

变形测量异常数据处理中小波变换最佳级数的确定

李宗春¹ 邓 勇¹ 张冠宇¹ 杨晓晖¹

(1 信息工程大学测绘学院,郑州市陇海中路 66 号,450052)

摘 要:综合分析数据去噪效果的 4 个分项评价指标,即数据的均方根差变化量、互相关系数、信噪比及平滑度,将各分项评价指标归化到[0,1]后相加得到总体评价指标,将总体评价指标最大值所对应的级数定义为小波分解与重构的最佳级数。模拟和实测两个算例验证了此方法的有效性。

关键词:变形测量;小波变换;分解与重构;评价指标;最佳级数

中图法分类号:P258

受传感器本身及数据传输等多种因素的影响,变形测量数据中难免存在异常数据,在变形分析及预报前需对其进行异常数据处理^[1]。小波变换在变形测量异常数据处理中应用较多。变形测量数据一般都是离散数据,采用离散小波变换对其进行分解与重构,可有效分离异常数据,保留变形信息^[2-7]。小波分解与重构的级数过低会导致变形测量数据中仍存在较多异常数据,级数过高则会把部分变形信息当作异常数据剔除,合理确定小波分解与重构的最佳级数意义明显。

目前尚无确定小波分解与重构最佳级数的有效方法。本文在总结前人经验的基础上,试图构建较为合理严密的小波分解与重构最佳级数确定方法。

1 小波分解与重构最佳级数确定方法

迄今为止,评价小波分解与重构对异常数据处理的效果有 4 个分项指标,分别为信号的均方差变化量、互相关系数、信噪比及平滑度。

小波 M 级分解与重构的信号均方根差为:

$$\text{RMS}(M) = \sqrt{\left[\sum_{i=1}^n (x(i) - \hat{x}_M(i))^2 \right] / n} \quad (1)$$

式中, $\hat{x}_M(i)$ 为 M 级分解重构信号; $x(i)$ 为原始信号; n 为信号长度。

相邻两级的信号均方根差变化量为^[1]:

$$v(M) = \text{RMS}(M+1) - \text{RMS}(M) \quad (2)$$

$v(M)$ 反映了相邻两级分解与重构数据信号的相似程度,评价准则为均方根差变化量越接近 0 越好。

互相关系数为^[1]:

$$\rho(M) = \text{cov}(\hat{x}_M(i), x(i)) / (\sigma_x \cdot \sigma_{\hat{x}_M}) \quad (3)$$

式中, σ_x 、 $\sigma_{\hat{x}_M}$ 分别为原始信号和 M 级分解重构信号的方差。评价准则为互相关系数越接近 1 越好。

信噪比为^[3]:

$$\text{SNR}(M) = 10 \lg \left(\sum_{i=1}^N (x(i))^2 / \sum_{i=1}^N (x(i) - \hat{x}_M(i))^2 \right) \quad (4)$$

式中, N 为信号个数。信噪比为数据信号的能量与噪声能量之比,评价准则为信噪比越大越好。

平滑度为^[8]:

$$r(M) = \frac{\sum_{i=1}^{N-1} (\hat{x}_M(i+1) - \hat{x}_M(i))^2}{\sum_{i=1}^{N-1} (x(i+1) - x(i))^2} \quad (5)$$

该项指标可以反映重构后信号的平滑程度,因为原始信号的相关性比较好,所以平滑度是判断异常数据处理效果的一个重要指标,评价准则为平滑度越小则异常数据处理效果越好。对某一组变形测量数据进行异常数据处理时,不能无限

级地进行小波分解与重构。随着小波分解与重构级数的增加,数据的平滑度总会收敛到某一固定的数值,故该指标的另一用处是可利用其变化量设定让小波分解与重构停止的阈值。

用上述4个评价指标中的某几个确定最佳级数都有片面性,综合运用4个指标可有效体现数据的整体特性。把每个评价指标统一归化到[0,1]区间,使最优的评价指标等于1,最差的评价指标等于0。将归化后的4个指标相加生成总体评价指标,将总体评价指标最大值所对应的级数定义为最佳级数。

信号均方根差变化量归化公式为:

$$P_v(M) = [v_{\max} - v(M)] / (v_{\max} - v_{\min}) \quad (6)$$

互相关系数归化公式为:

$$P_\rho(M) = [\rho(M) - \rho_{\min}] / (\rho_{\max} - \rho_{\min}) \quad (7)$$

信噪比归化公式为:

$$P_{\text{SNR}}(M) = [\text{SNR}(M) - \text{SNR}_{\min}] / (\text{SNR}_{\max} - \text{SNR}_{\min}) \quad (8)$$

