

文章编号: 1000-050X(2000)06-0542-06

近景摄影测量限差的特殊性

冯文灏¹

(1 武汉测绘科技大学信息工程学院, 武汉市珞喻路 129 号, 430079)

摘 要 在近景摄影测量的全过程中, 包括摄影机检校、实地控制测量以及摄影测量处理各阶段, 其操作限差存在特殊的理论, 系统说明这些理论并详尽推导了一系列相应的关系式。

关键词 近景摄影测量; 尺寸; 形状; 绝对位置; 限差; 特殊性

分类号 P234.1 **文献标识码** A

实施近景摄影测量的目的是测定建筑目标、工业目标以及生物医学目标的形状和大小, 而不关心所测物体的绝对位置。近景摄影测量各个作业流程所引起的目标物模型整体的平移和旋转, 并不影响目标物的形状尺寸; 在近景摄影测量的控制测量阶段和随后的摄影测量处理阶段, 更应仔细分析所有造成目标尺寸形状变形的作业工序, 研究其限差的特殊性。近景摄影测量的测量对象形态千变万化, 尺寸大小十分悬殊, 精度要求又各不相同, 因此, 其限差特殊性的分析十分重要。本文所涉及的问题包括近景摄影机检校精度要求理论关系式, 近景控制测量中基线测定精度要求限差关系式, 近景控制测量中起始方向测定精度关系式, 近景摄影测量绝对定向精度(包括摄影基线测定精度和置平精度)要求限差关系式以及说明近景摄影测量中交角误差的限差的特殊性。

1 近景摄影机内方位元素的检定精度要求

恢复曝光瞬间光束形状的要害称为内方位元素。借助检定的内方位元素可恢复所摄像片与投影中心间的相对几何关系, 从而恢复光束的形状, 并进行后续的摄影测量处理。可见, 内方位元素的检定十分重要。所以, 世界各国大公司出售的量测摄影机的内方位检定均采用高精度方法, 如可达±0.01mm。对非量测摄影机, 包括各种类型的摄像机, 近景摄影测量工作者也提出种种方法, 对其进行严格的检定。对近景摄影机的检校

精度要求不能等而划之。
依正直摄影测量的基本关系式:

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = \frac{B}{p} \begin{bmatrix} x \\ y \\ -f \end{bmatrix} \tag{1}$$

像主点坐标中误差 (m_{x_0}, m_{y_0}) 以及主距中误差 m_f 与物方空间坐标中误差 (m_X, m_Y, m_Z) 间的关系式为:

$$\begin{bmatrix} m_X \\ m_Y \\ m_Z \end{bmatrix} = \frac{Z}{f} \begin{bmatrix} m_{x_0} \\ m_{y_0} \\ m_f \end{bmatrix} \tag{2}$$

近景摄影测量仅关心静态对象的形状与尺寸, 而不关心它的绝对位置和被测对象的任何整体移位和旋转。当被测物体在深度方向(即 Z 方向)有深度差 h 的情况下, 因内方位元素误差造成的物方空间坐标误差为:

$$\begin{aligned} m_X &= m_{x_0} \frac{h}{f} \\ m_Y &= m_{y_0} \frac{h}{f} \\ m_Z &= m_f \frac{h}{f} \end{aligned} \tag{3}$$

因而, 内方位元素测定精度的关系式应为:

$$\begin{aligned} m_{x_0} &= m_{y_0} = \frac{f}{h} m_{X,Y} \\ m_f &= \frac{f}{h} m_h \end{aligned} \tag{4}$$

式中, $m_{X,Y}$ 为所要求的物方平面测定精度。
内方位元素检定精度与对象起伏(即与近景测量对象的深度差) h 有关。 h 值越小, 内方位元

素检定精度 (m_{x_0}, m_{y_0}, m_f) 要求越低。当 $h = 0$ 时, 对检定则没有任何要求。换言之, 当被测对象是一平面时, 可以不进行内方位元素的检定。把一个未知内方位元素的像对随意放置在解析测图仪上, 也可以完成相对定向过程, 而且在具备绝对控制的条件下, 也能将外形为平面的对象测绘准确。

