DOI :10.13203/j.whugis2002.06.017
第 27 卷 第 6 期 武 汉 大 学 学 报 · 信 息 科 学 版 Vol.27 No.6
2002 年 12 月 Geomatics and Information Science of Wuhan University Dec. 2002

文章编号:1000-050X(2002)06-0632-05 文献标识码:A

任意多边形间方向关系的计算及其可确定问题

张桥平[1] 李德仁[2] 何 挺[1]

(1 武汉大学遥感信息工程学院,武汉市珞喻路 129 号,430079)
(2 武汉大学测绘遥感信息工程国家重点实验室,武汉市珞喻路 129 号,430079)

摘 要:提出了一种符合空间认知规律的基于栅格化处理的任意多边形间方向关系的计算方法,该方法计算结果与人眼的判断结果非常接近。在此基础上讨论了多边形间方向关系的可确定问题,并提出了一种基于 8 方向隶属度零值个数的两个多边形方向关系可确定程度的判定方法。

关键词:任意多边形;方向关系;栅格化;可确定性;方向隶属度
中图法分类号:P208;P28

方向关系是一类重要的二元空间关系,但是由于人们习惯于语义中方向关系描述的模糊性与数学表达的困难性[1],多边形间的方向关系计算一直是空间信息处理与分析中的一个难题。Peuquet 等较早地研究了任意多边形间方向关系的性质,并提出了一种基于两个多边形外接矩形框方向关系的计算方法[2]。但是多边形与它的外接矩形框近似的假设在很多情况下是与人眼的感觉不相符的,特别是如图 1 中的坐标中心点不在多边形内的凹多边形情况。另外,基于多边形的外接矩形框的方向关系计算方法对“相互缠绕”的多边形的处理显得无能为力。文献[3]介绍了基于两个多边形的最小支撑线方向关系的计算方法,也存在同样的问题。由于多边形的形状与几何关系迥异,已有的算法都不能保证对任意空间目标间方向关系的计算结果与人们的视觉感觉一致[1]。

笔者认为已有算法的局限性在于它们只考虑了多边形的边界特征,而忽略了作为实际空间区域(面)一种抽象表达的多边形的内部特征。从空间认知的角度来看,人眼观察两个多边形的方向关系既考虑了两个多边形的形状和距离,也考虑了两个多边形的内部面特征,也就是说考虑的是两个多边形的整体而不是局部。因此,设计多边形方向关系计算模型时,要充分考虑到这一点。

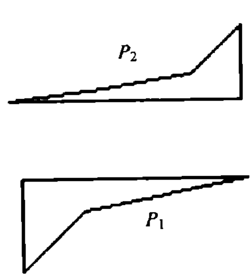


图 1 两个凹多边形

Fig.1 Two Concave Polygons

在多边形方向关系计算中还有一个重要的问题就是两个多边形间方向关系的可确定问题,即什么时候两个多边形方向关系是可确定的,什么时候是不可确定的(或者说没有意义的)。这个问题的解决不仅有助于设计合理的方向关系计算模型,而且还将为方向关系计算结果提供一个确定程度的信息。

1 基于栅格化处理的任意多边形间方向关系计算

1.1 主要思路

本文解决的思路是先将两个多边形按统一的网格间距栅格化,然后依次求出目标多边形 P_2 各网格点相对于参考多边形 P_1 各网格点的方向值(图 2),最后将各方向值的平均值作为 P_2 相对于 P_1 的方向值。有了定量的方向值后就可以根据需要很容易地将其转换为定性的方向关系描述值[2],比如转换为文献[1]引用的8方向模型中的方向值。试验表明,该方法计算出的方向值与人眼判断结果非常一致。

收稿日期:2002-07-23。
项目来源:国家自然科学基金资助项目(40023004)。

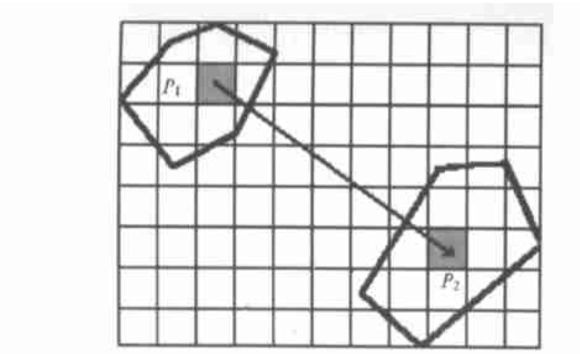


图 2　基于栅格化处理的两个多边形方向关系计算示意图

Fig. 2　Determination of Directional Relationship Between Two Polygons Based on Rasterization Processing

