

文章编号: 1000-050X(2000)06-0485-06

GPS 监测系统基准形变分析与动态随机模拟^{*}

黄声享¹ 刘经南²

(1 武汉测绘科技大学地学测量工程学院, 武汉市珞喻路 129 号 430079)
(2 武汉测绘科技大学校长办公室, 武汉市珞喻路 129 号, 430079)

摘 要 把 GPS 自动化监测系统中工作基点的长期观测资料看成为与时间有关的动态随机序列, 应用随机过程理论的相关分析法和数字信号系统中的频谱分析法, 研究了隔河岩大坝 GPS 自动监测系统中工作基点的稳定性。结果表明, 该系统的工作基点在垂直方向上存在微小线性形变, 并有约 1a 的长周期变化趋势特征。为验证分析结论的可靠性, 采用了随机数生成器进行随机数序列仿真, 所得结果是一致的。研究表明, 用大子样容量的时序观测资料可以识别隐含在时序误差中的微小形变趋势分量。

关键词 GPS 形变监测; 随机过程; 相关分析; 频谱分析; 数字仿真

分类号 P228.42 **文献标识码** A

变形监测中, 不管是参考网还是相对网, 也不管其观测周期的长短, 只要不是同时观测的, 其点位都有可能变动, 只不过变动量的大小不同而已。基准的稳定性在变形分析中是个相对的概念, 如果观测的精度较低或者说误差较大, 基准的微小形变一般更难识别。GPS 作为一种新的变形监测手段, 用于变形体的监测, 同样存在类似的问题。既然变形与时间有关, 同时每期观测又相互独立, 那么, 完全可以将各期观测成果看成为一个与时间有关的动态变形观测序列, 即“时间序列”。应用数字信号系统中的随机过程相关性分析和频谱分析等数理统计的理论和方法作分析, 以寻找基准的形变规律。这对变形监测成果的分析与预报工作是极为重要的。集现代计算机技术、数据通信技术、空间定位技术和网络管理为一体的隔河岩大坝 GPS 自动监测系统^[1], 是精密工程变形监测自动化的一个典型范例。本文以该系统为例, 顾及监测过程影响因素的复杂性, 探讨自动化监测系统中形变分析的有效方法, 以完善系统的数据分析模块。

1 有关理论及方法

1.1 平稳随机过程的各态历经性
通常把自变量为时间 t 的随机函数叫做随机

过程^[2,3]。随机函数 $x(t)$ 样本的集合为:
$$x(t) = \{x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t)\} \quad (1)$$

式中, $x_i(t)$ 表示随机函数的一个“现实”。
在一般情况下, 随机过程 $x(t)$ 的数字特征(如数学期望、方差、协方差函数和相关函数等)预先并不知道, 因此, 需要根据它的大量现实来确定。而在测量实践中, 由式(1)可见, 对某一时刻 t 要取得大量的“现实”十分困难, 甚至不可能。所以, 通常就用一个“现实”(即单个观测得到的时间历经)来估计其统计特性。为此, 在随机过程理论的应用中, 引入了各态历经性的概念。随机过程的各态历经性是针对平稳随机过程而言的, 其实质就是通过一个“现实”来求特征量。
测量实践中, 表示平稳现象的随机数据一般都是各态历经的。比如, 在变形监测中得到的一个动态随机数据时间序列, 由于变形趋势项不明显, 或者说比较隐蔽, 预先并不了解它是否属于平稳随机过程, 因此, 首先假定该时间序列是各态历经随机序列, 然后再通过它的特征量来分析是否满足平稳随机过程的条件和性质。

同时, 由实际观测得到的时间序列一般都是离散型的, 其各态历经随机过程特征量的实际估计公式为:

$$\mu_x = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x(t_i) \quad (2)$$

收稿日期: 2000-07-18.
^{*}国家自然科学基金资助项目(49674206); 测绘遥感信息工程国家重点实验室开放研究基金资助项目(990201)。

$$D_x = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x(t_i) - \mu_x)^2 \tag{3}$$

$$D_x(\tau) = \frac{1}{n-k-1} \sum_{i=1}^{n-k} \{ x(t_i) - \mu_x \} \cdot \{ x(t_{i+k}) - \mu_x \}, 0 \leq k < n-1 \tag{4}$$

$$\rho(\tau) = \frac{D_x(\tau)}{D_x} \tag{5}$$

式中, μ_x 为均值的估值; D_x 为方差的估值; $D_x(\tau)$ 为协方差函数的估值; $\rho(\tau)$ 为标准化自相关函数的估值。

1.2 相关性分析

为了反映随机过程不同时刻之间的相关程度, 要用到自相关函数。自相关函数可用相关矩来定义^[2]:

$$K_x(t, t+\tau) = E[(x(t) - \mu_x(t)) \cdot (x(t+\tau) - \mu_x(t+\tau))] \tag{6}$$

