文章编号: 1000-050X(2002)05-0451-05　　文献标识码: A

加权灰色预测模型及其计算实现

周世健[1]　赖志坤[2]　藏德彦[1]　鲁铁定[1]

(1　华东理工学院测量系, 江西抚州市环城西路 14 号, 344000)
(2　武汉大学遥感信息工程学院, 武汉市珞喻路 129 号, 430079)

摘　要: 鉴于 GM(1, 1)灰色预测模型中背景值取值方法的不足, 引入背景值最佳生成系数, 得到新的背景值计算式, 从而将 GM(1, 1)预测模型扩展为加权灰色预测模型——PGM(1, 1)预测模型; 并对 PGM(1, 1)预测模型中的最佳生成系数 p 及灰参数的估计计算进行了详细论述, 应用迭代法来确定相应的数值。实例表明, 此方法的拟合精度和预测效果均优于 GM(1, 1)模型。

关键词: 灰色预测; PGM(1, 1)模型; 最佳生成系数; 迭代计算; 背景值
中图法分类号: P207; P258

基于现代科学技术的局限性, 对各类动态系统(如社会系统、经济系统、生态系统及变形监测系统等), 其信息的完备性难以判断, 已知的只是部分信息, 从而使得其信息的建模与分析显得十分重要。由于变形体变形的原因十分复杂, 为保证人民的生命和财产安全, 对变形体进行变形监测和预报分析就显得十分必要。众所周知, 变形监测是一项极其重要的测量工作, 它涉及到各类社会与经济问题, 变形监测数据的处理又是一项不可忽视的任务。通常, 用数学模型和数学序列的潜在信息进行定量预测是变形分析和预报的有效方法。当观测数据序列较长时, 各种数学建模方法均可获得满意的预报结果; 但对于短数据序列, 由于信息量少, 规律性不强, 使得某些方法(如统计预测法)存在预测的不准确性, 对此问题的解决, 人们尤为关注。在这方面, 灰色预测理论显示了一定的优越性, 根据灰色预测理论可建立动态灰色预测模型, 但目前存在的问题是, 以往的 GM(1, 1)预测模型都是以固定的背景值(1—AGO 的紧邻均值)为基础进行建模的, 这样并不足以反映背景值在建模中的作用, 而事实上应考虑所建模型进行预测计算的平均模拟相对误差达到最小来确定预测模型, 这样所建立的模型其预测效果会更优。

1　GM (1, 1)预测模型

假设对某变形体的沉降监测中的某一观测点有 n 期观测数据, 组成时间序列为:

$$x^{(0)}=\left\{x^{(0)}_{(1)},\ x^{(0)}_{(2)},\ \cdots,\ x^{(0)}_{(n)}\right\} \tag{1}$$

式中, n 为序列长度。对 $x^{(0)}$ 作一次累加生成处理(1-AGO), 以增强数据序列的规律性, 得到生成序列:

$$x^{(1)}=\left\{x^{(1)}_{(1)},\ x^{(1)}_{(2)},\ \cdots,\ x^{(1)}_{(n)}\right\} \tag{2}$$

其中, $x^{(1)}_{(t)}=\sum_{k=1}^{t}x^{(0)}_{(k)}$, $t=1, 2, \cdots, n$。对此生成序列建立一阶微分方程, 即 GM (1, 1)模型的白化方程:

$$\frac{\mathrm{d}x^{(1)}}{\mathrm{d}t}+ax^{(1)}=u \tag{3}$$

式中, a、u 为待识别参数即灰参数, 其白化值(灰区间中的一个可能值)为 $\hat{y}=(a,\ u)^{\mathrm{T}}$, 用最小二乘法求解, 相应的公式为:

$$\hat{y}=(a,\ u)^{\mathrm{T}}=(\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{A})^{-1}\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{B} \tag{4}$$