平滑度归化公式为:

$$P_r(M) = [r_{\max} - r(M)] / (r_{\max} - r_{\min}) \quad (9)$$

将各评价指标归化值相加得到总体评价指标 $H(M)$:

$$H(M) = P_v(M) + P_\rho(M) + P_{\text{SNR}}(M) + P_r(M) \quad (10)$$

总体评价指标 $H(M)$ 越大则去噪效果越好, $H(M)$ 最大值所对应的级数 M 即为最佳级数。可以看出,本文提出的新方法既包含了更多的评价指标,又能定量确定最佳级数,相对已有方法更加合理和严密。

2 算例分析

2.1 模拟数据

本例模拟一个振幅逐渐增大的正弦变形信号,加入随机噪声,验证去噪效果。

原始信号为:

$$y = e^{3 \times 10^{-4} x} \sin(10^{-2} x + \frac{1}{2} \pi) \quad (11)$$

令 $x = [1, 2\,000]$, 则 y 有相应的 2 000 个解, 取这 2 000 个解作为模拟信号。原始信号如图 1 所示。采用 Matlab 实现小波分解与重构, 用正态分布的随机函数 `normrnd` 函数加入标准差为 0.03 的随机噪声, 令 $\Delta y = \text{normrnd}(0, 0.03, 1, n)$, 增加噪声后的信号如图 2 所示。平滑度变化量的阈值取 0.000 1。

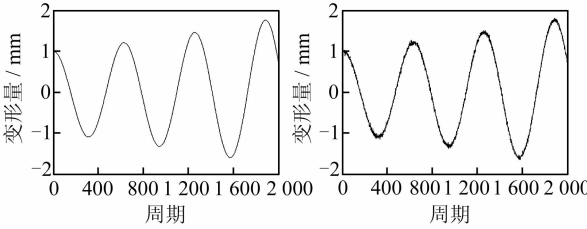


图1 原始信号

Fig. 1 Original Signal

图2 加噪后信号

Fig. 2 Signal Integrated with Noise

模拟信号加噪前的数据视为真值,故以重构信号与原始信号的均方根差最小为判定最佳去噪效果的条件。表1为模拟信号各级小波分解与重构的均方根差。

表1 模拟信号各级小波分解重构均方根差							
Tab. 1 Decomposition and Reconstruction RMS of Simulation Signal							
M	1	2	3	4	5	6	7
RMS (M)	0.020 7	0.015 3	0.010 8	0.007 5	0.007 8	0.012 3	0.031 0
M	8	9	10	11	12	13	
RMS (M)	0.045 5	0.050 9	0.053 9	0.062 1	0.073 9	0.090 7	

