

G171人卫激光测距仪跟踪随动系统的分析

雷玉堂

摘要

本文从理论上推算和分析了 G171 人卫激光测距仪的跟踪随动系统的运动微分方程、传递函数和频率特性，并分析了系统的线性及死区。通过分析指出，系统的动态品质指标的理论值与实测值符合得比较好，系统的稳定性与快速性也比较好。

一、前言

G171 人卫激光测距仪的跟踪随动系统主要是电动跟踪调速系统，其原理方框图如图 1 所示。这是一个可控硅—直流电机自动调速系统，是一个带速度负反馈的闭环系统。本文从理论上推算和分析了该系统的运动微分方程、传递函数、频率特性以及系统的线性和死区，提出对系统的评价。

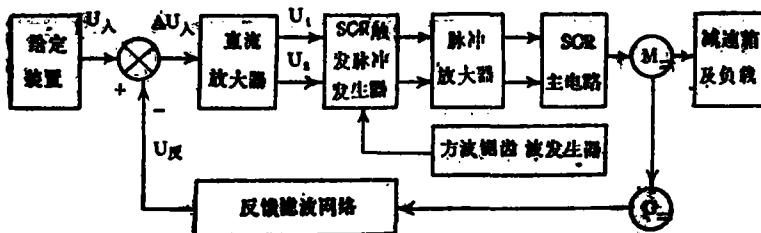


图 1

二、系统的运动微分方程式

1. 直流电机的运动微分方程式

一般，直流电机可看成 RLE 串联电路，如图 2 所示。图中， $U_D(t)$ 为电枢电压； $i_D(t)$ 为电枢电流； R_s 为电枢电阻； L_s 为电枢电感，是一个电磁惯性元件； $E(t) = C_e n(t)$ 是反电动势，相当于一个电容性元件，它所反映的是电机转速不能突变（ $n(t)$ 就是电机转速， C_e 是电量与机械量之间的转换系数）。

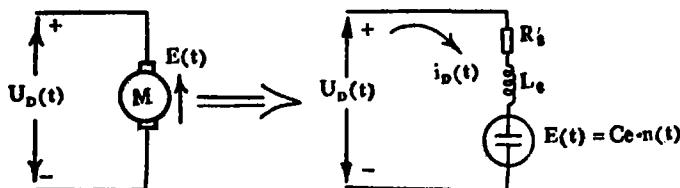


图 2

由图2，我们可列出下列微分方程式：

$$L_s \frac{di_D(t)}{dt} + R_s i_D(t) + C_e n(t) = U_D(t) \quad (1)$$

由直流电机的参量关系知，电机的角加速度与电磁转矩M(t)有如下关系：

$$M(t) = J \frac{d\Omega(t)}{dt} \quad (2)$$

式中J为电机轴上惯性转矩（公斤·米·秒²），它与飞轮力矩GD²（G、D分别表示电机转子的重量和环动直径）的关系为

$$J = \frac{GD^2}{4g} = \frac{GD^2}{4 \times 9.8} = \frac{GD^2}{39.2} \text{ (公斤·米·秒}^2\text{)} \quad (3)$$

$\Omega(t)$ 为角速度，它与电机转速n(t)的关系为

$$\Omega(t) = \frac{2\pi \cdot n(t)}{60} = \frac{\pi}{30} n(t) \text{ (1/秒)} \quad (4)$$

将(3)、(4)式代入(2)式得

$$M(t) = \frac{GD^2}{39.2} \cdot \frac{\pi}{30} \frac{dn(t)}{dt} = \frac{GD^2}{375} \cdot \frac{dn(t)}{dt} \quad (5)$$

由直流电机的参量关系还知， $M(t) = C_m i_D(t)$ （其中C_m也是电量与机械量之间的转换系数），将它代入(5)式可得

$$i_D(t) = \frac{GD^2}{375C_m} \cdot \frac{dn(t)}{dt} \quad (6)$$

将(6)式代入(1)式得

$$L_s \frac{GD^2}{375C_mC_e} \frac{d^2n(t)}{dt^2} + R_s \frac{GD^2}{375C_mC_e} \frac{dn(t)}{dt} + n(t) = \frac{U_D(t)}{C_e} \quad (7)$$

令

$$T_M = R_s \frac{GD^2}{375C_mC_e} \quad \text{称为机电时间常数}$$

$$T_s = \frac{L_s}{R_s} \quad \text{称为电磁时间常数}$$

因此(7)式可改写为

$$T_M T_s \frac{d^2n(t)}{dt^2} + T_M \frac{dn(t)}{dt} + n(t) = \frac{U_D(t)}{C_e} \quad (8)$$