1.2　算法描述

输入: 多边形 P_1、P_2。

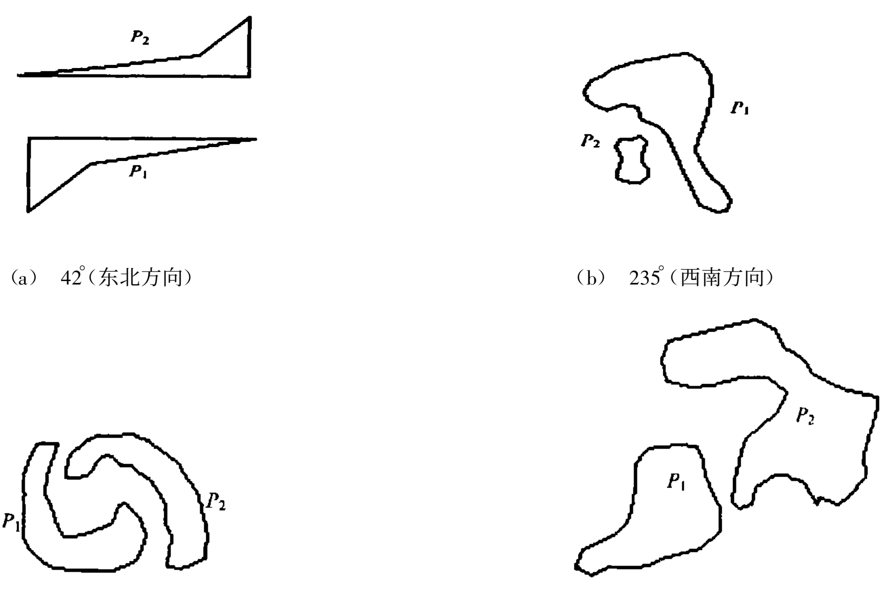
输出: P_2 相对于 P_1 的方向关系值。

1) 将 P_1、P_2 栅格化, 同时记录属于 P_1、P_2 的网格;

2) 分别计算出 P_2 网格点相对于 $P1$ 各网格点的方向值, 将所有方向值取平均输出(或者转换为 8 方向模型中的方向值输出)。

1.3　计算实例

图3 为部分试验图形及其计算结果, 其中, 图 3(b)、图 3(c)选自文献[2], 而图 3(d)选自文献[3], 它们均为相应文献中认为难以处理的一些情况。图中所示角度为 P_2 相对于 P_1 的方向角, 以正东方向为零度角。由图 3 可知, 本算法计算结果与人眼判断结果非常一致。



(a)　42°(东北方向)　　(b)　235°(西南方向)

(c)　65°(东北方向)　　(d)　39°(东北方向)

图 3　部分试验图形及 P_2 相对于 P_1 的方向关系值

Fig. 3　Tested Polygons and Their Directional Relationship Values

1.4　算法分析

基于栅格化处理的两个多边形方向关系计算的主要步骤为: ①两个多边形的栅格化, 假如采用文献[3] 介绍的方法, 栅格化一个多边形的主要步骤为先将多边形各顶点栅格化, 时间复杂度显然为 $O(N_{p_1})$ 及 $O(N_{p_2})$, N_{p_1} 和 N_{p_2} 分别为两个多边形 P_1 和 P_2 的顶点数; 然后求网格中心线与多边形的交点, 再将对应交点间的网格赋值, 这个过程的时间复杂度为 $O(M_1 * N_{p_1})$ 及 $O(M_2 * N_{p_2})$, 其中 M_1 和 M_2 为两个多边形栅格化后网格的行数。②求两个多边形各网格点间的方向值, 这一步的时间复杂度显然为 $O(G_1 * G_2)$, G_1、G_2 分别为属于多边形 P_1 和 P_2 的网格点数。试验表明, 当 G_1 与 N_{p_1}、G_2 与 N_{p_2} 在一个数量级时就能保证方向关系计算的精度。因此, 可以粗略地估计基于栅格化处理的多边形间方向关系计算的总的时间复杂度为 $O(N_{p_1} * N_{p_2})$, 其中 N_{p_1}、N_{p_2} 分别为两个多边形的顶点数。本算法从时间上来看要比已有算法多费一些, 已有算法的时间复杂度一般为 $O(N_{p_1} + N_{p_2})$ 或 $O((N_{p_1} +$