式中,

$$\boldsymbol{A}=\begin{bmatrix}-z_{(2)} & -z_{(3)} & \cdots & -z_{(n)}\\ 1 & 1 & \cdots & 1\end{bmatrix}^{\mathrm{T}} \tag{5}$$

$$\boldsymbol{B}=\left[x^{(0)}_{(2)},\ x^{(0)}_{(3)},\ \cdots,\ x^{(0)}_{(n)}\right]^{\mathrm{T}} \tag{6}$$

$$z_{(t)}=\frac{1}{2}\left(x^{(1)}_{(t)}+x^{(1)}_{(t-1)}\right),\ t=1, 2, \cdots, n \tag{7}$$

收稿日期: 2002-03-25。
项目来源: 国家自然科学基金资助项目(40171082)。

求得灰参数后代入式(3),得微分方程的解:

$$\hat{x}^{(1)}_{(t+1)}=(x^{(0)}_{(1)}-u/a)e^{-at}+u/a \tag{8}$$

设 $\hat{x}^{(1)}_{(t+1)}$是由式(8)得到的模型计算值,对 $\hat{x}^{(1)}_{(t+1)}$作累减生成(1-AGO) $\hat{x}^{(0)}_{(t+1)}=\hat{x}^{(1)}_{(t+1)}-\hat{x}^{(1)}_{(t)}$,可得到模拟值或预测值 $\hat{x}^{(0)}_{(t+1)}$,即

$$\left.\begin{aligned}\hat{x}^{(0)}_{(1)}&=\hat{x}^{(1)}_{(0)}\\ \hat{x}^{(0)}_{(t+1)}&=(1-e^{a})(x^{(0)}_{(1)}-u/a)e^{-at}=\\ &\hat{x}^{(1)}_{(t+1)}-\hat{x}^{(1)}_{(t)}\end{aligned}\right\} \tag{9}$$

式(8)、式(9)即为灰色预测模型的两个基本模型。当 $t<n$ 时,称 $\hat{x}^{(0)}_{(t)}$为模型模拟值;当 $t=n$ 时,称 $\hat{x}^{(0)}_{(t)}$为模型滤波值;当 $t>n$ 时,称 $\hat{x}^{(0)}_{(t)}$为模型预测值。

建模的主要目的就是预测,为提高预测精度和预测效果,首先要保证有充分高的模拟精度,尤其是 $t=n$ 时的模拟精度,因此建模数据一般应取包括 $x^{(0)}_{(n)}$在内的一个等时距序列,否则要作非等时距的等时距变换;同时还必须进行模型精度分析,确定模型精度等级,以及模型的适用范围分析。

2 加权灰色预测模型——PGM (1, 1)模型及其计算

对于一个灰色系统而言,灰色微分方程中的 $\frac{dx}{dt}$所对应的背景值应该取 $x_{(t+1)}$还是 $x_{(t)}$,以往认为,在 $\Delta t=1$ 的很短时间内,变量 $x_{(t)}\rightarrow x_{(t+\Delta t)}$之间不会出现突变量,为此,在 Δt 很短时间内,$\frac{dx}{dt}$的背景值取其平均值,即

$$z_{(t)}=\frac{1}{2}(x_{(t+1)}+x_{(t)}) \tag{10}$$

然而,此处 Δt 只是一种相对的短时间概念,对于变形体的变形来说,在 Δt 时间内仍不可避免会出现突变的情形或变形体的变形不是以一种平均速率发生。

鉴于此,笔者考虑到预测模型的精度,从变形体实际变形的规律出发,引入了一种新的背景值计算方法,即根据式(10)建立预测模型时,使原始值与模型预测值之差的平均模拟相对误差达到最小

$$\Delta=\frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n}\left|\frac{\varepsilon_{(k)}}{x^{(0)}_{(k)}}\right|=\min \tag{11}$$

来确定背景值,从而背景值的确定不是取其平均值,而是依据 $x_{(t+1)}$、$x_{(t)}$的影响大小用加权的方式来确定,即

$$z_{(t+1)}=px_{(t+1)}+(1-p)x_{(t)} \tag{12}$$

式中,p 称为背景值最佳生成系数(也称为 p 权),p 值的取值范围为[0, 1]。通过一定的算法,在满足式(11)的条件下可确定最佳的生成系数,进而由式(12)得到合理的背景值,建立相应的灰色预测模型,本文称为加权灰色预测模型——PGM (1, 1)预测模型。

