

独立模型法区域网平差的 一种新的计算方法

金为锐 杨先宏 王树根

摘要

独立模型法区域网平差，每个模型需要解求七个参数。目前国内多采用平—高迭代法解求。本文从平差中采用重心化坐标的特点出发，提出一种新的平差计算方法，即把每个模型的七个参数分为三个平移改正值 (dX_s 、 dY_s 、 dZ_s) 和旋转、缩放 ($d\Phi$ 、 $d\Omega$ 、 $d\kappa$ 、 $d\Delta\lambda$) 两部分。从理论上论证了当公共点在平差迭代中不断取平均值时，即可求解三个平移量的改正值，因此不需要在平差中去求解。新的平差方法在整体平差求解中，每个模型只需解求四个参数。按新老方法编写了两个程序，用模拟数据进行了试算比较，结果验证了新的平差方法的正确性。这种方法比常规方法不仅可节省大量内存单元，而且可以节省计算时间。采用新的平差方法有较大的经济效益。

一、引言

独立模型法区域网平差是解析空中三角测量加密控制点成果的方法之一。它在平差计算过程中，需要求解每个单元模型的七个参数。当区域中有 N 个单元模型时，就需解 $7N$ 个变换参数。现行的一般解算方法是将每个单元模型的七个变换参数分成为两组进行计算，即目前国内普遍采用的平—高迭代法解求，也就是将七个变换参数分成平面 ($d\Delta\lambda$ 、 $d\kappa$ 、 dX_s 、 dY_s) 和高程 ($d\Phi$ 、 $d\Omega$ 、 dZ_s) 两部分。

本文从分析单元模型在取重心化坐标后，平差时单元模型总是绕重心旋转、缩放这一特点出发，把单元模型的七个变换参数，分成为模型的旋转、缩放 ($d\Phi$ 、 $d\Omega$ 、 $d\kappa$ 、 $d\Delta\lambda$) 和模型平移量的改正值 (dX_s 、 dY_s 、 dZ_s) 两部分。我们通过理论的论证和实验计算，证明模型平移量的改正值可以不通过区域网整体平差求解。这样只需整体解求每个单元模型的旋转、缩放参数。当区域网整体平差解出每个单元模型的变换数后，对每个单元模型分别进行旋转、缩放后获得模型点新的重心化坐标，然后再加上新的或是值重心坐标值，即得到模型点新的坐标值。采用这一平差方法，整体平差求解时，每个单元模型只解求四个变换参数。它相当于平—高迭代法中解求平面参数所需要的计算工作量，比平—高迭代法少求解一组高程参数所需要的计算时间。因此，这一平差方法有较大的经济效益。

二、单个模型的空间相似变换

为了从简单入手进行讨论，首先讨论二维相似变换，再讨论三维空间相似变换。

1. 平面坐标的相似变换

平面坐标的相似变换如图1所示。图中的 $t-X_i, Y_i$ 为地面坐标系； $O-X_p, Y_p$ 为摄影测量坐标系。两种坐标系的变换，除需平移、旋转外，还需进行比例因子的缩放。两种坐标系变换的计算的公式为

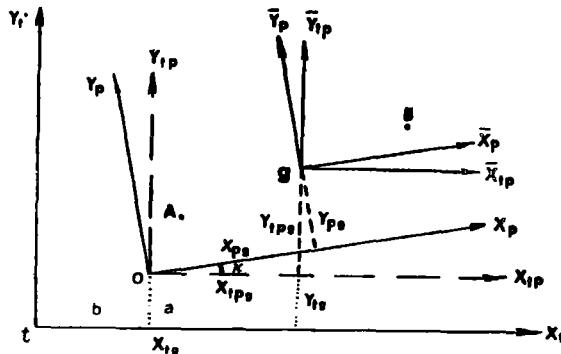


图 1

$$\left. \begin{array}{l} X_i = \lambda \cos \kappa X_p - \lambda \sin \kappa Y_p + a \\ Y_i = \lambda \sin \kappa X_p + \lambda \cos \kappa Y_p + b \end{array} \right\}. \quad (1)$$

确定(1)式的变换需要解求四个变换参数(a, b, λ 和 κ)。如果两坐标系中各点均按同名点取重心化坐标进行变换计算，则只需解求两个参数(λ 和 κ)。

根据两坐标系中同名控制点，分别求得两坐标系中的重心坐标。其计算公式为

$$X_{t,p,g} = \frac{\sum X_{t,p}}{n_1}; \quad Y_{t,p,g} = \frac{\sum Y_{t,p}}{n_1}.$$

$$X_{p,g} = \frac{\sum X_p}{n_2}; \quad Y_{p,g} = \frac{\sum Y_p}{n_2}.$$

式中 $X_{t,p,g}$ 、 $Y_{t,p,g}$ 为地面摄测坐标重心值， $X_{p,g}$ 、 $Y_{p,g}$ 为摄测坐标重心值。注意的是要保持 n_1 等于 n_2 这一条件，以保证两个重心是同一点。其重心化坐标分别为

$$\left. \begin{array}{l} \bar{X}_{p,i} = X_{p,i} - X_{p,g} \\ \bar{Y}_{p,i} = Y_{p,i} - Y_{p,g} \\ \bar{X}_{t,p,i} = X_{t,p,i} - X_{t,p,g} \\ \bar{Y}_{t,p,i} = Y_{t,p,i} - Y_{t,p,g} \end{array} \right\}. \quad (2)$$

