

一种有效的 GNSS 接收机载噪比估计方法

巴晓辉¹ 刘海洋² 郑睿³ 陈杰⁴

(1 中国科学院微电子研究所通信与多媒体 SOC 室,北京市朝阳区北土城西路 3 号,100029)

摘要:提出了一种 I 支路功率方差比方法(I branch power variance ratio, IBPVR),并详细推导了另外 3 种载噪比估计方法(NWPR、MM、SNV),比较了这 4 种方法在强信号和弱信号情况下的跟踪性能。实验结果显示,在载噪比超过 50 dBHz 时,NWPR 方法与 SNV 方法并未出现饱和现象,SNV 方法在弱信号情况下会产生估计偏差,NWPR 与 IBPVR 方法的估计性能比较好。

关键词:GNSS;接收机;载噪比估计
中图法分类号:P228.41

载噪比(carrier-to-noise ratio, CNR)是 GNSS 接收机中重要的输出统计量之一,每个跟踪通道的载噪比反映本通道跟踪信号的强度。在 GNSS 接收机中载噪比可作为接收机工作状态的切换判据,接收机在不同的载噪比下选择相对应的算法,以最大程度提升接收机的性能。比如当载噪比高于某一门限时,接收机通过减小载波环路与码环路的跟踪带宽可以提高伪距与载波相位的跟踪精度^[1];当载噪比低于某一门限时,由于电文解调误码率较高,接收机会关闭电文解调,启动备份电文,保证该通道信号的正常使用;当载噪比较低时,启动不同的跟踪算法,以提高接收机跟踪灵敏度^[2];当某通道载噪比非常低时,判决该通道的载波环路与码环路失锁,转入重新捕获状态;当进行加权最小二乘解算时,根据各通道载噪比的高低相应调整加权系数,可提高最终的用户定位精度^[3]。

载噪比是信噪比的一种归一化表示形式,定义为信号功率与单位 Hz 带宽内的噪声功率之比^[4]。载噪比估计依赖于信号功率估计和噪声功率估计,大部分估计方法是通过解扩之后的 I 、 Q 两路累加值进行计算的^[5,6]。Sharawi^[4]等人比较了两种典型的载噪比估计方法:方差和方法(the variance summing method, VSM)^[7]、窄带功率比方法(narrowband-wideband power ratio method, NWPR)^[3]。当载噪比超过 50 dBHz 时, NWPR 方法会出现饱和现象,而 VSM 方法仍能

提供较好的估计性能。Falletti^[8]等人给出了 NWPR 方法、平方信噪比方差方法(squared signal-to-noise variance, SNV)、矩方法(moments method, MM)3 种载噪比估计方法的性能分析。

1 信号模型

假设 GPS 接收机接收的一路卫星信号为:

$$r(t) = AD(t)c(t)\cos(\omega_c t) + n(t) \quad (1)$$

式中, $D(t)$ 为卫星电文数据; $c(t)$ 为 C/A 码; ω_c 为中频载波角频率; A 为信号幅度; σ^2 为噪声 $n(t)$ 的功率; snr 为信噪比,且 $\text{snr} = A^2 / 2\sigma^2$ (本文大写 SNR 的单位为 dB,即 $\text{SNR} = 10\lg \text{snr}$)。

I 、 Q 两路分别乘以 $\cos(\omega_L t)$ 和 $\sin(\omega_L t)$,再与本地复现 C/A 码进行相关,相关时间为一个 C/A 码周期, ω_L 表示本地复现载波角频率。第 k 个 1 ms 的 I 路的累加结果为:

$$I_k = \sum_{i=kN}^{kN+N-1} r(iT)c_L(iT)\cos(\omega_L iT) \quad (2)$$

式中, $c_L(iT)$ 为本地复现码; N 为 1 ms 的采样点数; T 为采样间隔,两者满足 $N \cdot T = 1 \text{ ms}$ 。

假设码对齐且码相关过程中卫星电文数据 $D(t) = 1$,则此时式(2)可简化为:

$$I_k = \frac{A}{2} \frac{\sin\left(\frac{\Delta\omega TN}{2}\right)}{\sin\left(\frac{\Delta\omega T}{2}\right)} \cos\left(\frac{\Delta\omega T(N-1)}{2} + \Delta\omega TkN\right) +$$