$N_{p_2})\log(N_{p_1}+N_{p_2}))$。但是本算法能计算出任意多边形间的方向关系值,而且计算结果与人眼的判断结果非常一致,这是其他方法所不能比的。

2 多边形方向关系计算的可确定问题

郭仁忠[3]认为,两个多边形的两条最小支撑线的夹角大小反映了两个多边形尺寸差异和相互距离的大小,而这两点恰恰是人眼判断两个多边形方向关系的重要依据。因此,可以根据最小支撑线夹角的大小来判断两个多边形方向关系可确定的程度,即夹角越小两个多边形的方向关系越容易确定,夹角越大方向关系越难确定,但是文献[3]同时指出,很难给出一个统一的指标来决定夹角多大时不能确定两个多边形的方向关系或者说计算出的方向关系没有意义。

Peuquet 等[2]按两个多边形的距离和拓扑关系来讨论多边形方向关系可确定问题,他们将两个多边形的关系区分为远相离(far apart),近相离(in close proximity)和相互缠绕(intertwined)3种情况。其中两个多边形远相离时,计算它们的方向关系可以忽略两个多边形的形状和尺寸大小,直接以两个多边形的中心点来计算,这是多边形方向关系计算中最简单的一种情况。当两个多边形相互缠绕时,不仅要考虑两个多边形的形状和尺寸大小,而且还要考虑两者相互缠绕的程度和方式,这是方向关系计算中最复杂的情况[4],迄今为止还没有哪一种计算模型能比较满意地计算出这种情况下的两个多边形的方向关系。显然第二种情况介于第一和第三种之间,通常第二种情况可以用有关方法来确定两个多边形的方向关系[4]。对于第三种情况,文献[2]根据一个多边形的外接矩形框是否落入另一个多边形的外接矩形框中来定义两个多边形是否"相互缠绕"。但是,同时又指出这样的定义会将很多人眼观察为"近相离"的多边形归为"相互缠绕"情况,因此,文献[2]在最后建议根据两个多边形的最小凸壳来定义是否缠绕,即先求出两外多边形的最小凸壳,若两个最小凸壳有重叠则相应的多边形相互缠绕。显然这比外接矩形框的定义要合理些,但是作者认为依据最小凸壳来定义还是将"相互缠绕"的范围扩大化了,有时与人眼的感觉不一致。由此可知,文献[2]对3种情况的判断和处理还只是讨论性的,并不能提供有效的方法来确定两个多边形到底应该属于哪一种情况。因此,多边形方向关系的可确定性问题并没有得到满意的解决。

实际上两个多边形相互缠绕的程度是判断两个多边形方向关系难易程度的一个指标。可以理解,当两个多边形"相互缠绕"很厉害时,将无法确定它们的方向关系;反之当两个多边形一点也不"相互缠绕"时,很容易地确定它们属于哪种方向关系。

本文提出以两个多边形8方向上"方向隶属度(degree of membership of direction)"零值的多少作为它们的方向关系可确定程度的度量依据。首先,定义某方向上多边形 P_2 相对于多边形 P_1 的方向隶属度 μ_d。如图4所示,假设一组等间距的指定方向的平行方向线将多边形 P_1 分割成 n 块,每一块位于两相邻平行线组成的 n 条平行带中,每一块的面积记为 S_{1_i}, $i=1,2,\cdots,n$。相应地,将位于这 n 条平行带中且后于 P_1 的多边形 P_2 的面积记为 S_{2_i}, $i=1,\cdots,n$,并规定若 $S_{2_i}=0$,则令 $S_{1_i}=0$。则该方向上多边形 P_2 相对于多边形 P_1 的方向隶属度 μ_d 用下式计算:

$$\mu_d=\frac{\sum_{i=1}^{n}S_{1_i}+S_{2_i}}{S_1+S_2}$$

式中,S_1、S_2 分别为多边形 P_1 及 P_2 的总面积。

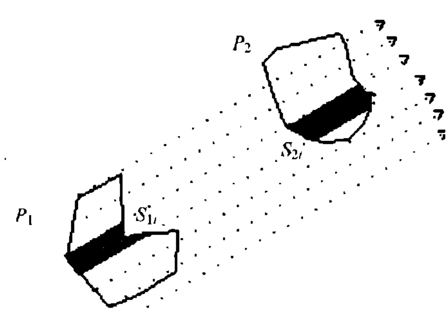


图4 某方向上多边形 P_2 相对于 P_1 的方向隶属度定义

Fig.4 Definition of Directional Membership of P_2 to P_1

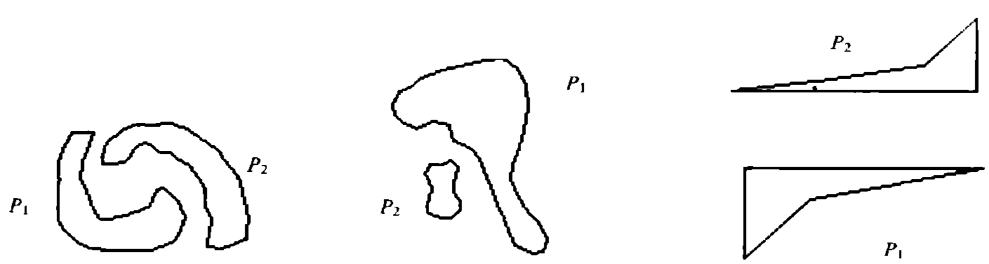
方向隶属度 μ_d 的大小反映了 P_2 相对于 P_1 的方向关系属于指定方向的确定程度。显然,方向隶属度 μ_d 的取值范围为[0,1],当 μ_d 等于1时,表明可以确定地说多边形 P_2 相对于 P_1 的方向关系值就是当前指定的方向值;当 μ_d 等于0或接近0时,表明不应该将多边形 P_2 相对于 P_1 的方向关系值确定为当前指定的方向值。

进一步地,按文献[1]中所引用的8方向模型,可以计算出多边形 P_2 相对于 P_1 8方向隶属度。由于笔者考虑的是简单多边形,在8方向隶属度中,零值一定是连续出现的,而且8个值中零

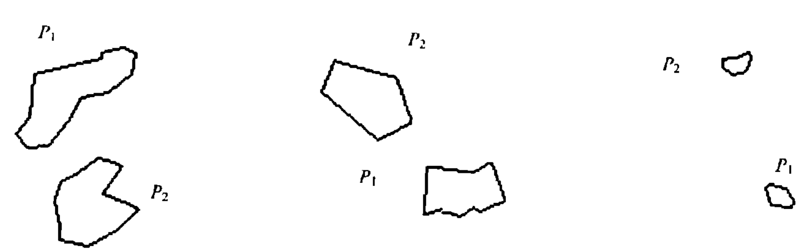
值出现的多少反映了两个多边形方向关系的可确定程度或相互缠绕的程度, 即零值越多方向关系就越容易确定。显然当没有零值时, 两个多边形“相互缠绕”很厉害, 即便是人眼也将无法确定它们之间的方向关系; 反之, 若 8 方向隶属度全为零, 那么可以认为两个多边形为“远相离”, 它们的方向关系很容易确定。

但是在矢量数据结构下计算多边形 P_2 相对于 P_1 的 8 方向隶属度牵涉到大量直线求交运算, 不仅编程复杂而且运行效率比较低。本文提出一种基于栅格化的 8 方向隶属度计算方法: 将多边形栅格化后, 沿 8 个方向扫描整个栅格。对每一个方向的每一条扫描线(扫描线的间距为网格间距), 统计分别属于多边形 P_1 的网格数 G_{1_i} 及后于 P_1 的属于多边形 P_2 的网格数 G_{2_i} (i 为扫描线号), 显然有 $S_{1_i} = S_0 * G_{1_i}$, $S_{2_i} = S_0 * G_{2_i}$, 其中 S_0 为单位网格的面积, 同样若 $S_{2_i} = 0$, 则令 $S_{1_i} = 0$。该方向扫描结束后, 就可以根据前述公式计算该方向两个多边形的方向隶属度。由于 8 方向扫描线和栅格数据有很好的对应关系, 因而算法编程简单, 运行速度快。计算得到的 8 方向隶属度零值个数可作为§2 中所述方法得到的两个多边形方向关系值的一个附属信息输出, 以表明两个多边形本身方向关系的可确定程度。图 3(a)、3(b)、3(c)、3(d)相应的 8 方向隶属度零值个数分别为 5、3、4、4。图 5 为其他试验图形及计算结果。