当对 $m_{X,Y}$ 与 m_h 产生影响的误差源不只内方位元素检定误差 1 个, 而是 n 个时, 其关系式应为:

$$m_{x_0,y_0} = \frac{f}{\sqrt{nh}} m_{X,Y}$$
$$m_f = \frac{f}{\sqrt{nh}} m_h$$

(5)

式中, m_{x_0,y_0} 为摄影机主点测定精度; n 为误差源的个数。

对工业目标, 常要求 $m_{X,Y} = m_h$, 如深度方向要求的相对精度为 $1/A = m_h/h$, 且设定各内方位元素检定精度要求相同, 即 $m_{内} = m_{x_0,y_0} = m_f$, 则式(5)可简化为:

$$m_{内} = f/(\sqrt{nA})$$

(6)

对一铜制塑像的近景摄影测量, $A = 1\ 500$ ($m_h = 2\text{mm}$, $h = 3\ 000\text{mm}$), $f = 100\text{mm}$, 有 $m_{内} = \pm 0.04\text{mm}$; 对于一鱼种形态的近景摄影测量, $A = 100$ ($m_h = 0.5\text{mm}$, $h = 50\text{mm}$), $f = 60\text{mm}$, 有 $m_{内} = \pm 0.35\text{mm}$; 对一汽车外壳的近景摄影测量, $A = 10\ 000$ ($m_h = 0.1\text{mm}$, $h = 1\ 000\text{mm}$), $f = 100\text{mm}$, 则有 $m_{内} = \pm 0.005\text{mm}$ 。

可见, 不同的近景摄影测量目标对检定精度的要求悬殊甚大。以上 3 个例子, 其 $m_{内}$ 介于 $0.005\text{mm} \sim 0.350\text{mm}$ 之间, 较之 0.01mm 有高有低。不同的近景摄影测量目标对摄影机检定精度的要求大不相同, 长期从事某种环境下某种目标的测定, 必有一合理的检定标准。例如, 如果震动平台上摄像机内方位元素的某种变化所造成的影响是可估计的, 那么统一地把检定精度控制在 $\pm 0.01\text{mm}$ 就不妥, 而满足某种摄像目标精度要求时, 却并不需要 $\pm 0.01\text{mm}$ 的检定精度。

2 绝对定向中的限差

绝对定向是把摄影测量所建模型纳入给定物方空间坐标系的过程。绝对定向过程的完成通常依据物方布置控制, 包括控制点或相对控制。相对控制是摄影测量处理中未知点间某种已知的几何关系。模拟法的、解析法的或数字近景摄影测

量, 其绝对定向执行如下三维空间相似变换:

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_0 \\ Y_0 \\ Z_0 \end{bmatrix} + \lambda \mathbf{R} \begin{bmatrix} X_p \\ Y_p \\ Z_p \end{bmatrix}$$

(7)

把摄影测量坐标 (X_p, Y_p, Z_p) 经过旋转 \mathbf{R} (含 Φ, Ω, κ)、缩放 λ 和平移 (X_0, Y_0, Z_0) 共 7 个元素, 可变换为物方空间坐标 (X, Y, Z)。

近景摄影测量的对象以测定其形状和大小为目的, 而不关心其绝对位置。所以, 物方空间坐标系 $D-XYZ$ 的选择是任意的, 其坐标轴的方向也可方便定义, 其模型的平移量 (X_0, Y_0, Z_0) 显然也不影响测量对象的形状与尺寸。

如取两物方点 i 与 j , 点 j 相对点 i 的坐标差表示为:

$$\begin{bmatrix} \Delta X \\ \Delta Y \\ \Delta Z \end{bmatrix}_{j-i} = \lambda \mathbf{R} \begin{bmatrix} \Delta X_p \\ \Delta Y_p \\ \Delta Z_p \end{bmatrix}_{j-i}$$

(8)