$$N_{I_k} \tag{3}$$

式中, $\Delta\omega=\omega_c-\omega_L$

$$N_{I_k}=\sum_{i=kN}^{kN+N-1}n(iT)c_L(iT)\cos(\omega_LiT) \tag{4}$$

式中, $n(t)$ 是均值为零、方差为 σ^2 的带限高斯噪声,其功率谱 $p_n(\omega)$ 如图 1 所示。 $n(t)$ 的自相关函数为:

$$R(n)=\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}p_n(\omega)e^{j\omega n}d\omega=2N_0B\frac{\cos(2\pi f_cn/f_s)\sin(\pi Bn/f_s)}{\pi n} \tag{5}$$

式中, f_s 表示采样率; f_c 表示中频载波频率; N_0 表示噪声单边功率谱密度。若带通信号最高频率为 $f_H=nB+kB,0<k<1$,则带通信号采样率为 $f_s=2B(1+k/n)$,其中 B 为信号带宽。

假设采样率为奈奎斯特采样率,式(5)中,令 $f_s=2B,f_c=1.5B$,则可简化:

$$R(n)=2N_0B\frac{\cos(3\pi n/2)\sin(\pi n/2)}{\pi n} \tag{6}$$

由式(6)可得 $R(n)|_{n\neq 0}=0$ 。

按照 4.092 MHz 采样得到的噪声自相关函数为冲激函数,即各采样点噪声不相关,由于 $n(iT)$ 是高斯噪声,所以不相关意味着相互独立。 N_{I_k} 的概率分布为: $N_{I_k}\sim N(0,N\sigma^2/2)$ 。此时,1 ms 的采样点数 $N=4\ 092$ 。

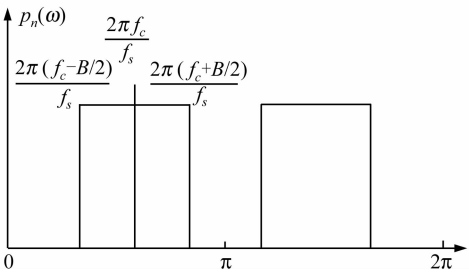


图 1 噪声 $n(t)$ 的功率谱密度 $p_n(\omega)$

Fig. 1 Power Spectral Density of Noise $n(t)$

第 k 个 1 ms 的 Q 路的累加结果为:

$$Q_k=\frac{A}{2}\frac{\sin(\frac{\Delta\omega TN}{2})}{\sin(\frac{\Delta\omega T}{2})}\sin(\frac{\Delta\omega T(N-1)}{2}+\Delta\omega TkN)+N_{Q_k} \tag{7}$$

N_{Q_k} 的概率分布为: $N_{Q_k}\rightarrow N(0,N\sigma^2/2)$ 。

由式(3)、式(7)可知,若 $\Delta\omega=0$,则有:

$$\begin{cases} I_k=\frac{AN}{2}+N_{I_k} \\ Q_k=N_{Q_k} \end{cases} \tag{8}$$

在推导出 I 、 Q 两路每 ms 累加值的概率分布之后,就可以对这些载噪比估计方法进行推导。

1.1 窄带宽功率比方法(NWPR)

在 NWPR 方法^[3]中定义了宽带功率(a wide-band power, WBP_k)和窄带功率(a narrow-band power, NBP_k)。

$$WBP_i=\sum_{k=1}^M(I_k^2+Q_k^2) \tag{9}$$

$$NBP_i=(\sum_{k=1}^MI_k)^2+(\sum_{k=1}^MQ_k)^2 \tag{10}$$

由式(8)可知, WBP_k 服从 $2M$ 个自由度的 χ^2 分布,其均值为:

$$E(WBP)=MN\sigma^2(1+N\cdot\text{snr}/2) \tag{11}$$

NBP_k 服从 $2M$ 个自由度的 χ^2 分布,其均值为:

$$E(NBP)=MN\sigma^2(1+MN\cdot\text{snr}/2) \tag{12}$$

令 $NP_i=\frac{NBP_i}{WBP_i}$,由式(11)、式(12)可得 NP 的数学期望:

$$E(NP_i)\approx\frac{E(NBP)}{E(WBP)}=\frac{1+MN\cdot\text{snr}/2}{1+N\cdot\text{snr}/2} \tag{13}$$