此即直流电机的二阶微分方程，它的规律与RLC电路接入直流电源的情况类似（这里反映的是机械运动形式），可用求解微分方程的方法来分析它的过渡过程。

由(8)式，当 $U_D(t) = 0$ 时，得到的方程就是齐次方程，其特征方程就是齐次方程的算子形式，即 $JP^2 + FP + K_1 = 0$ ，则特征方程的根是 $P_{1,2} = -\frac{1}{2J} (-F \pm \sqrt{F^2 - 4JK_1})$ 。

因此，解(8)式得其特征根为

$$P_{1,2} = \frac{1}{2T_M T_s} \left(-T_M \pm \sqrt{T_M^2 - 4T_M T_s} \right) = -\frac{1}{2T_s} \pm \frac{1}{2T_s} \sqrt{1 - \frac{4T_s}{T_M}} \quad (9)$$

由(9)式可看出,若 $T_M > 4T_s$ 时,特征根为实数,其过渡过程为单调的;若 $T_M < 4T_s$ 时,特征根为复数,则其过渡过程是衰减振荡的。所以一般直流电机的 $T_M \gg T_s$ 。

2. 系统的运动微分方程式

图1的方框原理图可化为图3的一种结构图形式

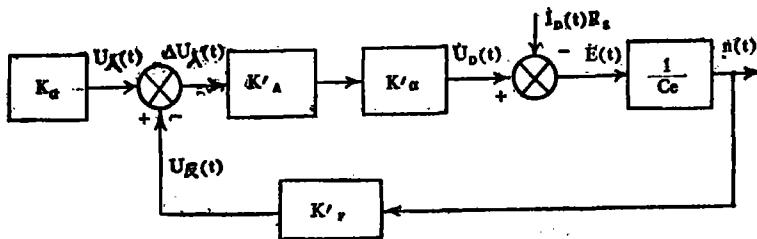


图 3

由图3可得出下列关系式

$$n(t) = \frac{1}{C_e} E(t) = \frac{1}{C_e} (U_D(t) - I_D(t) R_s) \quad (10)$$

$$\begin{aligned} U_D(t) &= K'_A \cdot K'_a \Delta U_\lambda(t) = K'_A K'_a (U_\lambda(t) - U_{\text{反}}(t)) \\ &= K'_A K'_a (U_\lambda(t) - K'_F n(t)) \end{aligned} \quad (11)$$

将(11)式代入(8)式得

$$T_M T_s \frac{d^2 n(t)}{dt^2} + T_M \frac{dn(t)}{dt} + n(t) = \frac{1}{C_e} \left[K'_A K'_a (U_\lambda(t) - K'_F n(t)) \right]$$

经移项整理得出系统的运动微分方程式为

$$\frac{T_M T_s}{1+K} \cdot \frac{d^2 n(t)}{dt^2} + \frac{T_M}{1+K} \cdot \frac{dn(t)}{dt} + n(t) = \frac{\frac{1}{C_e} K'_A K'_a}{1+K} U_\lambda(t) \quad (12)$$

式中, $K = \frac{1}{C_e} K'_A K'_a K'_F$, 此即系统的开环放大倍数。解(12)式得出特征根为

$$P_{1,2} = -\frac{1}{2T_s} \pm \frac{1}{2T_s} \sqrt{1 - \frac{4T_s}{T_M}} \quad (13)$$

比较(13)式与(9)式可看出:闭环系统的电机的机电时间常数 T_M 减小了 $(1+K)$ 倍,因而使 $\frac{T_M}{1+K} < 4T_s$ 的可能性增加了,即闭环后系统容易产生振荡。显然, K 值越大,振荡就越容易。因此,要适当选择 K 值。

将(11)式代入(10)式还可得到如下的系统关系式

$$n(t) = \frac{K'_A K'_a}{C_e} U_\lambda(t) - \frac{K'_A K'_a}{C_e} U_{\text{反}}(t) - \frac{R_s}{C_e} I_D(t) \quad (14)$$

(14)式右端第一项表示输入给定电压 $U_\lambda(t)$ 对转速 $n(t)$ 的影响,此项构成给定分量;第二项是反馈电压 $U_{\text{反}}(t)$ 对转速的影响,此项构成反馈分量,它表示反馈控制作用,项前负