对于各态历经随机过程, 自相关函数 $K_x(\tau)$ 事实上就是式(4)的协方差函数 $D_x(\tau)$ 。平稳随机过程的自相关函数 $K_x(\tau)$, 具有如下重要的实用性质:

- 1) 当 $\tau=0$ 时, 自相关函数 $K_x(\tau)$ 取得最大值, 并且等于方差 D_x 。由式(5)可见, $\rho(\tau)=1$ 。
- 2) 当 $\tau \rightarrow \infty$ 时, 假若随机函数 $x(t)$ 与 $x(t+\tau)$ 不相关, 则其标准自相关函数估值 $\rho(\tau)$ 应趋于 0。据此可以识别所研究的时间序列是否是各态历经的。
- 3) 如果平稳随机过程 $x(t)$ 中含有周期性成分, 则它的自相关函数 $K_x(\tau)$ 中亦含有周期性成分, 且其周期与过程的周期相同。

据式(5)可以绘制标准自相关函数的估计曲线, 根据相关图便可直观地了解观测数据的时间序列是否存在非随机的变化规律。

1.3 频谱分析

动态随机时间序列研究的另一途径是频谱分析^[4]。该方法是将时域内的随机数据序列通过傅立叶(Fourier)级数转换到频域内进行分析, 它有助于确定时间序列的准确周期并判别隐蔽性和复杂性的周期数据。对于时间序列 $x(t)$ 的傅立叶级数展开式为:

$$x(t) = A_0 + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos(2\pi nft) + b_n \sin(2\pi nft)) \tag{7}$$

式中, $f = 1/T$ 为 $x(t)$ 的基本频率; $A_0 = \frac{1}{T} \int_0^T x(t) dt$; $a_n = \frac{2}{T} \int_0^T x(t) \cos(2\pi nft) dt$; $b_n = \frac{2}{T} \int_0^T x(t) \sin(2\pi nft) dt$; $n = 1, 2, \dots$ 。

式(7)还可以写成如下形式:

$$x(t) = A_0 + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \sin(2\pi nft + \varphi_n) \tag{8}$$

式中, $A_n = \sqrt{a_n^2 + b_n^2}$ 为傅立叶级数的频谱值; $\varphi_n = \tan^{-1}(a_n/b_n)$ 为傅立叶级数的相位角, 即相位谱值。

式(8)表明了复杂周期数据由一个静态分量 A_0 和无限个不同频率的谐波分量组成。实用上, 对于离散的有限时间序列, 应用频谱分析法求频率谱值(A_n, φ_n)实际就是求式(7)中的傅立叶系数 A_0, a_n 和 b_n 。设观测时间 T 内的采样数为 N, t_k 时刻的观测值为 $x(t_k), k=0, 1, 2, \dots, N-1$, 则

$$A_0 = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} x(t_k) \tag{9}$$

$$a_n = \frac{2}{N} \sum_{k=0}^{N-1} x(t_k) \cos(2\pi nk/N) \tag{10}$$

$$b_n = \frac{2}{N} \sum_{k=0}^{N-1} x(t_k) \sin(2\pi nk/N) \tag{11}$$

式中, $n = 1, 2, \dots, M, M$ 满足条件 $N \geq 2M+1$ 。

1.4 最小二乘曲线拟合

对于时间序列的线性趋势项估计, 应用线性函数表达式

$$x(t) = b + m \cdot t \tag{12}$$

按最小二乘法拟合。线性关系的显著性可用相关系数 ρ 进行检验。

对于时间序列的周期趋势项估计, 由于观测系统误差影响因素的复杂而呈现复杂周期性, 如果数据采样的时间间隔相等, 则应用频谱分析求频率谱值不失为一种理想的建模方法。但是, 实际系统经常受各种主客观因素的影响, 观测序列在时间上会出现“断链”。常用的插值法或许是一种补救方法, 但对于受多种因素综合影响的 GPS 监测系统而言, 如何进行内插以及内插是否有效等问题还有待研究。为此, 本文将问题看作非线性复杂曲线, 采用高次多项式