从表1可知,采用4级小波分解与重构时均方根差最小,最佳级数应为4级。

图3~6列出了2~5级分解与重构图。

从图4~6中可以看出,模拟信号3、4、5级分解重构信号与原始信号相似度均较好,仅靠人工目视观察无法确定最佳级数。表2为模拟信号的

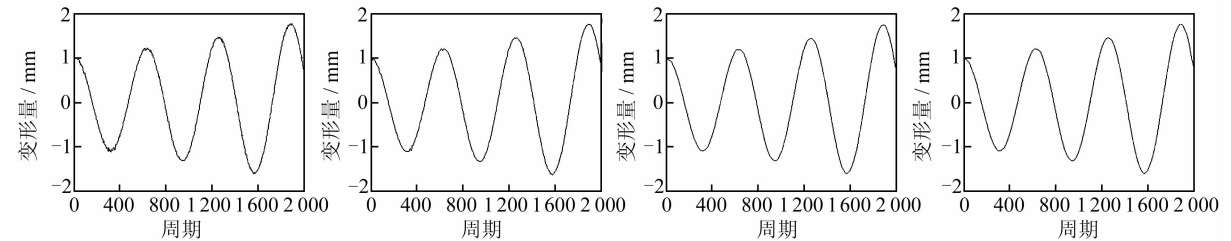


图3 小波二级分解与重构后信号

Fig. 3 Signal of Second Grading Wavelet Transform

图4 小波三级分解与重构后信号

Fig. 4 Signal of Third Grading Wavelet Transform

图5 小波四级分解与重构后信号

Fig. 5 Signal of Fourth Grading Wavelet Transform

图6 小波五级分解与重构后信号

Fig. 6 Signal of Fifth Grading Wavelet Transform

表 2 模拟信号各级分解重构去噪效果分项评价指标值

Tab. 2 Decomposition and Reconstruction Indexes of Simulation Signal

M	1	2	3	4	5	6	7
$V(M)$	0.005 4	0.004 4	0.003 3	0.000 3	0.004 5	0.018 7	0.014 5
$\rho(M)$	0.999 8	0.999 9	0.999 9	1	1	0.999 9	0.999 5
SNR(M)	33.672 1	36.300 0	39.275 3	42.473 8	42.854 1	38.663 4	30.332 5
$r(M)$	4.135 4	1.504 4	1.064 7	1.002 6	0.994 8	0.989 2	0.972 6

表 3 模拟信号各级分解重构评价指标归化值

Tab. 3 Decomposition and Reconstruction Transformed Indexes of Simulation Signal

M	1	2	3	4	5	6	7
$P_V(M)$	0.722 8	0.777 2	0.837 0	1	0.771 7	0	0.228 3
$P_\rho(M)$	0.600 0	0.800 0	0.800 0	1	1	0.8	0
$P_{SNR}(M)$	0.266 7	0.476 6	0.714 2	0.969 6	1	0.665 3	0
$P_r(M)$	0	0.831 9	0.970 9	0.990 5	0.993 0	0.994 8	1
$H(M)$	1.589 5	2.885 7	3.322 1	3.960 1	3.764 7	2.460 1	1.228 3

各级小波分解与重构去噪效果分项评价指标值。表 3 为模拟信号的各评价指标归化值及总体评价指标值。

从表 3 可知,采用 4 级小波分解重构时 $H(M)$ 最大,故最佳级数为 4 级。这验证了本文方法的有效性。

2.2 实测数据

对某一监测点的 306 周期沉降数据进行分析,设置平滑度变化量阈值为 0.000 1。表 4 列出了该监测点各级小波分解与重构的均方根差。

表 4 某监测点各级小波分解重构均方根差

Tab. 4 Decomposition and Reconstruction RMS of Some Monitor Point

M	1	2	3	4	5	6
RMS(M)	0.087 3	0.118 5	0.144 5	0.170 8	0.206 3	0.241 8

解与重构级数越高,重构信号与原始信号的均方根差越大。与前述实例不同,实测数据缺少最佳级数的先验信息。

该监测点原始沉降数据如图 7 所示。图 8~10 为一、二、三级分解与重构图。

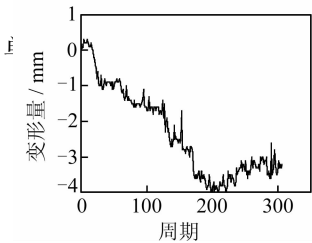


图 7 原始观测
变形曲线图

Fig. 7 Original Deformation Curve

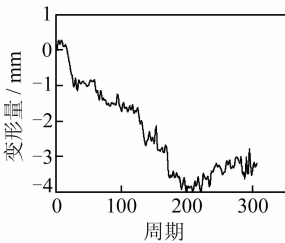


图 8 小波一级
分解与重构后信号

Fig. 8 Signal of First Grading Wavelet Transform

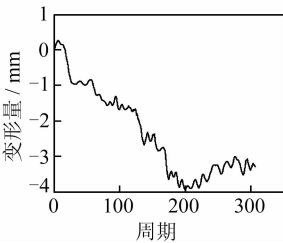


图 9 小波二级
分解与重构后信号

Fig. 9 Signal of Second Grading Wavelet Transform

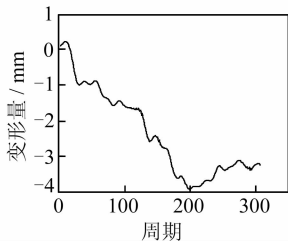


图 10 小波三级
分解与重构后信号

Fig. 10 Signal of Third Grading Wavelet Transform

表 5 及表 6 分别列出了该监测点的各级小波分解与重构去噪效果分项评价指标值及归化值。

表 5 某监测点各级分解重构去噪效果分项评价指标值

Tab. 5 Decomposition and Reconstruction Indexes of Some Monitor Point

M	1	2	3	4	5
$v(M)$	0.031 2	0.026 1	0.026 3	0.044 5	0.035 5
$\rho(M)$	0.997 6	0.995 4	0.993 0	0.991 3	0.985 6
SNR(M)	29.591 4	26.938 9	25.212 7	24.282 3	22.163 3
$r(M)$	0.289 5	0.086 6	0.033 8	0.023 2	0.017 2