重心化后的坐标变换公式为：

$$\left. \begin{array}{l} \bar{X}_{t,p} = \lambda \cos \kappa \bar{X}_p - \lambda \sin \kappa \bar{Y}_p \\ \bar{Y}_{t,p} = \lambda \sin \kappa \bar{X}_p + \lambda \cos \kappa \bar{Y}_p \end{array} \right\}. \quad (3)$$

式(3)中坐标变换计算只需解求两个参数 λ 和 κ 。这正是重心化坐标的优点。则得

$$\left. \begin{array}{l} X_{t,p} = \bar{X}_{t,p} + X_{t,p,g} = \lambda \cos \bar{X}_p - \lambda \sin \bar{Y}_p + X_{t,p,g} \\ Y_{t,p} = \bar{Y}_{t,p} + Y_{t,p,g} = \lambda \sin \bar{X}_p + \lambda \cos \bar{Y}_p + Y_{t,p,g} \end{array} \right\} \quad (4)$$

式中 $X_{t,p,g}$ 、 $Y_{t,p,g}$ 不需要在变换公式中解求，在计算重心坐标时已被确定。

将 (4) 式写成误差式，按四个未知量取一次小项得误差方程式

$$\left. \begin{array}{l} -V_x = \Delta \lambda \bar{X}_p - \Delta \kappa \bar{Y}_p + dX_{t,p,g} - l_x \\ -V_y = \Delta \kappa \bar{Y}_p + \Delta \lambda \bar{X}_p + dY_{t,p,g} - l_y \end{array} \right\} \quad (5)$$

其中

$$\left. \begin{array}{l} l_x = \bar{X}_p - \bar{X}_{t,p} \\ l_y = \bar{Y}_p - \bar{Y}_{t,p} \end{array} \right\} \quad (6)$$

用矩阵形式表示 (5) 式为

$$-\begin{pmatrix} V_x \\ V_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \bar{X}_p - \bar{Y}_p & 1 & 0 \\ \bar{Y}_p & \bar{X}_p & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta \lambda \\ \Delta \kappa \\ dX_{t,p,g} \\ dY_{t,p,g} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} l_x \\ l_y \end{pmatrix} \quad (7)$$

则该式的法方程系数阵为

$$A^T A = \begin{pmatrix} \sum(\bar{X}_p^2 + \bar{Y}_p^2) & \sum(-\bar{X}_p \bar{Y}_p + \bar{X}_p \bar{Y}_p) & \sum(\bar{X}_p) & \sum(\bar{Y}_p) \\ \sum(-\bar{X}_p \bar{Y}_p + \bar{X}_p \bar{Y}_p) & \sum(\bar{Y}_p^2 + \bar{X}_p^2) & \sum(-\bar{Y}_p) & \sum(\bar{X}_p) \\ \sum(\bar{X}_p) & \sum(-\bar{Y}_p) & n & 0 \\ \sum(\bar{Y}_p) & \sum(\bar{X}_p) & 0 & n \end{pmatrix} \quad (8)$$

考虑到重心化坐标的特点（即 $\sum \bar{X}_p = \sum \bar{Y}_p = 0$ ），则相应于 (7) 式的法方程式为

$$\begin{pmatrix} \sum(\bar{X}_p^2 + \bar{Y}_p^2) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sum(\bar{Y}_p^2 + \bar{X}_p^2) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & n & 0 \\ 0 & 0 & 0 & n \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta \lambda \\ \Delta \kappa \\ dX_{t,p,g} \\ dY_{t,p,g} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sum(\bar{X}_p l_x + \bar{Y}_p l_y) \\ \sum(-\bar{Y}_p l_x + \bar{X}_p l_y) \\ \sum(l_x) \\ \sum(l_y) \end{pmatrix} \quad (9)$$

则解求法方式 (9) 式时

$$dX_{t,p,g} = \frac{1}{n} \sum(l_x) = \frac{1}{n} (\sum \bar{X}_p - \sum \bar{X}_{t,p}) = 0$$

$$\text{同理 } dY_{t,p,g} = \frac{1}{n} \sum(l_y) = 0$$

由此证明了，即使把重心平移量改正值作为未知量解求，在取重心化坐标条件下进行计算得到结果始终为 0。也就是取重心化坐标进行二维坐标的变换，只需解求二个未知量，而不是四个未知量。