$$x(t) = a_0 + a_1 \cdot t + a_2 \cdot t^2 + \dots + a_k \cdot t^k \tag{13}$$

按最小二乘法拟合来逼近该复杂曲线。多项式究竟逼近到几次方, 可用复相关系数 R 进行显著性检验, 以决定合适的拟合函数。

2 实 例

隔河岩大坝外观变形 GPS 自动监测系统共由 7 个点组成, 其中包含两个工作基点(GPS1 和 GPS2)。它们的间距为 1 013m, 高差为 38m。该

系统一般情况 6h 提供一次解算结果, 非常时期 2h 提供一次解算结果。各观测时段的基线解算都是在固定 GPS1 的位置基准条件下进行的。如果两个基准点稳定, 那么由各观测时段解算得到的 GPS2 的位置仅受观测误差的影响, 由此可以构成与时间有关的离散观测随机序列, 该序列是各态历经的, 应满足平稳随机过程的特性。这样, 应用上述的理论和方法进行分析, 就可以判别基准点是否存在变化的趋势项, 从中寻找形变的规律。

本文采用该系统的观测资料(1998-6-10 ~ 1999-12-20)中 GPS1 和 GPS2 的公共观测时段总数有 1 833 个。由于是在固定 GPS1 位置基准条件下进行解算的, 因此, 可用 GPS2 的位置结果来分析 GPS1 和 GPS2 的点位变化。本例仅对 GPS2 的大地高进行了分析。

对于该时间段内 1 833 个 GPS2 大地高的观测值序列, 由式(2)和式(3)可算得其均值为 181.374 2m, 标准差为 5.98mm。然后, 将该观测序列中心化, 便可得到 GPS2 大地高观测误差的时间序列, 如图 1 所示。图 1 为该观测序列的散点图, 它反映了 GPS2 相对于 GPS1 大地高的实际观测误差情况。由图 1 可见, 该观测序列并不是等时间间距, 其中有不少时间段内短缺数据, 这对于实际应用系统来说很正常。另外, 由于系统监测过程中影响因素的复杂性, 加上观测序列误差较大, 从散点图中很难直观地看出形变的规律性。

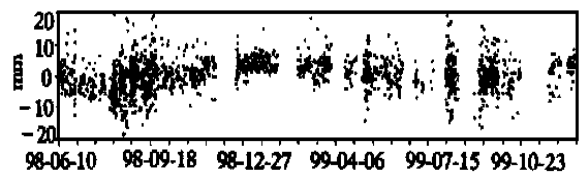


图 1 GPS2 大地高观测误差的时间序列

Fig. 1 The Time Series of Measuring Errors for GPS2 Ellipsoidal Height

应用相关分析法, 由式(4)可知, 无须对观测时间序列作等间隔处理。因为如果观测序列不相关, 也就表明观测与时间次序无关, 所以, 非等间隔作分析是可以来说明问题的。但用频谱分析法时, 由于其建模基础是要求等间隔的观测序列, 只有这样才能确定准确的周期。所以, 对于复杂系统, 离散的非等间隔观测时间序列如何进行插值的问题本文不作讨论, 本文的目的在于借助频谱分析来考察该观测序列是否存在形变的周期项。若观测序列是平稳随机序列, 那么, 子样误差应是随机的, 与序列的时间无关, 其频谱线杂乱无

章, 不会呈现显著的谱值。将非等间隔观测序列按等间隔近似处理, 可以用来考察随机序列是否存在趋势周期成分, 但不能确定周期长度, 这对本文问题的分析已经足够。图 2 和图 3 分别为该误差序列的标准自相关函数估计曲线图和频谱图。

由相关图, 当 $\tau=0$ 时, $\rho(\tau)=1$; 当 $\tau\neq 0$ 时, 相关函数估值 $\rho(\tau)$ 均较小; 但随着时间的推延, $\rho(\tau)$ 并不是严格趋于零, 而呈现一定的周期性。另外, 在频谱图中, 低频部分有两个明显的幅值(分别为 2.2mm 和 1.5mm), 表明该随机序列存在明显的长周期趋势项。