下面讨论 PGM (1, 1)模型的计算问题。首先,取 $p^0=0.5$,按 GM (1, 1)模型建模,得灰参数近似值为 $\hat{\boldsymbol{a}}^0=[a^0, u^0]^{\mathrm{T}}$ 及模拟值近似值为 $\boldsymbol{L}^0=\left(L^0_1, L^0_2, \cdots, L^0_n\right)^{\mathrm{T}}(L^0_i=\hat{x}^{(0)}_{(i)}, i=1,2,\cdots,n)$。依据式(12),将式(3)写成离散形式:

$$\begin{aligned}x^{(0)}_{(k+1)}&=-a[px^{(1)}_{(k+1)}+(1-p)x^{(1)}_{(k)}]+u=\\ &apx^{(0)}_{(k+1)}-ax^{(1)}_{(k)}+u\end{aligned} \tag{13}$$

得:

$$x^{(0)}_{(k+1)}=\frac{1}{1+ap}(u-ax^{(1)}_{(k)})$$

$$k=1,2,\cdots,n-1$$

令 $\boldsymbol{X}=\boldsymbol{X}^0+\delta\boldsymbol{X}=[p^0+\delta p, a^0+\delta a, u^0+\delta u]^{\mathrm{T}}$,根据函数模型线性化原理,上式按 Taylor 级数展开,保留一次项,得:

$$\begin{aligned}v_{(k+1)}=&\left(\frac{1}{1+ap}\left(u-ax^{(1)}_{(k)}\right)\right)^0+\\ &\left(\frac{a^2x^{(1)}_{(k)}-ua}{(1+ap)^2}\right)^0\delta p+\left(-\frac{x^{(1)}_{(k)}+up}{(1+ap)^2}\right)^0\delta a+\\ &\left(\frac{1}{1+ap}\right)^0\delta u-x^{(0)}_{(k+1)}\end{aligned}$$

上式写成较规范的形式为:

$$\begin{aligned}v_{(k+1)}=&L^0_{(k+1)}+e_{(k+1)}\delta p+f_{(k+1)}\delta a+\\ &g_{(k+1)}\delta u-L_{(k+1)}\end{aligned} \tag{14}$$

组成矩阵形式为:

$$\boldsymbol{V}=\boldsymbol{B}\delta\boldsymbol{X}-\boldsymbol{l} \tag{15}$$

其中,

$$\boldsymbol{V}=[v_{(2)}, v_{(3)}, \cdots, v_{(n)}]^{\mathrm{T}}$$

$$\delta\boldsymbol{X}=[\delta p, \delta a, \delta u]^{\mathrm{T}}$$

$$\boldsymbol{l}=[l_{(2)}, l_{(3)}, \cdots, l_{(n)}]^{\mathrm{T}}$$

$$\boldsymbol{B}=\begin{bmatrix}e_{(2)} & e_{(3)} & \cdots & e_{(n)}\\ f_{(2)} & f_{(3)} & \cdots & f_{(n)}\\ g_{(2)} & g_{(3)} & \cdots & g_{(n)}\end{bmatrix}^{\mathrm{T}}$$

$$l_{(k+1)}=L_{(k+1)}-L^0_{(k+1)}$$

$$k=1,2,\cdots,n-1$$

得到求解灰参数及最佳生成系数的方程式,为能以较快的计算速度确定最佳生成系数,笔者采用迭代法进行。

首先令未知数 $\delta\boldsymbol{X}$ 的初始值 $\delta\boldsymbol{X}^{(0)}$为 0(也可以是一组任意数),即 $\delta\boldsymbol{X}^{(0)}=[\delta p^{(0)}, \delta a^{(0)}, \delta u^{(0)}]^{\mathrm{T}}=0$,代入式(15),求出改正数为 $\boldsymbol{V}^{(0)}=\boldsymbol{B}\delta\boldsymbol{X}^{(0)}-\boldsymbol{l}$。

