文章编号: 1000-050X(2002)02-0148-05　　文献标识码: A

高精度 GPS 网数据处理中的系统误差分析

施　闯[1]　刘经南[2]　姚宜斌[3]

(1　武汉大学 GPS 工程研究中心, 武汉市珞喻路 129 号, 430079)
(2　武汉大学校长办公室, 武汉市珞珈山, 430072)
(3　武汉大学测绘学院, 武汉市珞喻路 129 号, 430079)

摘　要: 分析了高精度 GPS 网系统误差产生的原因和分类, 推导了消除和估计 GPS 网系统误差的整体平差函数模型。

关键词: GPS 数据分析; 系统误差分析; 基准
中图法分类号: P228.41; P207

1　高精度 GPS 网系统误差的分类和补偿方法

在高精度平差系统中, 研究系统误差源及其估计、检验、分析的理论和方法, 其必要性已日益被关注和重视。这是因为从高精度而言, 观测值本身、观测值相对于平差系统的基准、观测值与待估参数间的平差模型等均包含不可忽视的系统误差。

在常规测量中, 系统误差经常可以通过合理的操作规程予以消除和减弱其影响。但在高精度的 GPS 测量中, 其系统误差源非常复杂, 其中许多难以从观测手段中予以消除, 一种有效的方法是将其视为平差模型的模型误差, 利用函数模型和随机模型设法予以补偿, 从整体上减弱或消除其影响, 保证平差主参数应具有的高精度。

根据系统误差对 GPS 平差结果的影响, 由不同原因所产生的系统误差, 最终可以归结为位置基准、时间演变基准、尺度基准和空间方位基准的系统误差等 4 类。GPS 测量所包含的一些系统误差在基线解算阶段是难以消除的, 但绝大多数的系统误差可以在整体平差时消除。

本文基于高精度 GPS 网系统误差产生的原因和分类, 分析了整体平差中多类系统误差的处理方法, 并推导了消除和估计 GPS 网系统误差的整体平差函数模型。

1.1　位置基准的系统误差

GPS 网位置基准的系统误差, 是由 GPS 网起算数据坐标的误差, 引起的整个 GPS 网位置基准系统性的偏差。

消除框架基准的系统误差, 可以采用以下两种方法: ①联测高等级 GPS 点, 如 IGS 跟踪站, 获取高精度的起算坐标; ②在平差时采用 GPS 同步观测网的基线向量解, 而不采用坐标解作为平差的观测量, 以消除各同步网位置基准的系统误差对平差结果的影响。

1.2　时间演变基准的系统误差

时间演变基准的系统误差, 主要是由于地球板块运动或区域地壳形变所引起的不同历元下 GPS 网位置的系统性移动, 这一系统误差的消除有以下几种方法。

- 采用 IERS 发布的速度场模型改正;
- 采用地球板块运动模型改正;
- 采用区域板块运动模型改正;
- 若存在多期观测数据, 平差时可通过附加速度参数, 来估计速度场模型。

下面给出附加速度参数的平差函数模型。

假设 GPS 网中 i、j 两点相对于平差基准的位移速度为 $\boldsymbol{v}^i=[v_{x_i}\ v_{y_i}\ v_{z_i}]^{\mathrm{T}}$、$\boldsymbol{v}^j=[v_{x_j}\ v_{y_j}\ v_{z_j}]^{\mathrm{T}}$; 假设 GPS 网中 i 站的基准历元为 t_i^0, j 站的基准历元为 t_j^0, 观测历元为 t。

则基线向量 B_{ij} 的误差方程为:

收稿日期: 2001-12-10。
项目来源: 国家自然科学基金资助项目(40004001); 教育部优秀青年教师基金资助项目(大地测量反演理论及在中国地壳研究中的应用)。

$$\begin{bmatrix} V_{\Delta X_{ij}} \\ V_{\Delta Y_{ij}} \\ V_{\Delta Z_{ij}} \end{bmatrix} = -\begin{bmatrix} \mathrm{d}X_i^0 \\ \mathrm{d}Y_i^0 \\ \mathrm{d}Z_i^0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathrm{d}X_j^0 \\ \mathrm{d}Y_j^0 \\ \mathrm{d}Z_j^0 \end{bmatrix} - (t - t_i^0)\begin{bmatrix} v_{x_i} \\ v_{y_i} \\ v_{z_i} \end{bmatrix} + (t - t_j^0)\begin{bmatrix} v_{x_j} \\ v_{y_j} \\ v_{z_j} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \Delta X'_{ij} - \Delta X_{ij} \\ \Delta Y'_{ij} - \Delta Y_{ij} \\ \Delta Z'_{ij} - \Delta Z_{ij} \end{bmatrix} \tag{1}$$