为提取非随机的线性趋势项, 对该观测时间序列采用线性式(12), 建立误差方程:

$$v_i = b + t_i \cdot m - H(t_i), i = 1, 2, \cdots, 1\ 833$$

(14)

应用最小二乘法可确定该观测序列的线性斜率 m , 求解得 $\hat{m}=0.004\ 5$ (对应的时间 t_i 序列以 d 为单位), 如图 4 所示。计算该线性趋势项的相关系数为 $\rho=0.125$, 由文献[6]给出的大子样容量相关系数临界值表, 可得其在置信水平 $\alpha=0.05$ 下的临界值为 0.046, 经检验表明, 观测序列线性趋势显著。若按实际观测序列的时间天数 $\Delta t=558d$ 进行计算, 可得大地高的变化量 dH 为 $+2.51mm$, 即年变化量为 $+1.64mm$ 。

另外, 由于观测序列的复杂周期项事先并不清楚, 因此, 为顾及观测系统的非等间隔时间序列特性, 采用高次多项式(13), 建立误差方程:

$$v_i = a_0 + t_i a_1 + t_i^2 a_2 + \cdots + t_i^k a_k - H(t_i),$$

$$i = 1, 2, \cdots, 1\ 833$$

(15)

按最小二乘法拟合来逼近该复杂曲线, 经复相关系数临界值检验, 认为五阶多项式拟合效果较好, 其拟合曲线见图 4。由图 4 可见, 它非常直观地描述了该观测序列存在长周期趋势项, 变化周期约 1a。

3 随机数序列仿真验证

对动态、离散、随机系统, 由于不确定性影响因素较多, 有时难以用确定性的数学模型对其现象给以合理的解释, 但借助于仿真模型进行观察可能更有效。仿真也称模拟, 是在计算机上模仿实际系统的运行过程, 通过观察和统计系统状态的变化, 从而得到对系统基本性能的估计或认识。对随机现象的仿真, 关键在于产生所需要的随机数。由计算机产生的随机数, 其随机的意义不管怎样总要比真实的随机性差一些, 因此, 严格地讲

应称为“伪随机数”。

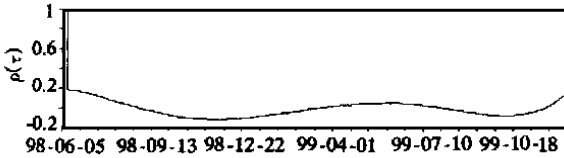


图2 观测序列的自相关函数估计曲线

Fig.2 Autocorrelation Function Cure
Estimating of the Data Series

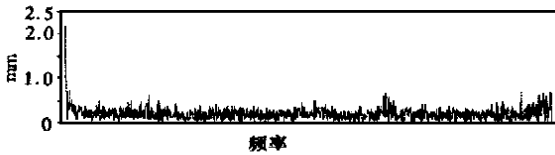


图3 观测序列的频谱图

Fig.3 The Spectra of the Data Series

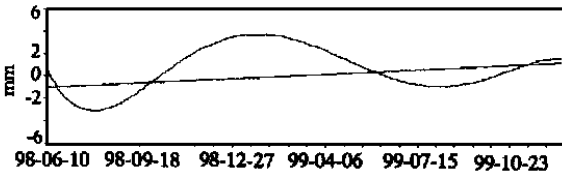


图4 观测序列的趋势项逼近

Fig.4 The Deformation Trend Approximation of
the Data Series

本文采用文献[5]介绍的任意均值与方差的正态分布随机数序列标准程序,给定均值为零、标准差为5.98mm,产生长度为1833的随机数序列,对上述例子进行仿真,并按实际观测时间序列离散化,得到离散的随机数序列散点图,如图5所示。同样,应用相关分析和频谱分析方法对该随机数时间序列分别作相关图和频谱图,并应用最小二乘拟合法实施线性和五阶多项式逼近。结果表明,该随机数序列无任何显著趋势项,具有很好的平稳、随机性,这也表明上述对实例的分析方法是可行的。

然后,对该离散型随机数序列迭加一个均值为零、斜率为0.0045的线性趋势项和一正弦周期项,正弦的函数式(参照图4)用下式模拟:

$$\hat{\phi} = 3.5^{\circ} \sin(2\pi \frac{558^{\circ} i}{365^{\circ} N} - \pi) \text{mm} \quad (16)$$