令 $\hat{\mu}_{NP}=\frac{1}{K}\sum_{i=1}^KNP_i$,由式(13)可得 $\hat{\mu}_{NP}$ 的数学期望:

$$E(\hat{\mu}_{NP})=E(NP)=\frac{1+MN\cdot\text{snr}/2}{1+N\cdot\text{snr}/2} \tag{14}$$

NWPR 方法的估计公式为:

$$10\lg(\frac{1}{T}\frac{\hat{\mu}_{NP}-1}{M-\hat{\mu}_{NP}})=10\lg(\frac{\text{snr}\times 4\ 092}{2\times 0.001})=\text{SNR}+63.11\text{ dB}=C/N_0 \tag{15}$$

由于在式(15)的推导中, I_k 、 Q_k 为每 ms 的累加值,因此 $T=0.001\text{ s}$ 。GPS L1C/A 信号带宽为 2.046 MHz,因此其信号对应的载噪比与信噪比在数值上相差 63.11 dB。式(15)表明,NWPR 估计方法得到的正是信号的载噪比。

NWPR 方法需要先进行比特同步,因为导航比特翻转会造成窄带功率的错误估计。比特同步完成之后,式(9)和式(10)中的 M 取值可取到 20。在有辅助信息的情况下 M 可以进一步增大。

1.2 矩方法(MM)

矩方法基于 I 、 Q 两路累加值的二阶矩和四阶矩估计,算法的推导如下。

定义 M_2 :

$$M_2=\frac{1}{M}\sum_{k=1}^M(I_k^2+Q_k^2) \tag{16}$$

由式(8)可知 M_2 的均值为:

$$E(M_2)=\frac{A^2N^2}{4}+N\sigma^2 \tag{17}$$

定义 M_4 :

$$M_4 = \frac{1}{M} \sum_{k=1}^M (I_k^2 + Q_k^2)^2 \quad (18)$$

将式(8)代入式(18)可得:

$$M_4 = \frac{1}{M} \sum_{k=1}^M \left(\left(\frac{AN}{2} + N_{I_k} \right)^2 + N_{Q_k}^2 \right)^2 \quad (19)$$

$$E(M_4) = \frac{A^4 N^4}{16} + 2N^2 \sigma^4 + A^2 N^3 \sigma^2 \quad (20)$$

MM 方法计算公式为:

$$10 \lg \left(\frac{1}{T} \frac{\sqrt{2M_2^2 - M_4}}{M_2 - \sqrt{2M_2^2 - M_4}} \right) =$$

$$10 \lg \left(\frac{A^2}{2\sigma^2} \frac{N}{2T} \right) = \text{SNR} + 63.11 \text{ dB} = C/N_0 \quad (21)$$

相对于 NWPR 方法,矩方法可以不需先进行比特同步,在强信号下能快速准确估计出信号强度。

1.3 平方信噪比方差方法(SNV)

SNV 方法^[9]仅从 I 路输出的信号中提取信号功率,也可以不必先进行比特同步。计算方法如下:

$$X = \frac{1}{M^2} \left(\sum_{k=1}^M |I_k|^2 \right) = \frac{1}{M^2} \left\{ \sum_{k=1}^M \left| \frac{AN}{2} + N_{I_k} \right|^2 \right\}$$

$$\geq \frac{1}{M^2} \left[\sum_{k=1}^M \left(\frac{AN}{2} + N_{I_k} \right) \right]^2 \quad (22)$$

根据式(22)可得:

$$E(X) \geq \frac{1}{M^2} E \left(\frac{ANM}{2} + \sum_{k=1}^M N_{I_k} \right)^2 =$$

$$\frac{1}{M^2} \left\{ \frac{A^2 N^2 M^2}{4} + \frac{NM\sigma^2}{2} \right\} = \frac{A^2 N^2}{4} + \frac{N\sigma^2}{2M} \quad (23)$$

令 $Y = \frac{1}{M} \sum_{k=1}^M (I_k^2 + Q_k^2)$, 则有:

$$E(Y) = \frac{A^2 N^2}{4} + N\sigma^2 \quad (24)$$

SNV 计算公式为:

$$10 \lg \left(\frac{1}{T} \frac{X}{Y - \bar{X}} \right) = 10 \lg \left(\frac{1}{T} \frac{E(X)}{E(Y) - E(X)} \right) \geq$$

$$10 \lg \left[\frac{\frac{A^2 N^2}{4} + \frac{N\sigma^2}{2M}}{N\sigma^2 - \frac{N\sigma^2}{2M}} \right] \approx$$

$$10 \lg \left(\frac{1}{T} \frac{A^2 N}{4\sigma^2} \right) = \text{SNR} + 63.11 \text{ dB} = C/N_0 \quad (25)$$