依式(8), 比例尺误差 $d\lambda$ 以及旋转矩阵误差 $d\mathbf{R}$ 对物方空间坐标差的影响为:

$$d \begin{bmatrix} \Delta X \\ \Delta Y \\ \Delta Z \end{bmatrix}_{j-i} = d\lambda \cdot \mathbf{R} \begin{bmatrix} \Delta X_p \\ \Delta Y_p \\ \Delta Z_p \end{bmatrix} + \lambda d\mathbf{R} \cdot \mathbf{R} \begin{bmatrix} \Delta X_p \\ \Delta Y_p \\ \Delta Z_p \end{bmatrix}$$

(9)

设 $\lambda \approx 1$, 且 $[\Delta X \ \Delta Y \ \Delta Z]^T = \mathbf{R} [\Delta X_p \ \Delta Y_p \ \Delta Z_p]^T$, 有:

$$d \begin{bmatrix} \Delta X \\ \Delta Y \\ \Delta Z \end{bmatrix} = d\lambda \begin{bmatrix} \Delta X \\ \Delta Y \\ \Delta Z \end{bmatrix} + d\mathbf{R} \begin{bmatrix} \Delta X \\ \Delta Y \\ \Delta Z \end{bmatrix}$$

(10)

2.1 关于比例尺系数误差的限差

由式(10)右边第一项, 比例尺系数中误差 m_λ 引起的物体尺寸上的中误差为:

$$m \begin{bmatrix} \Delta X \\ \Delta Y \\ \Delta Z \end{bmatrix} = m_\lambda \begin{bmatrix} \Delta X \\ \Delta Y \\ \Delta Z \end{bmatrix}$$

(11)

摄影基线 B 的相对中误差为 m_B/B , 其影响与式(11)中的比例尺系数中误差 m_λ 的影响一致, 即

$$\frac{m_{\Delta X}}{\Delta X} = \left\{ \frac{m_B}{B} \right\}_{\Delta X}$$
$$\frac{m_{\Delta Y}}{\Delta Y} = \left\{ \frac{m_B}{B} \right\}_{\Delta Y}$$
$$\frac{m_{\Delta Z}}{\Delta Z} = \left\{ \frac{m_B}{B} \right\}_{\Delta Z}$$

(12)

式中, ($\Delta X, \Delta Y, \Delta Z$) 是被测物体在物方空间坐标系中不同方向的尺寸; 上式右边各项表示 ($X, Y,$

如方位角有 $+5''$ 变化, 则 α 角减小 $5''$, β 角增大 $5''$ 。

若以 α_{Ap} 、 α 和 β 为变数对式(19)微分, 有点位坐标移位量为:

$$\begin{aligned}dX_p &= S \frac{\delta}{\rho} \cdot \frac{\cos \alpha_{Ap} \cos \beta - \sin \alpha_{Ap} \sin \beta}{\sin(\alpha + \beta)} \\dY_p &= S \frac{\delta}{\rho} \cdot \frac{\sin \alpha_{Ap} \cos \beta + \cos \alpha_{Ap} \sin \beta}{\sin(\alpha + \beta)}\end{aligned}\tag{21}$$

取测站 A 至测站 B 的方向为坐标系的 Y 轴, 如同近景控制测量惯用的那样, 因 $\sin \alpha_{Ap} = \cos \alpha$, $\cos \alpha_{Ap} = \sin \alpha$, 故上式可简化为:

$$\begin{aligned}dX_p &= S \frac{\delta}{\rho} \frac{\sin(\alpha - \beta)}{\sin(\alpha + \beta)} \\dY_p &= S \frac{\delta}{\rho} \frac{\cos(\alpha - \beta)}{\sin(\alpha + \beta)}\end{aligned}\tag{22}$$

点位移位置 dp :

$$dp = (dX_p^2 + dY_p^2)^{\frac{1}{2}} = \frac{S \delta}{\sin \gamma \cdot \rho}$$

设有一正方形目标, 其4角位置(P_1, P_2, P_3, P_4)如图 1 所示, 经分析可知, 当起始方向线存在误差 δ 时, 此 4 个点的坐标变化量如表 1 所示, 其中, $\alpha = S \frac{\delta}{\rho}$ 。