表 6 某监测点各级分解重构评价指标归化值

Tab. 6 Decomposition and Reconstruction Transformed Indexes of Some Monitor Point

M	1	2	3	4	5
$P_V(M)$	0.722 8	1	0.989 1	0	0.489 1
$P_\rho(M)$	1	0.816 7	0.616 7	0.475 0	0
$P_{SNR}(M)$	1	0.642 9	0.410 5	0.285 3	0
$P_r(M)$	0	0.745 1	0.939 0	0.978 0	1
$H(M)$	2.722 8	3.204 7	2.955 3	1.738 3	1.489 1

从表 6 可知,采用二级小波分解重构时 $H(M)$ 最大,故最佳级数为二级。从图 8~10 的比较中可以看出,二级分解与重构既较好地剔除了异常数据,又保留了监测点的变形细部特征。

3 结 语

本文讨论了利用小波分解与重构对变形测量异常数据进行处理的方法,解决了定量确定最佳级数的问题。首先,根据数据的平滑度变化量设定让小波分解与重构停止的阈值,确定了小波分解与重构级数的范围;然后,将信号的均方根差变化量、互相关系数、信噪比以及平滑度 4 个分项评价指标分别归化至 $[0,1]$ 后相加得到总体评价指标,将总体评价指标的最大值所对应的级数确定为小波分解与重构的最佳级数。模拟数据及某实测数据两个算例验证了本文方法的可行性。

参 考 文 献

[1] 张冠宇. 基于多传感器的变形测量系统关键技术研究 [D]. 郑州:信息工程大学测绘学院,2007

[2] 张正禄,黄全义. 工程的变形监测分析与预报[M]. 北京:测绘出版社,2007

[3] 陈强,黄声享. 小波去噪效果评价的另一指标[J]. 测

绘信息与工程,2008,33(5):13-14

[4] 王大凯,彭进业. 小波分析及其在信号处理中的应用[M]. 北京:电子工业出版社,2006

[5] 文鸿雁. 基于小波理论的变形分析模型研究[D]. 武汉:武汉大学,2004

[6] 耿则勋. 小波变换理论及其在遥感影像压缩中的应用[M]. 北京:测绘出版社,2002

[7] 衡彤. 小波分析及其应用研究[D]. 成都:四川大学,2003

[8] 高戈,胡瑞敏. 改进的基于小波变换的语言活动检测算法[J]. 武汉大学学报·信息科学版,2002,27(1):85-88

[9] 樊启斌,李虹. 利用 WAVELAB 开发小波应用程序的研究[J]. 武汉大学学报·信息科学版,2001,27(2):68-72

[10] 徐新,王雁,陈嘉宇,等. 基于小波系数统计特征的 SAR 图像恢复[J]. 武汉大学学报·信息科学版,2006,31(10):855-861

第一作者简介:李宗春,教授,主要从事精密工程测量及变形监测等方面的教学和研究工作。
E-mail:zongchunli@vip.sohu.com

Determination of Best Grading of Wavelet Transform in Deformation Measurement Data Filtering

LI Zongchun¹ DENG Yong¹ ZHANG Guanyu¹ YANG Xiaohui¹

(1 Institute of Surveying and Mapping, Information Engineering University, 66 Middle Longhai Road, Zhengzhou 450052, China)

Abstract: Wavelet transform is widely used in deformation measurement data filtering, but there is still no definite solution to determine the best grading of its decomposition and reconstruction. Firstly, four parameters, the gap of mean square error variances between two adjacent gradings, correlation coefficient, signal-noise ratio and flatness, are integrated in as evaluation indexes. Then they are transformed to $[0, 1]$ according to their contributions to the best grading. Finally, these four transformed parameters are added up to as a collective evaluation index, and the grading corresponding to the maximum value of the collective evaluation index is the best. Two examples, the one is a stimulant signal, and the other is from actual deformation measurement, are used to test the new method, which prove the method is feasible and reliable.

Key words: deformation measurement; wavelet transform; decomposition and reconstruction; evaluation index; best grading

About the first author: LI Zongchun, professor, majors in precise engineering surveying and deformation monitoring.
E-mail: zongchunli@vip.sohu.com