(a)　8 方向隶属度零值个数为 0　　(b)　8 方向隶属度零值个数为 1　　(c)　8 方向隶属度零值个数为 2



(d)　8 方向隶属度零值个数为 3　　(e)　8 方向隶属度零值个数为 4　　(f)　8 方向隶属度零值个数为 5



(g)　8 方向隶属度零值个数为 6　　(h)　8 方向隶属度零值个数为 7　　(i)　8 方向隶属度零值个数为 8

图 5　8 方向隶属度计算结果示例

Fig. 5　Results of Computation of Eight Directional Memberships

综上所述, 可以根据两个多边形 8 方向隶属度零值个数将两个多边形间方向关系的可确定程度分为 3 种情况。

1) 8 方向隶属度零值个数=0、1、2。两个多边形相互缠绕, 无法确定它们的方向关系或者说确定它们的方向关系没有意义。

2) 8 方向隶属度零值个数=3、4、5。两个多边形有点相互缠绕, 但可以确定它们的方向关系。

3) 8 方向隶属度零值个数=6、7、8。两个多边形没有相互缠绕, 很容易确定它们的方向关系。

由图 3 及图 5 可知, 这样的分类确实反映了多边形间方向关系的可确定程度, 与人眼的感觉非常一致。

3 结 论

任意多边形间的方向关系计算是空间信息系统中数据处理和分析中的一个难题,已有的算法只考虑了多边形的边界特征,而忽略了作为实际空间区域(面)一种抽象表达的多边形的内部特征。基于栅格化处理的多边形方向关系计算方法,符合空间认知规律,计算结果与人眼判断结果非常接近,不仅可以处理任意多边形间的方向关系,而且算法简单实用,适合于空间查询、图像解译中的多边形的方向关系的确定。

参 考 文 献

1 毛建华,王 涛,郭庆胜.邻接凸多边形方向关系计算及其推理.武汉大学学报·信息科学版,2001,26(4):364~367

2 Peuquet D J, Xiang Z C. An Algorithm to Determine the Directional Relationship Between Arbitrarily-shaped Polygons in the Plane. Pattern Recognition, 1987, 20(1):65~74

3 郭仁忠.空间分析.武汉:武汉测绘科技大学出版社,1997

4 徐庆荣,杜道生,黄 伟,等.计算机地图制图原理.武汉:武汉测绘科技大学出版社,1993

5 Frank A. Qualitative Spatial Reasoning: Cardinal Direction as an Example. International Journal of Geographic Information System, 1996, 10(3):269~290

6 Shekhar S S, Liu X, Sanjay C. An Object Model of Direction and Its Implication. GeoInformatic, 1999, 4(3):357~379

7 Malki J, Mascarilla L, Zahzah E, et al. A Representation of Directional Relations Between Spatial Objects Using an Orientation Histogram. The 9th International Symposium on Spatial Data Handling, Beijing, 2000

8 Papadias D, Theodoridis Y. Spatial Relations, Minimum Bounding Rectangles, and Spatial Data Structures. http: www.cs.ust.hk/faculty/dimitris/papers/ijgis97.pdf, 2001

9 Theodoridis Y, Papadias D, Stefanakis E, et al. Direction Relations and Two-Dimensional Range Queries: Optimisation Techniques. http: dias.cti.gr/ytheod/publications/dke98.pdf, 2001

作者简介:张桥平,博士生。现主要从事空间数据集成、空间分析等理论与方法研究。

E-mail: qiaoping-zhang@hotmail.com

Determination and Calculability of Directional Relationship Between Arbitrarily-shaped Polygons

ZHANG Qiaoping[1] *LI Deren*[2] *HE Ting*[1]

(1 School of Remote Sensing and Infomation Engineering, Wuhan University, 129 Luoyu Road, Wuhan, China, 430079)

(2 National Laboratory for Infomation Engineering in Surveying, Mapping and Remote Sensing, Wuhan University, 129 Luoyu Road, Wuhan, China, 430079)

Abstract: This paper presents a new and more effective algorithm to determine the directional relationship between arbitrarily-shaped polygons which is based on the rasterization of polygons and well conforms to spatial cognitive models. The results are identical to that of visual interpretation by human. Then the calculability of the directional relationship between arbitrarily-shaped polygons is discussed. And an approach to determine the calculability based on the number of zero values of the degree of membership of direction is provided.

Key words: arbitrarily-shaped polygons; directional relationship; rasterization; calculability; degree of directional membership

About the author: ZHANG Qiaoping, Ph.D candidate. He is concentrated on the theory and technology of spatial databases integration and spatial analysis, etc.

E-mail: qiaoping-zhang@hotmail.com