对第一个未知参数(即最佳生成系数)的 δp 的初始值改正 $\Delta\delta p^{(1)}$ ($\Delta\delta p^{(1)}$的确定则依据后面的说明进行, 这里先用公式表达), 其他未知参数的初始值不加改正, 即

$$\begin{aligned}\delta p^{(1)} &= \delta p^{(0)} + \Delta\delta p^{(1)} \\ \Delta\delta \boldsymbol{X}^{(1)} &= [\Delta\delta p^{(1)}, 0, 0]^{\mathrm{T}}\end{aligned} \tag{16}$$

所以,
$$\delta \boldsymbol{X}^{(1)} = \delta \boldsymbol{X}^{(0)} + \Delta\delta \boldsymbol{X}^{(1)} \tag{17}$$

将上式代入式(15), 得改正数 $\boldsymbol{V}^{(1)}$:

$$\begin{aligned}\boldsymbol{V}^{(1)} &= \boldsymbol{B}\,\delta \boldsymbol{X}^{(0)} + \Delta\delta \boldsymbol{X}^{(1)} - \boldsymbol{l} = \\ &\boldsymbol{e}\Delta\delta p^{(1)} + \boldsymbol{V}^{(0)}\end{aligned} \tag{18}$$

式中, $\boldsymbol{e} = [e_{(2)}, e_{(3)}, \cdots, e_{(n)}]^{\mathrm{T}}$ 是误差方程系数矩阵式(15)中 $\boldsymbol{B}$ 的第一列向量。式(18)在满足 $\left(\boldsymbol{V}^{(1)}\right)^{\mathrm{T}}\boldsymbol{V}^{(1)} = \min$ 的要求下, 可求解出 $\Delta\delta p^{(1)}$, 也就是要求:

$$\frac{\partial\left(\boldsymbol{V}^{(1)}\right)^{\mathrm{T}}\boldsymbol{V}^{(1)}}{\partial\Delta\delta p^{(1)}} = 2\left(\boldsymbol{V}^{(1)}\right)^{\mathrm{T}}\boldsymbol{e} = 0 \tag{19}$$

顾及式(16), 整理有:

$$[\boldsymbol{e}\Delta\delta p^{(1)} + \boldsymbol{V}^{(0)}]^{\mathrm{T}}\boldsymbol{e} = \Delta\delta p^{(1)}\boldsymbol{e}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{e} + \left(\boldsymbol{V}^{(0)}\right)^{\mathrm{T}}\boldsymbol{e} = 0$$

从而得:
$$\Delta\delta p^{(1)} = -\frac{\left(\boldsymbol{V}^{(0)}\right)^{\mathrm{T}}\boldsymbol{e}}{\boldsymbol{e}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{e}} \tag{20}$$

上述式(20)、式(16)和式(18)是求 $\Delta\delta p^{(1)}$、$\delta p^{(1)}$ 和 $V_i^{(1)}$ 的迭代公式。

根据上述的求解思路, 同理可得灰参数初始值的第一次改正值:

$$\begin{aligned}\Delta\delta a^{(1)} &= -\frac{\left(\boldsymbol{V}^{(1)}\right)^{\mathrm{T}}\boldsymbol{f}}{\boldsymbol{f}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{f}} \\ \Delta\delta u^{(1)} &= -\frac{\left(\boldsymbol{V}^{(2)}\right)^{\mathrm{T}}\boldsymbol{g}}{\boldsymbol{g}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{g}}\end{aligned} \tag{21}$$