表 1 变形式

Tab. 1 Deformation Capacity

	dX	dY
P_1	a	a
P_2	$-a$	a
P_3	$-a$	$2a$
P_4	a	$2a$

当 a 为小值时, 正方形变化后的图形是相对原始位置经扭转和变形后的一个菱形。它各个周边的边长没有变化, 而两对角线一个变长, 一个变短, 变化的绝对值相同。

此时, 长短对角线长 l 的一般表达式为:

$$l = \sqrt{2S^2 \pm 2Sa + 5a^2} \approx \sqrt{2S^2 \pm 2Sa}$$

长短对角线长度的差值 dl 为:

$$|dl| = \left| \sqrt{2S^2 + 2Sa + 5a^2} - \sqrt{2S^2 - 2Sa + 5a^2} \right| \approx \left| \sqrt{2}a \right| \tag{23}$$

如测定对角线所允许的中误差设为 m_l , 则有:

$$m_l = \frac{\sqrt{2}}{2}a = \frac{\sqrt{2}}{2}S \cdot \frac{m_\delta}{\rho}$$

则起始方向线允许的中误差为:

$$m_\delta = \sqrt{2} \cdot \frac{m_l \rho}{S} \tag{24}$$

若 $S = 5\,000\text{mm}$, 点位测定中误差允许值为 $\pm 0.1\text{mm}$, 即 $m_l = \pm 0.1\sqrt{2}\text{mm}$, 则起始方向线允

许的测定中误差 $m_\delta = \pm 5.8''$ 。若 $S = 5\,000\text{mm}$, $m_l = \pm 0.5\sqrt{2}\text{mm}$, 则 $m_\delta = \pm 29.2''$ 。

由以上分析可知:

1) 两测站(A, B)起始方向存在某种系统误差, 近景摄影测量施测控制时, 各点的坐标位移可依照式(22)非常方便地予以估计;

2) 在特别困难的目标面前, 如图 1 所示, 最佳交会角为 45° , 目标面积达到 S^2 , 即使点位测定精度为 $\pm 0.1\text{mm}$, 相对误差已达到 $1/50\,000$ 的情况下, 起始方向的允许中误差可放宽到 $6''$ 。

3) 过去在实施近景摄影测量控制时, 常要求起始方向线的测定精度维持在 $\pm(1 \sim 2)''$ 的级别, 通过以上讨论可知, 确实可放宽起始方向线的测定精度。

4) 为了使两测站起始方向线的误差达到等大同向或基本等大同向, 可以在两测站连线的延长线附近, 且尽量远离两测站的地方选择定向点; 而使用平行光管法时, 起始方向线的误差本身就是等大同向的。

4 近景摄影测量中交角限差的特殊性

相对定向是构建与所测目标相似几何模型的过程, 其定向元素的残差产生左右视差的误差 δ_p , 从而使模型扭曲。在特别敏感的高程方向, 对高差扭曲值 dh 影响的最大者应是 $d\varphi_1$ 与 $d\varphi_2$, 可近似地表示为:

$$\begin{aligned}dh &= \frac{H}{p} [f(d\varphi_1 - d\varphi_2) + \\&\frac{1}{f}(x_1^2 d\varphi_1 - x_2^2 d\varphi_2)]\end{aligned}\tag{25}$$

此式中 x_1 与 x_2 的近似式为:

$$x_1^2 = \left[\frac{f}{H} X \right]^2; x_2^2 = \left[\frac{f}{H} \right]^2 (X - B)^2$$

故 dh 又可写为:

$$\begin{aligned}dh &= \frac{H^2}{B} (d\varphi_1 - d\varphi_2) + \frac{X^2}{B} (d\varphi_1 - \\&d\varphi_2) - (B - 2X) d\varphi_2\end{aligned}\tag{26}$$

为了简化讨论过程, 假设在 $d\varphi_1 = -d\varphi_2 = \Delta\gamma$ 的同一条件下进行比较, 并且认为 $\Delta\gamma$ 是交角误差(组成部分)。这时

$$\begin{aligned}dh &= \frac{2H^2}{B} \Delta\gamma + \left[\frac{2X^2}{B} - 2X + B \right] \Delta\gamma = \\&dh_1 + C_1\end{aligned}\tag{27}$$