号表示负反馈；第三项是压降对转速的影响，它构成扰动分量。

(14) 式经整理可得下式

$$n(t) = \frac{\frac{1}{C_e} K'_A K'_a}{1+K} U_A(t) - \frac{\frac{1}{C_e} R_s}{1+K} I_D(t) \quad (15)$$

从(15)式可看出，右端第一项是在输入给定电压 $U_A(t)$ 情况下的空载转速；第二项为闭环之后的速降。开环时速降为 $\frac{1}{C_e} R_s I_D(t)$ ，闭环后减小了 $(1+K)$ 倍。所以在引入反馈系统并适当选择 K 值后，可以改善系统的输出特性，并满足调速精度等要求。

三、系统的传递函数

大家知道，用传递函数和结构图可以不解微分方程而得出系统输出量的运动规律。

传递函数的定义是在初始条件为零时，输出量的拉氏变换与输入量的拉氏变换之比。如电枢控制的直流电机的负载可略去不计时，其运动微分方程式(8)式在初始条件为零，两边取拉氏变换后得

$$(T_M T_S S^2 + T_M S + 1) n(S) = \frac{1}{C_e} U_D(S)$$

即

$$(T_M S + 1) (T_S S + 1) n(S) = \frac{1}{C_e} U_D(S)$$

由于 $T_S \ll T_M$ ，故可得下式

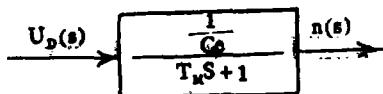
$$(T_M S + 1) n(S) = \frac{1}{C_e} U_D(S) \quad (16)$$

式中， $n(S)$ —— $n(t)$ 的拉氏变换式； $U_D(S)$ —— $U_D(t)$ 的拉氏变换式。

由此得出直流电机的传递函数为

$$W_G(S) = \frac{n(S)}{U_D(S)} = \frac{\frac{1}{C_e}}{T_M S + 1} \quad (17)$$

其结构图为



同理，我们可根据系统的具体电路推算出各部分（环节）的传递函数，然后按系统中信号传递的顺序，把反应信号变换过程的传递函数方块联结起来便构成整个系统的结构图。据此得出仪器方位调速系统的结构图如图4所示。

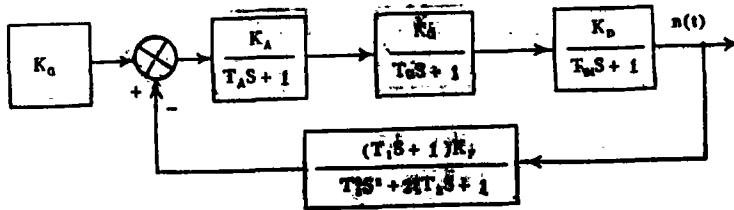


图4

根据各部分电路元件数值具体推算出各参数值如下：

$$K_G = \frac{1}{8}, \quad K_A = 11, \quad K_a = 6, \quad K_D = \frac{1}{C_e} = 4, \quad K_F = \frac{1}{24},$$

$$T_A = 0.009, \quad T_a = 0.01, \quad T_M = 1.23, \quad T_1 = 0.01,$$

$$T_2 = 0.0007, \quad \zeta = 0.1.$$

将各参数值代入图4，可得出方位系统的开环传递函数为：

$$W_{\text{方}}(S) = \frac{11}{0.009S+1} \cdot \frac{6}{0.01S+1} \cdot \frac{4}{1.23S+1} \cdot \frac{0.01S+1}{24[(0.0007)^2S^2 + 2 \times 0.1 \times 0.0007S + 1]} \quad (18)$$

因此，系统是由三个惯性环节，一个一阶微分环节，一个振荡环节和几个比例或放大环节组成的。由于系统频带都是有一定时间量级的，在稳定的情况下，一般均大于0.01S。由(18)式可见，除了电机的传递函数的时间常数较大外，其余各环节时间常数均未大于0.01S。这些时间常数也只影响高频段，对低频和中频段影响极微，因此可予以舍去。这样系统的开环传递函数可简化为一个比例环节和一个惯性环节的形式，即