从式(25)知,SNV 方法有估计偏差,对载噪比的估计值可能偏大,后续实验结果也证明了这一点。

1.4 I 支路功率方法(IBPVR)

IBPVR 方法与 SNV 方法都是从 I 路输出的

信号中提取信号功率,但 IBPVR 方法中用到了相干累加,因此,需要先进行比特同步。其计算方法如下。令

$$X = \frac{1}{M} \sum_{k=1}^M I_k, Y = \frac{1}{M} \sum_{k=1}^M (I_k^2 + Q_k^2)$$

可得:

$$E(X) = E \left[\frac{1}{M} \sum_{k=1}^M \left(\frac{AN}{2} + N_{I_k} \right) \right] = \frac{AN}{2} \quad (26)$$

$$E(Y) = \frac{A^2 N^2}{4} + N\sigma^2 \quad (27)$$

令 $NP_i = \frac{X_i^2}{Y_i - X_i^2}$, $NP = \frac{1}{K} \sum_{i=1}^K NP_i$, IBPVR 的计算公式为:

$$10 \lg(NP/T) = 10 \lg \left\{ \frac{1}{T} \right\} \frac{E^2(X)}{E(Y) - E^2(X)} =$$

$$\text{SNR} + 63.11 \text{ dB} = C/N_0 \quad (28)$$

2 实验结果

2.1 仿真数据测试

由于信号发生器不能输出超过 70 dBHz 功率的信号,因此采用仿真数据进行高信噪比时测试。仿真数据采样率为 16.367 MHz,中频 4.12 MHz,每采样点量化为 2 bit。信号载噪比从 20 dBHz 到 80 dBHz,步长为 5 dBHz。对 NWPR 和 IBPVR 方法选择 $M=20$ 、 $K=50$,对 MM 方法和 SNV 方法选择 $M=1\ 000$,也即 4 种方法选择相同的数据长度来进行性能分析。图 2(a)为 4 种方法对仿真载噪比的估计性能,可见 4 种方法对 30~80 dBHz 的信号估计准确度都较高。当仿真信号载噪比在 20~30 dBHz 时,SNV 方法估计值偏高,NWPR 与 IBPVR 方法仍能提供较好的估计准确度,此时 MM 方法在式(21)的对数计算过程中,会出现大量对负数求对数的现象,不能输出有效的估计值,因此图 2(a)未标出 20~30 dBHz 范围内 MM 方法的估计性能。

图 2(b)表示 4 种方法在不同载噪比条件下的估计标准差,可见 SNV 方法的标准差最小,而 NWPR 方法与 IBPVR 方法的标准差相当,MM 方法的标准差最大。由于 SNV 方法对弱信号的估计偏差较大,因此,弱信号条件下应选择 NWPR 方法或 IBPVR 方法进行载噪比估计。

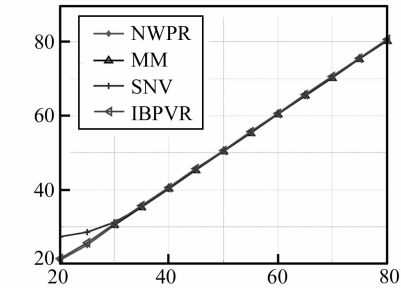
2.2 STR4500 仿真器数据测试

采用 Spriant STR4500 信号发生器对这 4 种载噪比估计方法进行测试。将这 4 种载噪比方法在我们自己开发的 Navistar 接收机中实现。接收机采样率为 16.367 MHz,中频 4.12 MHz,每

