的各种位移组合中，具有 $\Delta x_B^T \Delta x_B \Rightarrow \min$ 的性质，因而从整体来说，当网点中存在部分点变动时，由它所计算之位移量偏小（特别是变动大的点）。从工程监视这一角度来说，是不安全的。在实际应用中，当直接用模型 B 计算位移量时，对这一点应慎重考虑。

4、当初步分析确定了若干稳定点后，采用经典平差方法计算之位移量，包含有较大的累积误差。此时，带参考点的亏秩自由网平差（模型 C、D）对于网点稳定性的进一步分析，是一种值得研究的方法。

对上述建议的实际应用现正在进行之中。

本文计算得到孙桂芳讲师的大力协助，陶本藻付教授在本文书写中曾提出了宝贵意见，在此致谢。

参考文献

- [1] Chrzanowski, A. With contributions by members of the FIG "ad hoc" committee 1981. A comparison of Different Approaches into the Analysis of Deformation Measurements. FIG—16th International Congress, Paper No. 602.3 Montrenx, August 9—18.
- [2] 陶木藻：论自由网平差 《测量与地球物理集刊》 4 号科学院测地所，1982
- [3] 高奇峰等四人：广义逆平差与工程监视网稳定性分析，武汉测绘学院工测系 790 级 06 号毕业设计，1983. 7
- [4] 甘孝君等四人：拟稳平差，带参考点的广义逆平差与工程监视网的稳定性，武汉测绘学院工测系 790 级 05 号毕业设计，1983. 7

Generalized Inverse Adjustment and Deformation Analysis of Monitoring Nets

Wu Zian

Abstract

In analysing the deformations of Engineering monitoring nets, the most important thing is to find a mathematical model which is similar to the true deformations. In this paper, through calculating a monitoring net of large dam, the author indicates that generalized inverse adjustment (free net adjustment) is only one of the many mathematical models. Since the deformations are affected by different factors, generally speaking, the selected model can not be perfectly similar to the true one. The deformations Δx calculated in the generalized inverse adjustment have $\Delta x^T \Delta x \Rightarrow \min$ property. For a monitoring net with some moved points, Δx calculated are smaller than the true value. The result calculated in this paper indicates that in some cases the differences are not negligible and hence it is not safe for monitoring engineering projects. we should be very cautious in calculating the deformations of the points of monitoring nets.