$$W_{\text{方}}(S) = \frac{11}{1.23S+1} \quad (19)$$

简化后的结构图如图5所示。

由图5，可得出系统的闭环传递函数为

$$\Phi_{\text{方}}(S) = \frac{22}{0.11S+1} \quad (20)$$

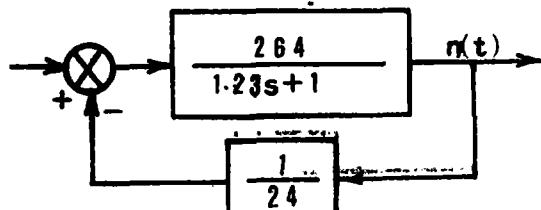


图5

同理，可推算出俯仰（或高低）调速系统的开、闭环传递函数为

$$W_{\text{高}}(S) = \frac{11}{0.4S+1} \quad (21)$$

$$\Phi_{\text{高}}(S) = \frac{22}{0.038S+1} \quad (22)$$

由系统的结构图与传递函数可见，方位与俯仰系统中都没有积分环节，因此属于有静差系统。另外，系统的放大倍数不高，所以系统非常稳定；但带来的问题是稳态精度不高，因此要根据仪器的要求选择。

四、系统的频率特性

传递函数是运动微分方程的一种数学变换形式，没有物理意义。而频率特性则有明显的物理意义，它表示系统或元件对于正弦输入信号的稳态反应。下面以方位系统为例，通过理论计算求出系统的频率特性。为了作图方便，一般工程上实用对数频率特性法。

由于频率特性 $W(j\omega)$ 可以由传递函数 $W(S)$ 换为 $j\omega$ 直接得到，因此很容易地得出方位系统的频率特性为

$$W_{\text{方}}(j\omega) = \frac{11}{1.23j\omega + 1} \quad (23)$$

为了察看系统特性的高频段，从（18）式中再保留部分较大的时间常数，故

$$W_{\text{方}}(j\omega) = \frac{11}{(0.01j\omega + 1)(1.23j\omega + 1)} \quad (24)$$

根据（24）式，作出方位系统的开环对数频率特性如图 6 所示（这里只划出了幅频特性）。为了分析方便，一般把开环对数幅频特性曲线分为低频段、中频段和高频段。下面分析一下这条曲线：

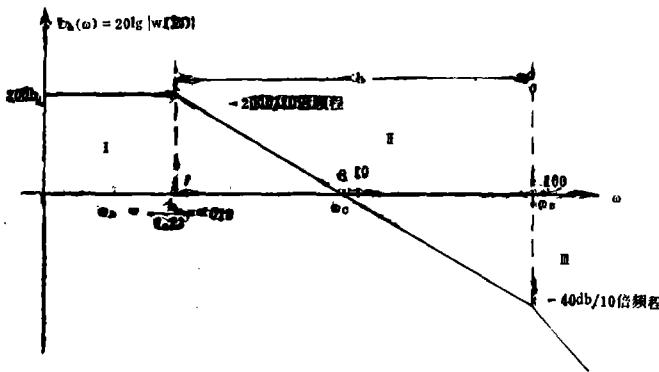


图 6

1、低频段（区域 I）：低频段的“高度”由开环放大倍数 K 来决定。在低频段，开环对数幅频特性可写成

$$L_m(\omega) = 20 \lg \frac{K}{\omega^v} = 20 \lg K - 20v \lg \omega \quad (25)$$

式中 v 表示无差度，即表示系统中包含积分环节的个数。由公式（25）可知，开环放大倍数 K 越大，低频段越高。这里 $v = 0$ ，系统是零价无差系统，即有静差系统，因此（25）式变为

$$L_m(\omega) = 20 \lg K \quad (26)$$

因而低频段曲线的斜率等于零，曲线平行于频率轴。在低频段，一般 $L_m(\omega)$ 都比较大，即 $W(j\omega) >> 1$ ，因而开环频率特性低频段的形状几乎不影响闭环频率特性的形状，所以 $L_m(\omega)$ 低频段的形状对于系统的动态特性没有重大影响。

在这个区间内，幅度是通过电路可以调正的。一般，系统放大倍数 K 越大，稳态误差越小。但 K 太大使系统变得更加复杂， K 小一些，系统稳定，抗干扰也较强，而且具体电路简

单些，维修也方便些。因此，在精度许可的范围内，调正开环放大倍数为11，使系统非常稳定。

2、中频段（区域Ⅱ）：中频段是包括幅度为1（即零分贝）的交接频率附近的频段。这里交接频率 $\omega_c = 8$ ，近似为系统的通频带。一般，这个频段两端的增益幅度以不大于 $\pm 20\text{db}$ 为好，为了线路简单，这里稍超过了一点点，但中频段是以 $-20\text{db}/10$ 倍频程斜线通过零分贝线的，所以系统具有较好的动态品质。