按同样方法, 再对 $\delta p^{(1)}$、$\delta a^{(1)}$、$\delta u^{(1)}$; $\delta p^{(2)}$、$\delta a^{(2)}$、$\delta u^{(2)}$; …; $\delta p^{(k)}$、$\delta a^{(k)}$、$\delta u^{(k)}$ 进行改正, 求得 $\Delta\delta p^{(2)}$、$\Delta\delta a^{(2)}$、$\Delta\delta u^{(2)}$; $\Delta\delta p^{(3)}$、$\Delta\delta a^{(3)}$、$\Delta\delta u^{(3)}$; …; $\Delta\delta p^{(k)}$、$\Delta\delta a^{(k)}$、$\Delta\delta u^{(k)}$ 和 $V_i^{(t+1)}$、$V_i^{(t+2)}$; …; $V_i^{(2t+1)}$、$V_i^{(2t+2)}$; …; $V_i^{(kt+1)}$、$V_i^{(kt+2)}$ 等, 直至条件 $|\delta X_i^{(k+1)} - \delta X_i^{(k)}| = |\Delta\delta X_i^{(k+1)}| < \varepsilon\ (i=1,2,3)$满足, 迭代计算结束, 最终得相应未知参数初始值的改正数公式:

$$\delta X = \delta X^{(0)} + \Delta\delta X^{(1)} + \Delta\delta X^{(2)} + \cdots \tag{22}$$

其纯量形式是 $\delta p = \Delta\delta p^{(1)} + \Delta\delta p^{(2)} + \cdots$; $\delta a = \Delta\delta a^{(1)} + \Delta\delta a^{(2)} + \cdots$; $\delta u = \Delta\delta u^{(1)} + \Delta\delta u^{(2)} + \cdots$。通常为加快收敛速度可在迭代公式(20)、式(21)右端乘上一个松弛因子 ω, 所以 PGM(1, 1)模型的参数最佳估值为:

$$\boldsymbol{X} = \boldsymbol{X}^{(0)} + \delta\boldsymbol{X} \tag{23}$$

由上述的估计公式得到了 PGM(1, 1)模型的参数估计值, 代入模型式则得到 PGM(1, 1)模型, 实用中根据实际数据和此模型通过模型精度检验后, 可进行预测分析。

3　应用实例分析

位于湖北省秭归县境内的链子崖是长江沿岸中的重大危岩体之一, 对其进行相应的变形监测, 采用常规的大地测量方法被认为是目前最有效的手段之一。本文以链子崖危岩体某监测点 1978 年~1993 年的监测资料为基础进行计算来验证本文所述方法的正确性与合理性。

首先以 1978 年~1987 年的实测值为原始数据序列, 运用灰色预测理论, 分别建立 10 维 GM(1, 1)预测模型和 10 维 PGM(1, 1)预测模型且进行分析比较, 同时利用这两个预测模型来计算 1988 年~1993 年的预测变形值, 且与相应的实测值进行比较分析。最后, 以 1984 年~1993 年的实测值为原始序列, 建立了 10 维 PGM(1, 1)预测模型, 用于预测 1994 年、1995 年及 2001 年的变形值, 并说明变形情况。实测值数据在下述各表中得到反映。

以 1978 年~1987 年的实测值作为原始数据序列, 经过生成序列的演算, 建立 GM(1, 1)模型, 得到灰参数估值及其 GM(1, 1)模型分别为:

$$\begin{aligned}\hat{y} &= [a, u]^{\mathrm{T}} = [-0.144, 4.889]^{\mathrm{T}} \\ \hat{x}^{1}_{(t+1)} &= 34.238e^{0.144t} - 34.038\end{aligned}$$

式中, e 表示预测值与实测值之差。用模拟值 $\hat{x}^{(0)}$ 与实测值(见表 1)计算得到相应的残差及其相对误差, 进而进行模型精度检验, 得均方差比值为 $C = S_1/S_0 = 0.389$, 小误差概率为 $P = \left\{|\varepsilon^{(0)}_{(t)} - \bar{\varepsilon}^{(0)}| < 0.674S_0\right\} = 1$, 因为 $C < 0.5$ 且 $P = 1$, 由模型精度检验的等级划分可确定该模型精度等级为二级(合格)。

由上述的生成序列, 用本文所述的 PGM(1, 1)模型及其计算方法来建立 PGM(1, 1)模型, 经计算确定得到的背景值最佳生成系数 $p = 0.76$, 相应的灰参数估值及其 PGM(1, 1)模型分别为:

$$\begin{aligned}\hat{y} &= [a', u]^{\mathrm{T}} = [-0.139, 4.687]^{\mathrm{T}} \\ \hat{x}'^{1}_{(t+1)} &= 33.886e^{0.139t} - 33.686\end{aligned}$$