现将航空摄影测量交角限差的影响与近景摄影测量交角限差的影响予以比较。

4.1 航空摄影测量条件下的交角角限差

给航空摄影测量条件下一个优惠条件,即让式(27)中的 C_1 部分为最小:

$$C_1 = \left[\frac{2X^2}{B} - 2X + B \right] \Delta\gamma = \min \quad (28)$$

由于

$$\frac{dC_1}{dX} = \left[\frac{4X}{B} - 2 \right] \Delta\gamma = 0;$$

$$\frac{d^2 C_1}{d^2 X} = \frac{4}{B} > 0$$

即在 $X = B/2$ 时, C_1 值为最小,故此时式(27)有如下形式:

$$dh = \frac{2H^2}{B} \Delta\gamma + \frac{B}{2} \Delta\gamma \quad (29)$$

转为中误差,有高差扭曲的中误差 m_{dh} 为:

$$m_{dh} = \left[\frac{2H^2}{B} + \frac{B}{2} \right] m_{\Delta\gamma} \quad (30)$$

考虑到高差扭曲值的中误差 m_{dh} 应小于高程测定中误差 m_h 的 $\sqrt{2}$ 倍:

$$m_{dh} < \sqrt{2} \cdot \frac{H}{f} \cdot \frac{H}{B} \cdot m_p \quad (31)$$

比较式(30)与式(31),有:

$$\left(\frac{2H^2}{B} + \frac{B}{2} \right) m_{\Delta\gamma} < \sqrt{2} \cdot \frac{H}{f} \cdot \frac{H}{B} \cdot m_p \quad (32)$$

即在航空测量条件下,交角角误差中误差的允许值 $m_{\Delta\gamma}$ 为:

$$m_{\Delta\gamma} < \frac{2\sqrt{2}H^2 m_p}{f(4H^2 + B^2)} \cdot \frac{m_p}{f} \approx \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{m_p}{f} \quad (33)$$

推演上式时,考虑到一般情况下 $4H^2 \gg B^2$,故略去 B^2 ,以使表达式简明。

4.2 近景摄影测量条件下的交角角限差

式(27)表明,高差扭曲值 dh 是由两部分组成的,一部分与航高 H 有关,另一部分仅与平面坐标 X 值有关。不同于航空摄影测量,近景摄影测量比较容易布置高差相对控制,即在高程方向布置已知长度。高差相对控制的顶部点与底部点的 X 值相等,即式(27)中的 $\left(\frac{2X^2}{B} - 2X + B \right) \Delta\gamma$ 部分对两点是相同的,那么两点间高差的扭曲值就可表示为:

$$dh = 2(H_2^2 - H_1^2) \frac{\Delta\gamma}{B} = h \frac{H}{B} \Delta\gamma \quad (34)$$

式中, h 表示两点间高差; $H = \frac{1}{2}(H_2 + H_1)$ 表示平均航高。

将式(34)转为中误差,并与式(31)相比较有:

$$h \frac{H}{B} m_{\Delta\gamma} < \sqrt{2} \frac{H}{f} \frac{H}{B} m_p \quad (35)$$

即在近景摄影测量条件下,交角角误差的中误差的允许值 $m_{\Delta\gamma}$ 的表达式:

$$m_{\Delta\gamma} < \frac{H}{f} \sqrt{2} \frac{m_p}{f} \quad (36)$$

比较式(36)与式(33)可以看出,近景摄影测量可容易地布置高差相对控制,其交角角误差的允许值远比航空摄影测量时宽松。

5 结 语

1)在测定目标的形状与尺寸,而不关心目标绝对位置的前提下,本文重新系统地考虑了近景摄影测量各环节的限差关系式;导出了近景摄影机的检定精度要求与被测物体的起伏大小的理论关系;提出了在近景双测站控制测量中,基线的测定精度要求与被测物体的尺寸有精度要求的限差关系式,以及两测站起始方向线等大同向的误差(包括两方向线误差的等大同向部分)对尺寸性测量成果影响的理论关系式;指明了摄影基线的测定限差关系式和绝对定向角元素误差的限差关系式;强调在布置有高差相对控制的近景摄影测量任务中,其交角角误差的允许值较航空摄影测量有利。