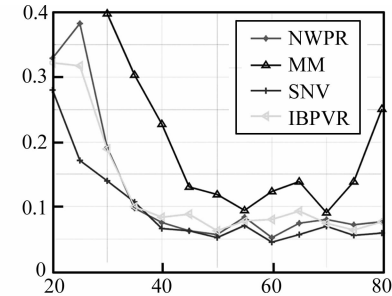
采样点量化为 2 bit。STR4500 的信号发生器产生的信号功率从 21 dBHz 到 40 dBHz。对 NWPR 和 IBPVR 方法选择 $M=20, K=50$, 对 MM 方法和 SNV 方法选择 $M=1\ 000$ 。如图 2(c) 所示, 当 STR4500 输出信号载噪比在 20~30 dBHz 时, SNV 方法估计值偏高, NWPR 与 IBPVR 方法仍能提供较好的估计准确度。MM 方法在低于 26 dBHz 时在式(21)的对数计算过程中, 会出

现大量对负数求对数的现象, 不能输出有效的估计值。

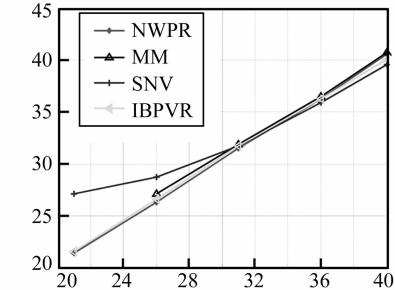
图 2(d) 表示 4 种方法对 STR4500 输出信号的载噪比标准差估计, 可见 SNV 方法的标准差最小, 而 NWPR 方法与 IBPVR 方法的标准差相当, MM 方法的标准差最大。由于 SNV 方法对弱信号的估计偏差较大, 因此, 弱信号条件下应选择 NWPR 方法或 IBPVR 方法进行载噪比估计。



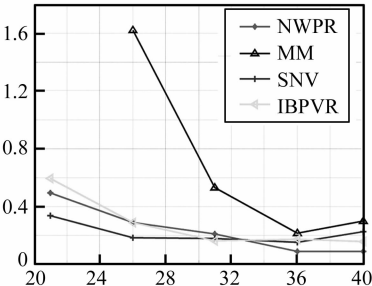
(a) 4 种方法对仿真载噪比的估计性能



(b) 4 种方法在不同载噪比条件下的估计标准差



(c) 4 种方法对 STR4500 输出信号的载噪比估计



(d) 4 种方法对 STR4500 输出信号的载噪比标准差估计

图 2 实验结果

Fig. 2 Result of Experimental

参 考 文 献

[1] Razavi A, Gebre-Egziabher D, Akos D M. Carrier Loop Architectures for Tracking Weak GPS Signals [J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2008, 44(2): 697-710

[2] Ba Xiaohui, Liu Haiyang, Zheng Rui, et al. A Novel Efficient Tracking Algorithm Based on FFT For Extremely Weak GPS Signal[C]. ION GNSS2009, Savannah, Georgia, 2009

[3] Parkinson B W, Spilker J J. Global Positioning System: Theory and Applications[J]. American Institute of Aeronautics and Astronautics, 1996, 12: 485-515

[4] Sharawi M, Akos D M, Alois D N. GPS C/N0 Estimation in the Presence of Interference and Limited Quantization Level[J]. IEEE Trans on Aerosp and Elec Sys, 2007, 43(1): 227-228

[5] Braasch M S, Van Dierendonck A J. GPS Receiver Architectures and Measurements[J]. IEEE, 1999, 87(1): 48-64

[6] Lopez-Risueno G, Seco-Granados G. C/N0 Estimation and Near-far Mitigation for GNSS Indoor Receivers[C]. IEEE Vehicular Technology Conference, VTC 2005, Spring, 2005

[7] Psiaki M L, Akos D M, Thor J. A Comparison of Direct RF Sampling and Down-converted &-sampling GNSS Receiver Architectures[C]. ION GPS 2003 Proceedings, Portland, OR, 2003

[8] Falletti E, Pini M, Lo Presti L, et al. Assessment on Low Complexity C/No Estimators Based on M-PSK Signal Model for GNSS Receivers, Position, Location and Navigation Symposium [C]. 2008 IEEE/ION 5-8, Monterey, California, 2008

[9] Pauluzzi D R, Beaulieu N C. A Comparison of SNR Estimation Techniques for the AWGN Channel[J]. IEEE Trans on Comm, 2000, 48(10): 1 681-1 691

第一作者简介: 巴晓辉, 副教授, 博士, 研究方向: GPS/Galileo/Compass 接收机基带的设计。
E-mail: baxiaohui@163.com