同样用模拟值 $\hat{x}'^{(0)}$ 与实测值(见表 1)计算得到相应的残差及其相对误差, 进行模型精度检验, 其模型的平均模拟相对误差为 $\Delta = 0.1244$, 均方差比值为 $C = S_1/S_0 = 0.289$, 小误差概率为 $P = \left\{|\varepsilon^{(0)}_{(t)} - \bar{\varepsilon}^{(0)}| < 0.674S_0\right\} = 1$, 因为 $C < 0.35$ 且 $P = 1$, 所以该模型的精度等级为一级(好), 可用于预测计算。

表1 两种模型的模拟值

Tab.1 Simulated Values for the Two Models

年份	序号	实测值/cm	$\hat{x}^{(0)}$/cm	$\hat{x}'^{(0)}$/cm
1978	1	0.20	0.20	0.20
1979	2	4.20	5.288	5.059
1980	3	5.00	6.105	5.814
1981	4	6.20	7.048	6.682
1982	5	9.80	8.137	7.679
1983	6	9.80	9.394	8.826
1984	7	12.6	10.844	10.144
1985	8	10.3	12.519	11.658
1986	9	15.9	14.453	13.398
1987	10	15.4	16.685	15.399

用上述计算得到的两种预测模型，计算1988年~1993年的变形预测值及其结果的比较见表2。

表2 两种模型的预测值与结果比较

Tab.2 Comparison of the Results with Predicted Values of the Two Models

t/a	实测值/cm	GM(1,1)		PGM(1,1)	
		$\hat{x}^{(0)}$/cm	e	$\hat{x}'^{(0)}$/cm	e
11(1988)	18.1	19.254	1.154	17.697	0.403
12(1989)	21.3	22.247	0.947	20.339	0.961
13(1990)	20.1	25.672	5.576	23.376	3.276
14(1991)	22.0	29.638	7.638	26.866	4.866
15(1992)	22.6	34.215	11.615	30.876	8.276
16(1993)	21.4	39.500	18.100	35.486	14.086
$(\sum e)$/m		7.505		5.311	
$\Delta=(\sum(e/y))$/m		34.88%		24.60%	

由表1和表2可见，GM(1,1)预测模型用于预测的精度明显比PGM(1,1)预测模型的预测精度低；同时，用模拟值与实测值进行比较，从两模型的精度分析知，GM(1,1)预测模型精度为二级(合格)，而PGM(1,1)预测模型精度为一级(好)，因此，PGM(1,1)预测模型用于预测的效果要优于GM(1,1)预测模型用于预测的效果。

经上述两类模型的比较分析，本文采用PGM(1,1)预测模型，以1984年~1993年的实测值为原始数据进行建模，并预测1994年、1995年及2001年的变形值。根据实测数据，求得各数据序列，经程序计算，得到最佳生成系数 p 为0.23，PGM(1,1)模型的灰参数为：

$$\hat{y}'=\left(a',u'\right)^{\mathrm{T}}=[-0.067,13.014]^{\mathrm{T}}$$

由此得到PGM(1,1)模型为：

$$\hat{x}'^{(1)}_{(t+1)}=205.449e^{0.067t}-192.849$$

根据模拟值(在此为节省篇幅，具体数字不详细列出)与实测值比较得残差序列和相对误差序列，模型的平均模拟相对误差为 $\Delta=0.0832$，均方差比值为 $C=S_1/S_0=0.448$，小误差概率为 $P=\left\{\left|\varepsilon^{(0)}_{(t)}-\bar{\varepsilon}^{(0)}\right|<0.674S_0\right\}=0.8$，因为 $C>0.35$ 且 $P=0.8$，所以该模型的精度等级为二级，可用于预测分析。由PGM(1,1)模型计算得到的预测值见表3，从预测结果可知，该链子崖危岩体在今后几年内仍有一定程度的变形，需密切注意。