2、单个模型的空间相似变换

单个模型的空间相似变换，是二维相似变换的推广。从以上讨论中得知，取重心化坐标

后, 单个模型的空间相似变换是绕自身的重心变换的。

目前通用的单个模型空间相似变换的线性化公式, 有七个变换参数。根据参考文献 [1] 可知单个模型空间相似变换的线性化一次项误差方程式为

$$-\begin{pmatrix} V_x \\ V_y \\ V_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & \bar{X}_p & -\bar{Z}_p & 0 & -\bar{Y}_p \\ 0 & 1 & 0 & \bar{Y}_p & 0 & -\bar{Z}_p & \bar{X}_p \\ 0 & 0 & 1 & \bar{Z}_p & \bar{X}_p & \bar{Y}_p & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} dX_{t,p,g} \\ dY_{t,p,g} \\ dZ_{t,p,g} \\ \Delta\lambda \\ \Delta\varphi \\ \Delta\Omega \\ \Delta\kappa \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} l_x \\ l_y \\ l_z \end{pmatrix} \quad (10)$$

式中

$$\begin{pmatrix} l_x \\ l_y \\ l_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \bar{X}_{t,p} \\ \bar{Y}_{t,p} \\ \bar{Z}_{t,p} \end{pmatrix} - \lambda R \begin{pmatrix} \bar{X}_p \\ \bar{Y}_p \\ \bar{Z}_p \end{pmatrix} \quad (11)$$

(10) 式的法方程系数矩阵中, 考虑到取重心化坐标的特点 ($\sum \bar{X}_p = \sum \bar{Y}_p = \sum \bar{Z}_p = 0$), 则系数阵 $A^T A$ 为

$$A^T A = \begin{pmatrix} n_x & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & n_y & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & n_z & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sum(\bar{X}_p^2 + \bar{Y}_p^2 + \bar{Z}_p^2) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \sum(\bar{X}_p^2 + \bar{Z}_p^2) \sum(\bar{X}_p \bar{Y}_p) & \sum(\bar{Z}_p \bar{Y}_p) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \sum(\bar{Y}_p \bar{Z}_p) \sum(\bar{Y}_p \bar{X}_p) & \sum(\bar{Z}_p \bar{X}_p) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \sum(-\bar{X}_p \bar{Z}_p) \sum(-\bar{X}_p \bar{Y}_p) & \sum(-\bar{Z}_p \bar{Y}_p) & 0 \end{pmatrix} \quad (12)$$

其法方程式常数项 $A^T L$ 为

$$A^T L = \begin{pmatrix} \sum l_x \\ \sum l_y \\ \sum l_z \\ \sum(\bar{X}_p l_x + \bar{Y}_p l_y + \bar{Z}_p l_z) \\ \sum(\bar{X}_p l_y - \bar{Z}_p l_x) \\ \sum(\bar{Y}_p l_z - \bar{Z}_p l_y) \\ \sum(\bar{Z}_p l_y - \bar{Y}_p l_x) \end{pmatrix} \quad (13)$$

按上述法方程式, 解求重心改正值为

$$dX_{t,p,g} = \frac{1}{n} \sum(l_x) = \frac{1}{n} \sum(\bar{X}_{t,p} - \bar{X}_p) = 0$$

同理

$$dY_{t,p,g} = 0, \quad dZ_{t,p,g} = 0.$$

因此,由n个点在两个坐标系(如摄测坐标系和地面摄测系)中的坐标进行相似变换时,若取该n个点的重心坐标进行平差,则平移量改正值均为零。这一结论已在航带法单航带网的绝对定向计算中被证明了。当采用七个未知量进行平差计算时,打印出重心改正值的结果都接近于零。其不为零的原因只是计算中取舍误差的影响。所以单个模型空间相似变换,在取重心化坐标平差时,也只需要解求四个未知量,而不是七个未知量。

三、独立模型法区域网平差的一种新的计算方案

独立模型法区域网平差,是全区模型整体求解,它与单个模型的空间相似变换有些相同点,也有不同点。单个模型空间相似变换计算公式是独立模型法区域网平差的基本公式。从以上讨论中已知取重心化坐标的模型,进行空间相似变换总是围绕自身重心旋转、缩放。因此,在独立模型法区域网平差中,可将各模型的 $d\Phi$ 、 $d\Omega$ 、 $d\kappa$ 、 $d\Delta\lambda$ 作为一组未知量解求。不同的是每个模型进行空间相似变换不是根据全部外业控制点进行的。因为各模型的外业重心坐标($X_{t,p,g}$ 、 $Y_{t,p,g}$ 、 $Z_{t,p,g}$)不是全用外业控制点坐标求得,而是以各模型内的外业控制点坐标和模型内公共连接点上的或是坐标(视为待定点的外业坐标)取平均值作为重心坐标。在整体平差后,各模型要分别进行相似变换,这样公共连接点上的或是坐标是随各模型的相似变换而变化的,经平差后,各公共连接点的或是坐标与平差前的或是坐标的是不同的。从而导致各模型的外业重心发生了变化。此种变化称之为外业重心坐标的改正值($dX_{t,p,g}$ 、 $dY_{t,p,g}$ 、 $dZ_{t,p,g}$)。这样独立模型法区域网中每个模型要比单个模型的空间相似变换多一组未知量。下面分析这一组未知量的来源、性质和解求方法。