式中, $[X_i^0\ Y_i^0 Z_i^0]^{\mathrm{T}}$ 和 $[X_j^0\ Y_j^0 Z_j^0]^{\mathrm{T}}$ 分别为 i、j 两点的近似坐标;

$$\begin{bmatrix} \Delta X_{ij} \\ \Delta Y_{ij} \\ \Delta Z_{ij} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_j^0 - X_i^0 \\ Y_j^0 - Y_i^0 \\ Z_j^0 - Z_i^0 \end{bmatrix};$$

$[\Delta X'_{ij}\ \Delta Y'_{ij}\ \Delta Z'_{ij}]^{\mathrm{T}}$ 为基线向量观测值;

$[V_{\Delta X_{ij}}\ V_{\Delta Y_{ij}}\ V_{\Delta Z_{ij}}]^{\mathrm{T}}$ 为观测值改正数;

$[\mathrm{d}X_i^0\ \mathrm{d}Y_i^0\ \mathrm{d}Z_i^0]^{\mathrm{T}}$ 为 t_i^0 时刻 i 站的坐标从近似值到平差值的改正数;

$[\mathrm{d}X_j^0\ \mathrm{d}Y_j^0\ \mathrm{d}Z_j^0]^{\mathrm{T}}$ 为 t_j^0 时刻 j 站的坐标从近似值到平差值的改正数。

令:

$$\boldsymbol{V}_{ij} = \begin{bmatrix} V_{\Delta X_{ij}} \\ V_{\Delta Y_{ij}} \\ V_{\Delta Z_{ij}} \end{bmatrix};\ \mathrm{d}\boldsymbol{X}_i = \begin{bmatrix} \mathrm{d}X_i^0 \\ \mathrm{d}Y_i^0 \\ \mathrm{d}Z_i^0 \end{bmatrix};\ \mathrm{d}\boldsymbol{X}_j = \begin{bmatrix} \mathrm{d}X_j^0 \\ \mathrm{d}Y_j^0 \\ \mathrm{d}Z_j^0 \end{bmatrix};\ \boldsymbol{f}_{ij} = \begin{bmatrix} \Delta X'_{ij} - \Delta X_{ij} \\ \Delta Y'_{ij} - \Delta Y_{ij} \\ \Delta Z'_{ij} - \Delta Z_{ij} \end{bmatrix}$$

则式(1)可简化为:

$$V_{ij} = -\mathrm{d}X_i + \mathrm{d}X_j - (t - t_i^0)\boldsymbol{v}^i + (t - t_j^0)\boldsymbol{v}^j - f_{ij} \tag{2}$$

式(2)就是附加位移参数的基线向量平差的误差方程。通过整体平差, 可以消除 GPS 网历元基准不同产生的系统误差, 同时求出观测站相对于平差基准的位移速度。

1.3　基线向量尺度基准的系统误差

基线向量尺度基准的系统误差是指 GPS 网基线向量整体尺度上的系统性误差。消除这一系统误差的方法是在整体平差时采用附加未知尺度参数的函数模型。

假设 GPS 网相对于平差基准的尺度系统误差为 m, 则基线向量 B_{ij} 的误差方程为:

$$\begin{bmatrix} V_{\Delta X} \\ V_{\Delta Y} \\ V_{\Delta Z} \end{bmatrix} = -\begin{bmatrix} \mathrm{d}X_i \\ \mathrm{d}Y_i \\ \mathrm{d}Z_i \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathrm{d}X_j \\ \mathrm{d}Y_j \\ \mathrm{d}Z_j \end{bmatrix} + m\begin{bmatrix} \Delta X_{ij} \\ \Delta Y_{ij} \\ \Delta Z_{ij} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \Delta X'_{ij} - \Delta X_{ij} \\ \Delta Y'_{ij} - \Delta Y_{ij} \\ \Delta Z'_{ij} - \Delta Z_{ij} \end{bmatrix} \tag{3}$$

参照式(2), 式(3)可简化为:

$$V_{ij} = -\mathrm{d}\boldsymbol{X}_i + \mathrm{d}\boldsymbol{X}_j + m\Delta\boldsymbol{X}_{ij} - \boldsymbol{f} \tag{4}$$