2)全面考虑上述这些限差关系式,对某一特定目标可能会在提高效率、降低成本,有助于误差分析、合理选择摄影测量处理方案、选择较低档的硬软件设备以及适应恶劣环境等方面有明显的经济效益或实用意义。

3)本文内容对以测量目标物的大小和形状为目的的其他测量手段,如以双全站仪测定某工业目标的尺寸与形状时,也有参考意义。

致谢:感谢李欣、伍岳等同志验证了控制测量起始方向线测定限差关系式的正确性。

参 考 文 献

- 王之卓. 摄影测量原理. 北京: 测绘出版社, 1983
- 武汉测绘科技大学测量学编写组. 测量学. 北京: 测绘出版社, 1993
- 冯文灏, 李建松, 李欣, 等. 用于工业部件检测与放样的特高精度工业测量控制网的建立. 测绘学报, 2000, 29(4): 362 ~ 368
- 冯文灏. 工业测量中特高精度工业测量控制网的建立方法. 武汉测绘科技大学学报, 1999, 24(2): 119 ~ 123
- 冯文灏. 近景摄影测量的控制. 武汉测绘科技大学学报, 2000, 25(5): 453 ~ 459
- 冯文灏. 关于近景摄影机检校的几个问题. 测绘通报, 2000(10): 1 ~ 3

7 冯文灏. 非地形摄影测量. 北京: 测绘出版社, 1985

与特殊精密工业测量技术研究。代表成果: 立体视觉系统检校中引入制约条件的推演; 基于激光经纬仪的结构光摄影测量原理探讨和工业测量中特高精度控制网的建立方法。

冯文灏, 男, 62 岁, 教授, 博士生导师。现从事近景摄影测量

E-mail: whfeng@wtusm.edu.cn

The Specific Characteristics of Limit Errors in Close Range Photogrammetry

Feng Wenhao¹

(1 School of Information Engineering, WTUSM, 129 Luoyu Road, Wuhan, China, 430079)

Abstract Close-range photogrammetry is to determine the shape and size of the object, in stead of it's absolute position. Therefore, at first, any translation and rotation of the photogrammetric model of the object caused by whole geodesic, photographic and photogrammetric procedures in close-range photogrammetry could not be considered, in other hand, it is necessary to analyze the all reasons which cause the deformations of the shape and size and to present their corresponding theories and equations. This situation, of course, is very different from the conventional topophotogrammetry. In this paper some specific charateristics of limit errors in close-range photogrammetry are presented in detail, including limit errors for calibration of interior elements for close-range cameras, the limit errors of relative and absolute orientations in close-range photogrammetric procedures, and the limit errors of control works in close range photogrammetry. A theoretical equation of calibration accuracy for close-range camera is given. Relating to 3 examples in this paper, their theoretical accuracy requirement of interior elements of camera change in the scope of $\pm(0.005 \sim 0.480)\text{mm}$. This discussion permits us to reduce accuracy requirment in calibration for an object with small relief, but the camera platform was located in violent vibration environment. Another theoretical equations were also presented for control works in close-range photogrammetry, among them there is equation of relative RMS of base lines (m_S/S), and the equation RMS of start direction. It was proved that the m_S/S could be equal to the relative RMS of $m_{\Delta X}/\Delta X$. It was proved as well that the permitting RMS of start direction is much bigger than the consistently using one. Some useful equations of limit errors in close range photogrammetry were presented as well. Above mentioned suggestions are perhaps beneficial for increasing efficiency, for reducing production cost.

Key words close-range photogrammetry; size; shape; absolute position; limit error; specific characteristic

FENG Wenhao, male, 62, professor, Ph. D supervisor. His chief research aspects involve technique of close range photogrammetry and special industrial surveying. His typical achievements include an investigation into the principles of structured light photogrammetry based on laser-theodolite, deduction of constraint conditions in the calibration of stereo-vision system, etc.

Email: whfeng@wtusm.edu.cn