重心坐标的改正值($dX_{t,p,g}$ 、 $dY_{t,p,g}$ 、 $dZ_{t,p,g}$)是公共连接点上的或是坐标值变化对各模型重心坐标值的影响。按参考文献〔1〕、〔6〕可知,区域网平差中法方程式为

$$\begin{bmatrix} A^T A & A^T B \\ B^T A & B^T B \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dX \\ t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A^T L \\ B^T L \end{bmatrix}. \quad (14)$$

式中 dX 为每个模型的七个变换参数的改正值($dX_{t,p,g}$ 、 $dY_{t,p,g}$ 、 $dZ_{t,p,g}$ 、 $d\Delta\lambda$ 、 $d\Phi$ 、 $d\Omega$ 和 $d\kappa$);
 t 代表每个连接点坐标改正值(ΔX 、 ΔY 、 ΔZ);
 A 为全区域所有点(含控制点、连接点)的误差方程的系数矩阵;
 B 为公共连接点坐标改正值的系数矩阵,它是带负号的单位矩阵。

假定由两个模型组成的区域如图2所示。图中1、4点为控制点,2、3点为公共连接

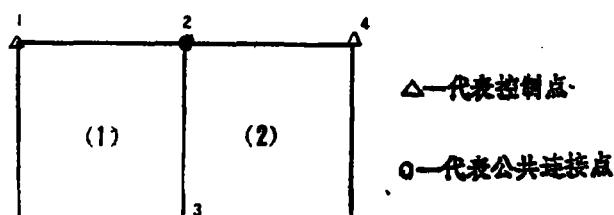


图2

点。这些点在(1)模型中的编号为11、12、13，在(2)模型中编号为22、23、24。其中前一位编号为模型号，第二位为该点的点号。当各模型各自取重心，分别计算重心化坐标后，(14)式的法方程式的具体结构内容见表1。

解表1的法方程式，知公共连接点上的坐标改正值为

$$\begin{pmatrix} \Delta X_1 \\ \Delta Y_1 \\ \Delta Z_1 \\ \Delta X_2 \\ \Delta Y_2 \\ \Delta Z_2 \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} dX_{tpg1} \\ dY_{tpg1} \\ dZ_{tpg1} \\ dX_{tpg1} \\ dY_{tpg1} \\ dZ_{tpg1} \end{pmatrix} + d\Delta\lambda_1 \Delta R_1 \begin{pmatrix} \bar{X}_{p12} \\ \bar{Y}_{p12} \\ \bar{Z}_{p12} \\ \bar{X}_{p13} \\ \bar{Y}_{p13} \\ \bar{Z}_{p13} \end{pmatrix} + d\Delta\lambda_2 \Delta R_2 \begin{pmatrix} dX_{tpg2} \\ dY_{tpg2} \\ dZ_{tpg2} \\ dX_{tpg2} \\ dY_{tpg2} \\ dZ_{tpg2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \bar{X}_{p22} \\ \bar{Y}_{p22} \\ \bar{Z}_{p22} \\ \bar{X}_{p23} \\ \bar{Y}_{p23} \\ \bar{Z}_{p23} \end{pmatrix} \quad (15)$$

坐标改正数的实质是公共连接点在各自模型绕重心旋转、缩放后的坐标改正数取平均值，这时各模型的外业重心要作相应变换。

下面讨论重心改正值的含意。以X为例。根据表1的法方程式可知

$$dX_{tpg1} = \frac{1}{n_{x1}} (\sum l_x + \Delta X_2 + \Delta X_3) = \frac{1}{n_{x1}} (\Delta X_2 + \Delta X_3) \quad (16)$$

上式表明，在单个模型中重心改正值为零，而在区域网中，重心改正值为各模型中公共连接点坐标改正值的平均值，即外业重心坐标 X_{tpg} 的改正值。当用改正后的坐标重新取外业重心与重心化坐标时，则重心的改正值也是零。这是因为：

$$\begin{aligned} dX_{tpg1} &= \frac{1}{n_{x1}} \left[\sum (\bar{x}_{tp} - \bar{x}_p) + \Delta x_2 + \Delta x_3 \right] \\ &= \frac{1}{n_{x1}} \left[\sum (x_{tp} - x_{tpg1}) - \sum (x_p - x_{pg1}) + \Delta x_2 + \Delta x_3 \right] \\ &= \frac{1}{n_{x1}} (\sum x_{tp} + \Delta x_2 + \Delta x_3) - x_{tpg1} - \frac{1}{n_{x1}} \sum (x_p - x_{pg1}) \end{aligned}$$

从图2中得出

$$\sum X_{tp} = x_{tp11} + \frac{1}{2} (x_{p12} + x_{p22}) + \frac{1}{2} (x_{p13} + x_{p23})$$

$$= x_{tp11} + x_{tp2} + x_{tp3} \quad ,$$

则得

$$dX_{t,p,g_1} = \frac{1}{n_{x_1}} (x_{t,p,11} + x_{t,p,2} + x_{t,p,3} + \Delta x_2 + \Delta x_3) - x_{t,p,g_1} - \frac{1}{n_{x_1}} \sum (x_p - x_{t,p,g_1})。 \quad (17)$$