式(4)就是附加尺度参数的基线向量平差的误差方程。通过整体平差, 可以得到消除了 GPS 网整体尺度误差的平差结果, 并同时求出观测量相对于平差基准的系统尺度误差的大小。

1.4　基线向量方位基准的系统误差

基线向量方位基准的系统误差是指整个 GPS 网在空间直角坐标系中整体旋转的系统误差。这一系统误差, 可以表述为绕 X、Y、Z 轴的 3 个方向的旋转角, 在整体平差时, 通过在函数模型中加入这 3 个旋转参数加以消除。

假设 GPS 网相对于平差基准的旋转参数为 ω_X、ω_Y、ω_Z, 则基线向量 B_{ij} 整体平差的误差方程为:

$$\begin{bmatrix} V_{\Delta X} \\ V_{\Delta Y} \\ V_{\Delta Z} \end{bmatrix} = -\begin{bmatrix} \mathrm{d}X_i \\ \mathrm{d}Y_i \\ \mathrm{d}Z_i \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathrm{d}X_j \\ \mathrm{d}Y_j \\ \mathrm{d}Z_j \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & -\Delta Z_{ij} & \Delta Y_{ij} \\ \Delta Z_{ij} & 0 & -\Delta X_{ij} \\ -\Delta Y_{ij} & \Delta X_{ij} & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \omega_X \\ \omega_Y \\ \omega_Z \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \Delta X'_{ij} - \Delta X_{ij} \\ \Delta Y'_{ij} - \Delta Y_{ij} \\ \Delta Z'_{ij} - \Delta Z_{ij} \end{bmatrix} \tag{5}$$

令　$\boldsymbol{R}_{ij} = \begin{bmatrix} 0 & -\Delta Z_{ij} & \Delta Y_{ij} \\ \Delta Z_{ij} & 0 & -\Delta X_{ij} \\ -\Delta Y_{ij} & \Delta X_{ij} & 0 \end{bmatrix};\ \omega = \begin{bmatrix} \omega_X \\ \omega_Y \\ \omega_Z \end{bmatrix}$

则式(5)可以简化为:

$$V_{ij} = -\mathrm{d}\boldsymbol{X}_i + \mathrm{d}\boldsymbol{X}_j + \boldsymbol{R}_{ij}\omega - \boldsymbol{f} \tag{6}$$

式(6)即为附加旋转误差参数的 GPS 网基线向量平差的误差方程。通过整体平差就可以求出 GPS 网基线向量相对于平差基准的系统旋转误差及消除其影响后的平差结果。

GPS 网的系统误差除以上 3 种主要的类型外, 还有一些系统误差, 如仪器相位中心的偏心误差等, 这些系统误差, 可以在基线解算阶段, 通过对不同的仪器加入固定的偏心改正数的方法加以消除。

2　整体平差中多类系统误差的处理方法

2.1　划分子网

对于一个大型的高精度 GPS 网, 它所包含的系统误差可能是不同基准下的多类系统误差, 或

者说是由若干个具有相同系统误差的部分组成的。在整体平差和分析时，将那些具有相同系统误差的观测量划分为一个子网，对不同子网针对其所包含的系统误差，加入适当的系统误差参数，通过整体平差来求解这些参数，从而消除系统误差的影响。

2.2 子网的划分原则和系统误差参数的选取

子网的划分，首先是由观测量所包含的系统误差所决定的。平差时选用的参数同子网的划分是密切相关的。但是，如果子网的划分和参数选取不当，可能会破坏整体平差法方程系统的性状，大大降低平差精度，甚至导致错误的估计。子网的划分和参数的选择应按照以下几个原则。

①子网划分时，应考虑在同一子网中，观测量系统误差应具有代表性和显著性；不同子网之间的系统误差应具有一定的可区分性。例如不同的观测时期、采用了不同类型的仪器和基线解算软件、基线解算时采用了不同的星历或模型等。