由图6知， $h = 125$ ，根据[2]中公式

$$\sigma = 0.16 + 0.4(M_p - 1), \quad M_p = \frac{h+1}{h-1} \quad (27)$$

$$t_s = \frac{k\pi}{\omega_c}, \quad k = 2 + 1.5(M_p - 1) + 2.5(M_p - 1)^2 \quad (28)$$

式中 M_p 称为振荡指标，它表征系统的稳定程度，即振荡激烈的程度。因为 M_p 越大，超调量 σ 越大，一般要求 $M_p < 1.5$ ，这里 M_p 为 1.02，因而由(27)和(28)式得到超调量 $\sigma = 17\%$ ，过渡过程时间 $t_s = 0.8$ 秒。这个计算的结果与实际测得的动态品质指标（从[3]中知，实际测出方位系统的 $\sigma = 17\%$ ， $t_s = 1$ 秒）是符合得比较好的，因而系统也不需要附加校正装置。

系统的稳定程度还可用相稳定储量 γ 表示。一般 γ 可由下列近似公式算出，即

$$\sin \gamma = \frac{1}{M_p} \quad (29)$$

由此得 $\gamma = \arcsin \frac{1}{M_p}$ ，即 $\gamma = 78^\circ$ ，说明系统的稳定储备量比较大，所以系统非常稳定可靠。

3、高频段（区域Ⅲ）：在高频段， $W(j\omega) \ll 1$ ，因而闭环频率特性的形状近似于开环频率特性的形状。但是，由于开环频率特性高频段形状主要取决于时间常数很小的各环节，因而它的形状只影响过渡过程的开始阶段，对于超调量和过渡过程时间等品质指标没有什么影响。在这里，只在 ω_p 处引入一个相位滞后，它减低高频噪音，并有利于克服高频机械谐振。

五、系统的线性及死区

1. 系统的线性

调速系统的线性主要是看输入信号与输出转速的关系。由于测速机电压反映了转速的大小，因此可以测量测速机电压与输入电压的关系。显然，它们之间的线性关系越好，系统的质量就越高。实际测得输入信号与输出转速的关系如图7所示。由图7可见，曲线分成三部分：

①曲线上端斜率略有下降部分称为饱和部分，这部分实际是系统用不到的部分；

②曲线下端略有弯曲的部分称为起始部分，这

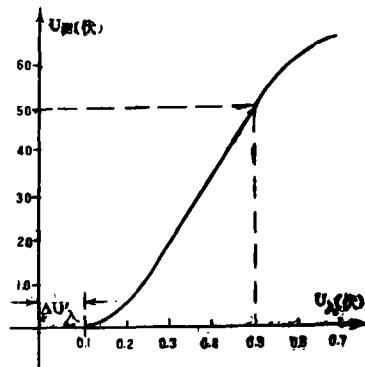


图 7

部分越小越好，因为是系统要用到的，图中这部分范围还是比较小的：

③曲线中端的线性部分，这里曲线在 $2.0v \leq U_{测} \leq 50^v$ 范围内是条直线，这是我们通常所使用的范围。

由此看出，系统的线性是比较好的。

2. 系统的死区

所谓死区即仪器动作所需要的最小输入信号。如图 8 中的 ΔU_1 。系统的死区主要由各部件死区、齿隙、摩擦力矩等决定。一般，死区越小，仪器特性越好。但死区不能太小，因为死区太小的话，系统的抗干扰性能就会变差。这里死区 $\Delta U_1 = 0.10^v$ ，实践证明还是比较合适的。

六、结束语

由上分析看出，G171 人卫激光测距仪的跟踪随动系统的稳定储备量大，因此稳定性非常好。由于其动态品质指标均符合要求，系统的快速性等也比较好。另外，系统的线性和死区也符合要求。目前，仪器的跟踪随动系统还只是半自动的，但在此基础上加上数模转换等装置即可变成程序自动跟踪。

参考文献

- [1] L.J. Spalla, DC servo design made simple, Control Engineering, Vol.18, No.2, 1971.
- [2] 北京工业学院 231 教研室，随动系统上、下册，北京工业学院，1975。
- [3] 雷玉堂，米级人卫激光测距仪的跟踪随动系统，湖北省测绘学会第二届年会论文，1979。

Analysis of Tracking Follower System of G171 Satellite Laser Ranger

Lei Uytang

Abstract

In this paper the motion differential equations, transfer functions and frequency characteristics of the tracking follower system of G 171 Satellite Laser ranger are analyzed and calculated. It also analyzes the linearity and dead band of the system. On the basis of these analyses, it indicates that theoretic and measuring values of the system's dynamic quality index are well consistent, and the system's steadiness and briskness are fine.