当把 x_{t,p,g_1} 理解为用模型旋转、缩放后的新坐标值求得的外业重心坐标，即

$$x_{t,p,g_1} = \frac{1}{n_{x_1}} (x'_{t,p,11} + x'_{t,p,2} + x'_{t,p,3})。$$

则 (17) 式的 $dX_{t,p,g_1} = 0$ ，同理可证明 dY_{t,p,g_1} 、 dZ_{t,p,g_1} ……等各模型重心改正值为零。因此，区域网平差中重心改正值一组未知数可用各模型空间相似变换后求得新的坐标，然后在公共连接点上取平均，再根据外业控制点与连接点新的均值重新取重心坐标 $X_{t,p,g}$ 、 $Y_{t,p,g}$ 、 $Z_{t,p,g}$ ，则最后坐标为变换后的坐标加新的外业重心坐标即成。

以上讨论，使我们得出一种新的独立模型法区域网平差的计算方法，即将模型的七个未知数分为模型的旋转缩放与重心改正值两组未知数，而重心改正值这组未知数只要求出模型第一组未知数后，公共连接点重新取均值，再重新取各模型新的重心坐标即得这组改正值。

四、实 验 验 证

为了检验新的独立模型法区域网平差计算方法的正确性，我们在微机 Apple—II 上，用 BASIC 语言编写了两套独立模型法区域网平差计算程序。一套是按经典的解求七个未知数的独立模型法区域网平差程序，另一套是按新的独立模型法解求四个未知数的区域网平差程序。采用同一组模拟数据，两个程序进行了对比计算，两种计算成果与真值进行比较，以检验方法的正确性。

使用的模型数据为六个模型的一个区域，如图 3 所示。

图 3 中 (1)、(2)……(6) 为模型编号、 Δ 为控制点、 \times 为公共连接点。用模型

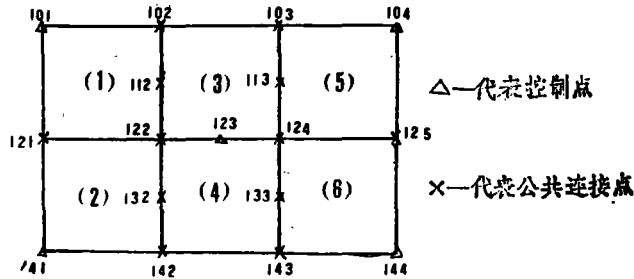


图 3

数据、以编写的两套程序计算，其比较结果见表 2。此处引用的模拟数据是赋有随机误差的，其模拟数据的精度为： $m_x = 1.41m$ ， $m_y = 1.53m$ ， $m_z = 1.15m$ 。

表 2 中结果表明，只解求四个参数的独立模型法区域网平差计算结果与解求七个参

数的方案计算结果基本一致。表3表明两种方法计算的精度也基本一致。新的解求四个参数的方法精度还略高一些。

表2 模拟数据计算结果

点号	模拟数据 正确值(1)	解求7个参 数的加密结 果(2)	解求4个参 数的强密结 果(3)	较		差 (1)-(3)
				(1)-(2)	(1)-(3)	
101	X	13905.1	13904.72	13904.27	0.38	0.83
	Y	24100.5	24100.6	24100.65	-0.10	-0.15
	Z	45.0	44.64	45.52	0.36	-0.52
121	X	13905.1	13906.45	13905.62	-1.35	-0.52
	Y	23301.0	23298.06	23297.19	2.94	3.81
	Z	38.07	36.89	38.44	1.98	-0.37
112	X	14520.4	14521.49	14521.41	-1.09	-0.8
	Y	23750.0	23748.74	23748.49	1.26	1.51
	Z	41.38	40.29	40.39	1.09	0.99
102	X	14520.4	14520.32	14519.99	0.06	0.41
	Y	24100.5	24102.59	24102.30	-2.09	-1.8
	Z	20.51	20.54	20.22	-0.03	0.29
122	X	14520.4	14520.92	14520.76	-0.52	-0.36
	Y	23301.0	23299.86	23299.79	1.14	1.21
	Z	56.14	55.28	56.21	0.86	-0.07
141	X	13905.1	13905.08	13904.80	0.02	0.30
	Y	22400.8	22401.98	22401.07	-1.18	-0.27
	Z	30.66	30.81	30.47	-0.15	0.19
132	X	14520.4	14519.3	14519.38	1.1	1.02
	Y	22850.0	22850.07	22849.54	-0.07	0.46
	Z	48.8	47.84	48.37	0.96	0.43
142	X	14520.4	14518.41	14518.66	1.99	1.74
	Y	22400.8	22402.36	22401.66	-1.56	-0.86
	Z	41.41	43.08	42.89	-1.67	-1.48