②子网之间从结构上可能是互相连接、交叉或包含的，但同一个子网内的观测量应具有相同的系统误差。

③参数的选择可能有多种多样，应尽量选取一组正交或接近正交化的系统误差参数。

④避免过度的参数化，过多的参数会导致错误的估计，因此应该丢弃不显著的参数，合并具有较强相关性的参数。

3 附加尺度和旋转系统误差参数的多子网整体平差函数模型

一般情况下，采用 GPS 基线向量作为观测量进行网的整体平差，可以抵消掉多种因素引起的系统误差，大大减少系统误差参数的个数。由于基线向量本身只包含了尺度基准信息和方位基准信息，而且尺度因子 m 及方位基准中绕 X、Y、Z 3 个坐标轴的旋转角 ω_X、ω_Y、ω_Z 之间两两正交，因此这里通过附加尺度(m)和旋转($\omega_X, \omega_Y, \omega_Z$)系统误差参数，来研究多子网整体平差的函数模型。假设一个 GPS 网按照系统误差的不同划分为 p 个子网，其尺度和方位的系统误差参数设为 m^k 和$(\omega_X, \omega_Y, \omega_Z)^k (k=1, 2, \cdots, p)$，下面推导整体平差的函数模型。

3.1 子网 k 中基线向量B_{ij}^k的误差方程

参照式(4)和式(6)，同时顾及尺度和方位系统误差的误差方程为：

$$\begin{bmatrix} V_{\Delta X} \\ V_{\Delta Y} \\ V_{\Delta Z} \end{bmatrix}^k = -\begin{bmatrix} \mathrm{d}X_i \\ \mathrm{d}Y_i \\ \mathrm{d}Z_i \end{bmatrix}^k + \begin{bmatrix} \mathrm{d}X_j \\ \mathrm{d}Y_j \\ \mathrm{d}Z_j \end{bmatrix}^k + R_{ij}^k \begin{bmatrix} \omega_X \\ \omega_Y \\ \omega_Z \end{bmatrix}^k + m^k \begin{bmatrix} \Delta X_{ij} \\ \Delta Y_{ij} \\ \Delta Z_{ij} \end{bmatrix}^k - \begin{bmatrix} \Delta X'_{ij} - \Delta X_{ij} \\ \Delta Y'_{ij} - \Delta Y_{ij} \\ \Delta Z'_{ij} - \Delta Z_{ij} \end{bmatrix}^k \tag{7}$$

同样，按式(3)和式(5)，式(7)可简化为：

$$V_{ij}^k = -\mathrm{d}X_i^k + \mathrm{d}X_j^k + R_{ij}^k \omega^k + m^k \Delta X_{ij}^k - \boldsymbol{f} \tag{8}$$

即

$$V_{ij}^k = \begin{bmatrix} -E & E & R_{ij}^k & \Delta X_{ij}^k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathrm{d}X_i^k \\ \mathrm{d}X_j^k \\ \omega^k \\ m^k \end{bmatrix} - \boldsymbol{f} \tag{9}$$

3.2 子网 k 的误差方程

假设子网 k 中，包含的基线数为 t，测站数为 s，则根据式(8)可得子网 k 中误差方程为：

$$\boldsymbol{V}^k = \begin{bmatrix} -E & E & 0 & \cdots & 0 & 0 & R_{12}^K & \Delta X_{12}^K \\ -E & 0 & E & & 0 & 0 & R_{13}^K & \Delta X_{13}^K \\ \cdots & & & & & & & \cdots \\ 0 & & & \cdots & -E & E & R_{ij}^K & \Delta X_{ij}^K \end{bmatrix}_{3t\times(3s+4)} \begin{bmatrix} \mathrm{d}X_1^k \\ \mathrm{d}X_2^k \\ \cdots \\ \mathrm{d}X_j^k \\ \omega^k \\ m^k \end{bmatrix}_{(3s+4)\times 1} - \begin{bmatrix} f_{12}^k \\ f_{13}^k \\ \cdots \\ f_{ij}^k \end{bmatrix}_{3t\times 1} \tag{10}$$

子网 k 的设计矩阵为：

$$\boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} -E & E & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ -E & 0 & E & & 0 & 0 \\ \cdots & & & & \cdots & \\ 0 & & & \cdots & -E & E \end{bmatrix}_{3t\times 3s}$$

子网 k 中基线向量的旋转矩阵为：

$$\boldsymbol{R}^k = \begin{bmatrix} R_{12}^k & R_{13}^k & \cdots & R_{ij}^k \end{bmatrix}_{3t\times 3}^{\mathrm{T}}$$

子网 k 中基线向量的尺度系数矩阵为：

$$\Delta \boldsymbol{X}^k = \begin{bmatrix} (\Delta X_{12}^k)^{\mathrm{T}} & (\Delta X_{13}^k)^{\mathrm{T}} & \cdots & (\Delta X_{ij}^k)^{\mathrm{T}} \end{bmatrix}_{3t\times 1}$$