表3 PGM(1,1)模型的预测值

Tab.3 Predicted Value for PGM(1,1) Model

年份	1994	1995	2001
$\hat{y}^{(0)}$/cm	26.328	28.165	42.224

通过上述理论分析、实例计算的结果可得，本文所述的PGM(1,1)模型比GM(1,1)模型具有较高的模型拟合精度，而且模型的预测精度也优于GM(1,1)模型，在监测数据较少的情形下，适于变形体的监测预报分析。

根据PGM(1,1)预测模型原理，还可以进行一些相关研究，如基于 p 权下，实时引入新信息的等维信息和等维灰数递补组合动态预测方法，以及建立PGM(1,1)模型群，分析预测值的变化范围。另外，不同长度序列的建模及预测结果相差较大，表明灰色预测明显受到建模序列长短和数据随机变化的影响。在实际建模中，必须进行不同长度模型的比选，且以给出预测区间为宜。为提高预测精度，应实时引入新信息，利用等维信息和等维灰数递补组合动态预测方法进行建模。

参 考 文 献

1 刘思峰，郭天榜. 灰色系统理论及其应用. 北京：科学出版社，1999

2 邓聚龙. 灰色预测与决策. 武汉：华中理工大学出版社，1988

3 於宗俦，鲁林成. 测量平差基础. 北京：测绘出版社，1983

4 周世健. 变形监测整体设计. 西安：西安地图出版社，1996

5 尹 晖，丁窘辋，张 琰，等. 灰色动态预测方法及其在变形预测中的应用. 武汉测绘科技大学学报，1996，21(1)：31~35

6 臧德彦，古长森. 秦山核电站海堤沉陷灰色模型预测. 华东地质学院学报，1998(2)：49~54

7 尹 晖，陈永奇，张 琰. 贫信息条件下的多点变形预测模型及其应用. 测绘学报，1997，26(4)：365~372

8 Caspary W, Borutta H. Robust Estimation as Applied to Deformation Analysis. Survey Review, 1987(2): 1~8

作者简介: 周世健, 教授, 博士。主要研究方向为空间数据分析与GIS 的质量控制。代表成果: *Lp* 估计簇理论与智能系统的研究; 变形监测系统的整体设计等。发表论文百余篇。

E-mail: zsj@ecgi.jx.cn

Weighted Grey Prediction Model and Implement of Its Computation

ZHOU Shijian[1]　*LAI Zhikun*[2]　*ZANG Deyan*[1]　*LU Tieding*[1]

(1　Dept. of Surveying, East China Institute of Technology, 14 West Huancheng Road, Fuzhou, China, 344000)

(2　School of Remote Sensing and Information Engineering, Wuhan University, 129 Luoyu Road, Wuhan, China, 430079)

Abstract: The prior information is not known well because the deformation objects are very complex. Therefore, the deformation monitoring and prediction analysis of the deformation object is very important work in order to protect the life of the human being and the safety of the belongings. We know that the prediction model has been constructed using the background value in the ordinarly grey prediction model — GM (1, 1) model. The effect of the background value is not represented in the model. The optimal production coefficient of the background value is put forward and the computation formula has been derived by the authors based on the shortages of the computation method of the background value in the GM (1, 1) model — grey prediction model. And the weighted grey prediction model — PGM (1, 1) model has been constructed. The computation of the optimal production coefficient of the background value and the grey parameters have been discussed using the iterative computation methodology in detail. In order to validate the correctness and rationality of this method, the numerical example has been calculated and analyzed. The results of the practice examples show that the PGM (1, 1) model is better than the GM (1, 1) in the collocation accuracy and the prediction efficiency. So the PGM (1, 1) model is very suitable to be applied to the deformation analysis and prediction of the deformation object in case that the monitoring data is less.

Key words: grey prediction; PGM (1, 1) model; optimal produce coefficient, ; iterative computation; background value

About the author: ZHOU Shijian, professor, Ph. D. His main researches include analysis and processing of the spatial data, and quality control for GIS. His representative achievements are research on the theory and intelligent system of *Lp* estimation class, and the integrated design for the deformation monitoring system, etc. His published papers are more than 100.

E-mail: zsj@ecgi.jx.cn