续表 2

	X	15105.8	15105.17	15103.98	0.63	1.82
113	Y	23750.0	23749.42	23749.82	0.58	0.18
	Z	30.52	30.20	30.26	0.32	0.26
	X	15105.8	15106.98	15105.74	-1.18	0.06
103	Y	24100.5	24102.2	24102.96	-1.7	-2.46
	Z	38.07	38.33	38.36	-2.6	-0.29
	X	14805.8	14805.01	14804.82	0.79	0.98
123	Y	23301.0	23302.17	23302.15	-1.17	-1.15
	Z	52.7	52.64	52.94	0.06	-0.24
	X	15105.8	15106.87	15106.55	-1.07	-0.75
124	Y	23301.0	23300.34	23300.18	0.66	0.82
	Z	50.21	49.84	49.83	0.37	0.38
	X	15105.8	15105.62	15105.98	0.18	-0.18
133	Y	22850.0	22848.42	22848.35	1.58	0.07
	Z	35.14	35.34	34.60	-0.2	0.54
	X	15105.8	15104.66	15104.92	1.14	0.88
143	Y	22400.8	22400.88	22400.98	-0.08	-0.18
	Z	47.12	48.32	46.95	-1.2	0.17
	X	15700.0	15699.01	15699.45	0.99	0.55
104	Y	24100.5	24099.78	24101.36	0.72	-0.86
	Z	41.1	41.07	41.30	0.03	-0.2
	X	15700.0	15700.78	15700.85	-0.78	-0.85
125	Y	23301.0	23300.7	23300.16	0.3	0.84
	Z	47.12	46.73	46.99	0.39	0.13
	X	15700.0	15700.71	15700.08	-0.71	-0.08
144	Y	22400.8	22402.37	22403.24	-1.57	-2.44
	Z	49.1	49.39	49.14	-0.29	-0.25

表3 两种方案计算结果的中误差

中误差 方案	mx	my	mz
解求七个参数	±0.9574	±1.3361	±0.8310
解求四个参数	±0.8654	±1.4774	±0.5228

中误差计算公式: $m = \pm \sqrt{\frac{\sum v^2}{n}}$

五、几点结论

- 1、新的独立模型法区域网平差计算方法在理论上是正确的, 其计算结果与常规的解求七个参数的计算结果是一致的。
- 2、新的独立模型法区域网平差计算方法计算时间要比常规方法短, 使用计算机内存单元也要少。提高了平差的计算速度。如这次实验所使用的同一资料, 按解求七个参方案和解求四个参数方案进行计算, 迭代一次所需时间, 解求四个参数的计算时间大约是解求七个参数的三分之一。而收敛次数基本一致, 明显地体现了经济效益。
- 3、新的独立模型法区域网平差法, 只需要在原有平一高迭代法程序的基础上, 在程序上稍加修改就能采用此法计算, 这对普及推广这一方法有一定现实意义。

参考文献

- [1] 王之卓, 摄影测量原理, 测绘出版社, 1979。
- [2] Jordan/Eggert/Kneißel, Handbuch der Vermessungshunde, Band III a/3, 1972。
- [3] Schwidensky/Ackermann, Photogrammetrie, 1976。
- [4] 总参测绘研究所等, 模型法区域网平差程序 DM—PG 初步试验, 国家测绘局测绘科学研究所, 1980。
- [5] 毛可标等, 独立模型法区域网平差程序 DM—PG 初步试验, 国家测绘局测绘科学研究所, 1980。
- [6] 金为铭、杨先宏, 解析空中三角测量, 武测教材出版科, 1983。
- [7] 董跃等, 使用 WANG—VS/80 型计算机的独立模型法区域网平差程序, 测绘通报, 5, 1984。

A New Algorithm for Block Adjustment of Independent Models

Jin Weixian Yang Xianhong Wang Shugen

Abstract

For three-dimensional block adjustment of independent models there are seven unknown parameters in every model. To solve these unknowns, the algorithm socalled alternating "plan" and "height" adjustment has popularly been used. Based on the analysis of the characteristics of gravity—centralized coordinates used in the adjustment procedure, a new algorithm is proposed in this paper. with this method the seven parameters are divided into two parts: three for shift (dx_g , dy_g , dz_g) and four for rotation and scale change ($d\Phi$, $d\Omega$, dk , $d\Delta\lambda$). It has been verified theoretically, that the three shift—correction values can be obtained by calculating the mean values of the coordinates of all tie points at every iteration and needn't be involved into the normal equations. Therefore, only four unknowns for each model remain to be solved. Two programs have thus been written based on the conventional and the new algorithms and run with synthetic data for comparison. The result shows the correctness and advantages of the new algorithm. The new method takes not only much shorter computation time but also much smaller core storage units as compared with the conventional one.