式中, $i=0, 1, \dots, N-1$; $N=1833$ 。

这样,再对附有线性和正弦函数趋势项的随机数序列分别进行相关性分析和频谱分析,得到相关估计曲线图和频谱图。由图6、图7可见,附有趋势项的随机数序列在相关图和频谱图中得到体现。在相关图中,标准自相关函数的估值随着时间推延,并不是严格趋于零,而呈现一定的周期性;在频谱图中,低频部分有两个明显的幅值(分

别为2.3mm和1.9mm),表明该随机序列存在长周期的趋势项。

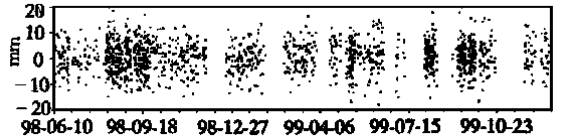


图5 模拟的离散化随机数序列

Fig.5 The Simulation of the Dispersed
Random Data Series

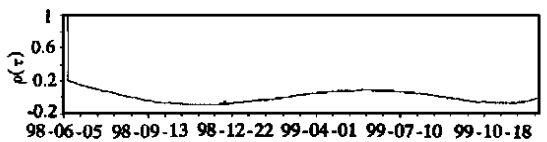


图6 有趋势项的随机数序列相关图

Fig.5 The Correlation Curve of the Random
Series for Adding Variation Trend

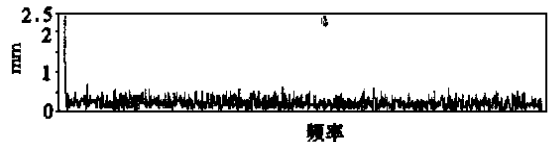


图7 有趋势项的随机数序列频谱图

Fig.7 The Spectra of the Random
Series for Adding Variation Trend

同样,应用最小二乘拟合法进行线性和五阶多项式逼近,其结果见图8。由线性逼近的结果发现,线性斜率发生了部分改变,其斜率值变为0.0035,分析其原因主要是因为所迭加的周期项不是整周期数而引起的,由式(14)可知,对该随机数序列仅迭加了约1.5个周期。仿真表明,由于子样序列的有限性,长周期趋势项(如本实例的年周期)会对线性拟合产生一定的影响。

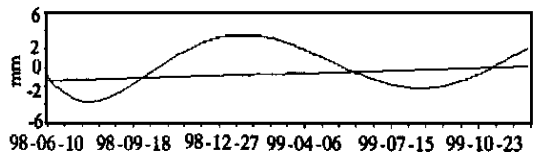


图8 模拟的随机数序列趋势项逼近

Fig.8 The Variation Trend Approximation of
the Random Series

4 结 语

精密工程变形监测GPS自动化系统中,基准形变分析是一项极为重要的工作,由于基准的形变相对于观测误差来说是一个微小量,因此一般很难从观测成果自身中将其区分开来。

本文把 GPS 监测系统的观测资料看成为动态时间序列,应用随机过程理论进行研究。由于实际应用系统受主客观多种因素影响,得到的数据序列一般不会是理想的完整连续序列,因此为形变趋势项的准确识别和系统分析模块的自动实现加大了难度。本文在不回避这一复杂现实的情况下,先应用相关分析和频谱分析的方法来观察数据序列的平稳性和随机性,然后,再应用数学函数(如线性和高次多项式)逼近,达到了较好效果。另外,应用随机数序列的计算机仿真进行了验证。实例分析表明,隔河岩大坝 GPS 自动监测系统中两个工作基点之间,在垂直方向上存在相对微小线性形变(年变化量为+1.64mm),并有长周期(约 1a)相对形变趋势特征。另外,笔者也对该系统工作基点在水平方向上的相对形变作了分析,其线性形变不显著,但同样存在长周期形变特征。

系统的工作基点形变影响因素是错综复杂的,其周期性形变既有可能是 GPS 本身所致,也有可能是大坝水位的落差变化和季节性气候等外界因素所引起;垂直方向的线性形变既有可能与工作基点之间本身的高差较大及距离坝址的远近有关,从而引起非等时效形变,也有可能与坝区地壳形变等因素有关。识别主要影响因素的一种可

行办法是对系统的工作基点实施周期性的精密水准联测,观测周期可设置在低(高)水位和冬(夏)季等时候。也可以用相应的坝水位和温度资料作分析,这部分工作有待进一步研究。