■ 1

区域网的方程式

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
1	\mathbf{n}_{11}	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	0	0	-1	0	0	0
2	0	\mathbf{n}_{11}	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	0	0	-1	0	$\Delta \mathbf{y}_{11,11}$
3	0	0	\mathbf{n}_{11}	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	0	$\Delta \mathbf{z}_{11,11}$	$\Sigma \mathbf{l}_{11}$
4	0	0	0	$\Sigma (\bar{\mathbf{x}}_p^2 + \bar{\mathbf{y}}_p^2 + \bar{\mathbf{z}}_p^2)_1$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	- $\bar{\mathbf{x}}_{p12}$	- $\bar{\mathbf{y}}_{p12}$	- $\bar{\mathbf{z}}_{p12}$	- $\bar{\mathbf{y}}_{p13}$	- $\bar{\mathbf{z}}_{p13}$	$\Delta \mathbf{l}_1$	
5	0	0	0	$\Sigma (\bar{\mathbf{x}}_p^2 + \bar{\mathbf{z}}_p^2)_1$	$\Sigma (\bar{\mathbf{x}}_p \bar{\mathbf{y}}_p)_1$	$\Sigma (\bar{\mathbf{x}}_p \bar{\mathbf{y}}_p)_1$	$\Sigma (\bar{\mathbf{x}}_p \bar{\mathbf{y}}_p)_1$	0	0	0	0	0	- $\bar{\mathbf{x}}_{p12}$	- $\bar{\mathbf{y}}_{p12}$	- $\bar{\mathbf{z}}_{p12}$	0	$\Delta \mathbf{y}_{12,12}$	$\Sigma \mathbf{l}_{12}$		
6	0	0	0	$\Sigma (\bar{\mathbf{y}}_p^2 + \bar{\mathbf{z}}_p^2)_1$	$\Sigma (\bar{\mathbf{y}}_p^2 + \bar{\mathbf{z}}_p^2)_1$	$\Sigma (\bar{\mathbf{y}}_p^2 + \bar{\mathbf{z}}_p^2)_1$	$\Sigma (\bar{\mathbf{y}}_p^2 + \bar{\mathbf{z}}_p^2)_1$	0	0	0	0	0	0	$\bar{\mathbf{x}}_{p13}$	$\bar{\mathbf{y}}_{p13}$	$\bar{\mathbf{z}}_{p13}$	0	$\Delta \mathbf{z}_{13,13}$	$\Sigma \mathbf{l}_{13}$	
7	0	0	0	$\Sigma (\bar{\mathbf{z}}_p \bar{\mathbf{y}}_p)_1$	$\Sigma (\bar{\mathbf{z}}_p \bar{\mathbf{y}}_p)_1$	$\Sigma (\bar{\mathbf{z}}_p \bar{\mathbf{y}}_p)_1$	$\Sigma (\bar{\mathbf{z}}_p \bar{\mathbf{y}}_p)_1$	0	0	0	0	0	0	$\bar{\mathbf{y}}_{p12}$	$\bar{\mathbf{z}}_{p12}$	0	$\bar{\mathbf{y}}_{p13}$	$\bar{\mathbf{z}}_{p13}$	$\Delta \mathbf{y}_{12,13}$	
8	0	0	0	$\Sigma (\bar{\mathbf{z}}_p \bar{\mathbf{x}}_p)_1$	$\Sigma (\bar{\mathbf{z}}_p \bar{\mathbf{x}}_p)_1$	$\Sigma (\bar{\mathbf{z}}_p \bar{\mathbf{x}}_p)_1$	$\Sigma (\bar{\mathbf{z}}_p \bar{\mathbf{x}}_p)_1$	0	0	0	0	0	0	-1	0	0	-1	0	$\Delta \mathbf{x}_{12,12}$	
9	0	0	0	$\Sigma (\bar{\mathbf{z}}_p \bar{\mathbf{x}}_p)_2$	$\Sigma (\bar{\mathbf{z}}_p \bar{\mathbf{x}}_p)_2$	$\Sigma (\bar{\mathbf{z}}_p \bar{\mathbf{x}}_p)_2$	$\Sigma (\bar{\mathbf{z}}_p \bar{\mathbf{x}}_p)_2$	0	0	0	0	0	0	0	-1	0	0	-1	0	$\Delta \mathbf{x}_{13,13}$
10	0	0	0	$\Sigma (\bar{\mathbf{z}}_p \bar{\mathbf{x}}_p)_3$	$\Sigma (\bar{\mathbf{z}}_p \bar{\mathbf{x}}_p)_3$	$\Sigma (\bar{\mathbf{z}}_p \bar{\mathbf{x}}_p)_3$	$\Sigma (\bar{\mathbf{z}}_p \bar{\mathbf{x}}_p)_3$	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	0	0	-1	$\Delta \mathbf{x}_{14,14}$
11	0	0	0	$\Sigma (\bar{\mathbf{z}}_p \bar{\mathbf{x}}_p)_4$	$\Sigma (\bar{\mathbf{z}}_p \bar{\mathbf{x}}_p)_4$	$\Sigma (\bar{\mathbf{z}}_p \bar{\mathbf{x}}_p)_4$	$\Sigma (\bar{\mathbf{z}}_p \bar{\mathbf{x}}_p)_4$	0	0	0	0	0	0	- $\bar{\mathbf{x}}_{p11}$	- $\bar{\mathbf{y}}_{p11}$	- $\bar{\mathbf{z}}_{p11}$	- $\bar{\mathbf{y}}_{p12}$	- $\bar{\mathbf{z}}_{p12}$	$\Delta \mathbf{x}_4$	
12	0	0	0	$\Sigma (\bar{\mathbf{z}}_p \bar{\mathbf{x}}_p)_5$	$\Sigma (\bar{\mathbf{z}}_p \bar{\mathbf{x}}_p)_5$	$\Sigma (\bar{\mathbf{z}}_p \bar{\mathbf{x}}_p)_5$	$\Sigma (\bar{\mathbf{z}}_p \bar{\mathbf{x}}_p)_5$	0	0	0	0	0	0	- $\bar{\mathbf{x}}_{p11}$	- $\bar{\mathbf{y}}_{p11}$	- $\bar{\mathbf{z}}_{p11}$	0	$\Delta \mathbf{y}_{11,11}$	$\Sigma \mathbf{l}_{11}$	
13	0	0	0	$\Sigma (\bar{\mathbf{z}}_p \bar{\mathbf{x}}_p)_6$	$\Sigma (\bar{\mathbf{z}}_p \bar{\mathbf{x}}_p)_6$	$\Sigma (\bar{\mathbf{z}}_p \bar{\mathbf{x}}_p)_6$	$\Sigma (\bar{\mathbf{z}}_p \bar{\mathbf{x}}_p)_6$	0	0	0	0	0	0	- $\bar{\mathbf{x}}_{p12}$	- $\bar{\mathbf{y}}_{p12}$	- $\bar{\mathbf{z}}_{p12}$	0	$\Delta \mathbf{z}_{12,12}$	$\Sigma \mathbf{l}_{12}$	
14	0	0	0	$\Sigma (\bar{\mathbf{z}}_p \bar{\mathbf{x}}_p)_7$	$\Sigma (\bar{\mathbf{z}}_p \bar{\mathbf{x}}_p)_7$	$\Sigma (\bar{\mathbf{z}}_p \bar{\mathbf{x}}_p)_7$	$\Sigma (\bar{\mathbf{z}}_p \bar{\mathbf{x}}_p)_7$	0	0	0	0	0	0	- $\bar{\mathbf{x}}_{p13}$	- $\bar{\mathbf{y}}_{p13}$	- $\bar{\mathbf{z}}_{p13}$	0	$\Delta \mathbf{y}_{13,13}$	$\Sigma \mathbf{l}_{13}$	
15	-1	0	0	$\bar{\mathbf{x}}_{p13}$	$\bar{\mathbf{z}}_{p12}$	0	$\bar{\mathbf{y}}_{p11}$	-1	0	0	$\bar{\mathbf{x}}_{p12}$	$\bar{\mathbf{z}}_{p12}$	0	$\bar{\mathbf{y}}_{p12}$	2	0	0	0	0	$\Delta \mathbf{x}_2$
16	0	-1	0	$\bar{\mathbf{y}}_{p13}$	0	$\bar{\mathbf{z}}_{p12}$	$\bar{\mathbf{x}}_{p11}$	0	-1	0	$\bar{\mathbf{y}}_{p12}$	0	$\bar{\mathbf{z}}_{p12}$	$\bar{\mathbf{y}}_{p12}$	0	2	0	0	0	$\Delta \mathbf{y}_2$
17	0	0	-1	$\bar{\mathbf{z}}_{p12}$	$\bar{\mathbf{x}}_{p12}$	$\bar{\mathbf{y}}_{p12}$	0	0	-1	$\bar{\mathbf{z}}_{p12}$	$\bar{\mathbf{x}}_{p12}$	$\bar{\mathbf{y}}_{p12}$	$\bar{\mathbf{y}}_{p12}$	0	0	2	0	0	$\Delta \mathbf{z}_2$	
18	-1	0	0	$\bar{\mathbf{x}}_{p13}$	$\bar{\mathbf{y}}_{p13}$	0	$\bar{\mathbf{z}}_{p13}$	-1	0	0	$\bar{\mathbf{x}}_{p13}$	$\bar{\mathbf{z}}_{p13}$	$\bar{\mathbf{y}}_{p13}$	$\bar{\mathbf{y}}_{p13}$	0	0	0	2	0	$\Delta \mathbf{x}_3$
19	0	-1	0	$\bar{\mathbf{y}}_{p13}$	0	$\bar{\mathbf{z}}_{p13}$	$\bar{\mathbf{x}}_{p13}$	0	-1	0	$\bar{\mathbf{y}}_{p13}$	0	$\bar{\mathbf{z}}_{p13}$	$\bar{\mathbf{y}}_{p13}$	0	0	0	2	0	$\Delta \mathbf{y}_3$
20	0	0	-1	$\bar{\mathbf{z}}_{p13}$	$\bar{\mathbf{x}}_{p13}$	$\bar{\mathbf{y}}_{p13}$	0	0	-1	$\bar{\mathbf{z}}_{p13}$	$\bar{\mathbf{x}}_{p13}$	$\bar{\mathbf{y}}_{p13}$	$\bar{\mathbf{y}}_{p13}$	0	0	0	0	2	$\Delta \mathbf{z}_3$	

$\Delta \mathbf{x}_2$	0
-----------------------	---

$\Delta \mathbf{y}_2$	0
$\Delta \mathbf{z}_2$	0
$\Delta \mathbf{x}_3$	0
$\Delta \mathbf{y}_3$	0
$\Delta \mathbf{z}_3$	0