参 考 文 献

1 黄声享,刘经南,李征航.隔河岩大坝外观变形 GPS 自动化安全监测系统数据分析软件设计.武汉测绘科技大学学报,1998,23(增刊):50~55

2 费业泰.误差理论与数据处理.北京:机械工业出版社,1987.145~164

3 张树侠,吴简彤.数据建模与预报.哈尔滨:哈尔滨工程大学出版社,1999.4~11

4 陈永奇,吴子安,吴中如.变形监测分析与预报.北京:测绘出版社,1998.54~55

5 徐士良.C 常用算法程序集(第 2 版).北京:清华大学出版社,1996.322~323

6 周永宏,郑大伟.相关估计显著水平的 Monte Carlo 模拟检验.测绘学报,1999,28(4):313~318

黄声享,男,36 岁,博士生,教授。现主要从事 GPS 工程应用与变形监测研究。代表成果:GPS 相对定位的精度指标研究;GPS 自动化监测系统数据分析软件设计等。
E-mail: sxhuang@wtusm.edu.cn

Datum Deformation Analysis and Dynamic Stochastic Simulation for GPS Monitoring System

HUANG Shengxiang¹ LIU Jingnan²

(1 School of Geo-science and Surveying Engineering, WTUSM, 129 Luoyu Road, Wuhan, China, 430079)
(2 Presidential Secretariat, WTUSM, 129 Luoyu Road, Wuhan, China, 430079)

Abstract It is a very important work to analyze the working datum marks' stability for GPS deformation monitoring system. After the system working some period of time, a large amount of deformation observation data can be obtained, and these data can be described as one time series. If the datum marks is steady-going during this period of time, the time series of the observed data should be an ergodic stochastic series and cohere with the condition and nature of a stationary stochastic process.

The autocorrelation function is one of eigenvalues of the stochastic process, it reflects the relativity of observations in different time. If the stochastic functions are not correlative, the estimation of their standard autocorrelation function should tend to zero when the time tends to infinity. Hereby, we can identify whether the studied time series is ergodic or not. In addition, if the stationary stochastic process contains periodical components, its autocorrelation function has periodical components as well, and the periodicity of both is same.

Generally speaking, the observed data of GPS deformation monitoring system is very difficult to be equally spaced, occasionally missing data within quite a length time, by reason of the influence of various factors (subjective and objective). The frequency spectral analysis is a quite efficient method to analyze periodical signals, but its prominent limitation is that the data must be equally spaced. For this reason, in this paper the spectral analysis is only applied to identify whether the time series has periodical components or not. If it contains periodical components, a higher order polynomial is used to approach the data series by the least-squares method. The practice testifies that this method is greatly effective which is applied for describing the long periodical alteration of the time series.

Taking GPS automatic monitoring system of outside deformation for Geheyuan dam on the Qingjiang river as example, this paper analyzes the deformation characteristics of tow working datum marks for this system. Results show that in vertical component, there is a small linear displacement trend with yearly 1.64mm, and a long periodical deformation trend with about one year; in horizontal direction, the linear displacement trend is not distinct, but there are also the deformation characteristics of a long periodical trend. In order to test and verify above results, the random data generator is employed to simulate the random data series, the end results are coincident. The research indicates that the small linear displacement trend included in the time series' errors can be identified by the time series' data of large sample quantity.

Key words GPS deformation monitoring; stochastic process; correlation analysis; spectral analysis; digital simulation

HUANG Shengxiang, male, 36, Ph.D candidate, professor. His present research interests are in the area of GPS engineering application and high precision deformation monitoring. His typical achievements are estimation of accuracy indicators for GPS relative positioning; design for data analysis software of GPS automatic monitoring system, etc.
Email: sxhuang@wtusm.edu.cn

欢迎订阅《测绘软科学研究》

《测绘软科学研究》是国家测绘局主管、黑龙江测绘局主办的全行业理论性刊物,由国家测绘局经济管理科学研究所承办。创刊以来,为宣传党和国家有关测绘事业的方针政策,交流测绘软科学研究的成果和经验,推动测绘事业的发展做出了积极的贡献。

《测绘软科学研究》由邮局发行,每册 3 元,全年 12 元,邮发代号 14—277。如错过征订时间,可直接与编辑部联系。

地址:哈尔滨市南岗区保健路铁三街 2 号,黑龙江测绘局院内
邮编:150086 电话:0451—6664797