同时令：$\mathrm{d}\boldsymbol{X}^k = \begin{bmatrix} (\mathrm{d}X_{12}^k)^{\mathrm{T}} & (\mathrm{d}X_{13}^k)^{\mathrm{T}} & \cdots & (\mathrm{d}X_{ij}^k)^{\mathrm{T}} \end{bmatrix}_{3s\times 1}^{\mathrm{T}}$；$\boldsymbol{f}^k = \begin{bmatrix} f_{12}^{k\mathrm{T}} & f_{13}^{k\mathrm{T}} & \cdots & f_{ij}^{k\mathrm{T}} \end{bmatrix}_{3t\times 1}^{\mathrm{T}}$，则式(10)可简化为：

$$\boldsymbol{V}^k = \begin{bmatrix} \boldsymbol{A}^k & \boldsymbol{R}^k & \Delta \boldsymbol{X}^k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathrm{d}X^k \\ \omega^k \\ m^k \end{bmatrix} - \boldsymbol{f}^k \tag{11}$$

3.3　整网平差的法方程式构成

假设整网中总基线向量个数为 m, 总测站数为 n, 子网个数为 p, 则根据式(11)可得整网平差的法方程为:

$$[\boldsymbol{A}\ \ \boldsymbol{R}\ \ \Delta\boldsymbol{X}]^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}\begin{bmatrix}\boldsymbol{A}\\ \boldsymbol{R}\\ \Delta\boldsymbol{X}\end{bmatrix}^{\mathrm{T}}\begin{bmatrix}\mathrm{d}X\\ \omega\\ m\end{bmatrix}=[\boldsymbol{A}\ \ \boldsymbol{R}\ \ \Delta\boldsymbol{X}]^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}\boldsymbol{f} \tag{12}$$

式中, $\underset{3m\times 3n}{\boldsymbol{A}}$ 是整网的设计矩阵, 由各子网的设计矩阵组成;

$\underset{3m\times 3p}{\boldsymbol{R}}$ 是整网观测量的旋转系数矩阵, $\underset{3m\times 3p}{\boldsymbol{R}}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{R}^1 & & & 0\\ & \boldsymbol{R}^2 & & \\ & & \cdots & \\ 0 & & & \boldsymbol{R}^p\end{bmatrix}$, $\boldsymbol{R}^1$、$\boldsymbol{R}^2$、…、$\boldsymbol{R}^p$ 为各子网的旋转系数矩阵; $\Delta\underset{3m\times p}{\boldsymbol{X}}$ 是整网观测量的尺度系数矩阵, $\Delta\underset{3m\times p}{\boldsymbol{X}}=\begin{bmatrix}\Delta\boldsymbol{X}^1 & & & 0\\ & \Delta\boldsymbol{X}^2 & & \\ & & \cdots & \\ 0 & & & \Delta\boldsymbol{X}^p\end{bmatrix}$, $\Delta\boldsymbol{X}^1$, $\Delta\boldsymbol{X}^2$, …, $\Delta\boldsymbol{X}^p$ 为各子网的尺度系数矩阵; $\mathrm{d}\underset{3n\times 1}{\boldsymbol{X}}$ 是整网中测站近似坐标改正未知数, $\mathrm{d}\underset{3n\times 1}{\boldsymbol{X}}=[(\mathrm{d}X_1)^{\mathrm{T}}\ \ (\mathrm{d}X_2)^{\mathrm{T}}\ \ \cdots\ (\mathrm{d}X_n)^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}}$; $\underset{3p\times 1}{\omega}$ 是整网观测量的旋转误差参数 $\underset{3p\times 1}{\omega}=[\omega^{1^T}\ \ \omega^{2^T}\ \ \cdots\ \omega^{p^T}]^{\mathrm{T}}$, 其中 ω^1、ω^2、…、ω^p 分别为各子网的系统旋转误差参数; $\underset{p\times 1}{\boldsymbol{m}}$ 是整网观测量的尺度误差参数, $\underset{p\times 1}{\boldsymbol{m}}=[m^1\ \ m^2\ \ \cdots\ m^p]^{\mathrm{T}}$, 其中, m^1、m^2、…、m^p 分别为各子网的系统尺度误差参数; $\underset{3m\times 1}{\boldsymbol{f}}$ 是整网观测量误差常数项, $\underset{3m\times 1}{\boldsymbol{f}}=[\boldsymbol{f}^{1^{\mathrm{T}}}\ \ \boldsymbol{f}^{2^{\mathrm{T}}}\ \ \cdots\ \boldsymbol{f}^{p^{\mathrm{T}}}]$。将各项展开, 得到:

$$\begin{bmatrix}\underset{3n\times 3n}{\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}\boldsymbol{A}} & \underset{3n\times 3p}{\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}\boldsymbol{R}} & \underset{3n\times p}{\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{R}\Delta\boldsymbol{X}}\\ \underset{3p\times 3n}{\boldsymbol{R}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}\boldsymbol{A}} & \underset{3p\times 3p}{\boldsymbol{R}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}\boldsymbol{R}} & \underset{3p\times p}{\boldsymbol{R}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{R}\Delta\boldsymbol{X}}\\ \underset{p\times 3n}{\Delta\boldsymbol{X}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}\boldsymbol{A}} & \underset{p\times 3p}{\Delta\boldsymbol{X}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}\boldsymbol{R}} & \underset{p\times p}{\Delta\boldsymbol{X}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{R}\Delta\boldsymbol{X}}\end{bmatrix}\circ\begin{bmatrix}\underset{3n\times 1}{\mathrm{d}\boldsymbol{X}}\\ \underset{3p\times 1}{\omega}\\ \underset{p\times 1}{\boldsymbol{m}}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\underset{3n\times 1}{\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}\boldsymbol{f}}\\ \underset{3p\times 1}{\boldsymbol{R}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}\boldsymbol{f}}\\ \underset{p\times 1}{\Delta\boldsymbol{X}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}\boldsymbol{f}}\end{bmatrix} \tag{13}$$

其中, 法方程矩阵为对称矩阵。

4　系统误差参数的统计检验

4.1　系统误差参数的显著性检验

高精度 GPS 网可以通过附加参数的整体平差, 来求出各子网相对于平差基准的系统误差参数。但是在一些情况下, 不是所有的系统误差参数都是显著的, 这些参数的存在, 可能会影响平差系统的性状, 应予以剔除。

当系统误差参数之间是正交或接近正交时, 一般采用一维 t 检验, 逐一对参数进行显著性检验。

假设整体平差后的某一系统误差参数估值为 $\hat{c_i}$, 其协因数为 q_{c_i}, 整体平差后的单位权中误差为 $\hat{\sigma}_0^2$, 自由度为 $f=n-u$, 则有统计量:

$$t_i=\frac{\hat{c}_i}{\hat{\sigma}_0\sqrt{q_{c_i}}}$$

对于给定的置信度 α 和自由度 f, 有检验临界值 $t_\alpha(f)\sim t(n-u)$, 当 $t_i\leqslant t_\alpha(f)$时, 则认为该系统误差参数不显著, 在下次的平差迭代中应予以剔除。

4.2　系统误差参数的相关性检验

整体平差时, 若选取的参数之间, 或参数与原有观测量之间具有较强的相关性, 可能导致法方程系统的病态, 从而得到错误的估计。因此, 平差后应反过来对系统误差参数进行相关性检验, 以确定参数的选取是否适当。

系统误差参数 c 与其他参数或观测量 d 的相关性, 可以通过两者的相关系数反映出来:

$$\rho_{c,d}=\frac{q_{c,d}}{\sqrt{q_{c,c}\circ q_{d,d}}} \tag{14}$$

式中, q 为协因数矩阵中的元素。

$\rho_{c,d}$的显著性可以采用 $t_{(n-2)}$ 检验进行: 给定置信度 $\alpha=0.001$, 若

$$\rho_{c,d}>\frac{t_\alpha}{\sqrt{t_\alpha^2+(n-2)}} \tag{15}$$

成立, 则认为 c 与 d 相关性显著, 应将该参数进行合并或消除后, 重新平差。

5　结　语

1) 高精度 GPS 网的系统误差由多种因素产生, 在平差处理时, 可以将这些系统误差归结为位置基准、尺度基准、方位基准和时间演变基准的系统误差等 4 类主要的系统误差。

2) 对于包含了不同基准下多类系统误差的 GPS 网, 在整体平差时, 应将那些具有相同系统误差的观测量划分为一个子网。对不同子网针对其所包含的系统误差, 加入适当的系统误差参数, 通过整体平差消除系统误差的影响。

3) 推导了多子网附加尺度和旋转系统误差

参数的平差模型,给出了法方程的计算方法。

4) 子网的划分和参数的选取,应考虑观测量系统误差的代表性和显著性,参数之间应该正交或接近正交,同时要避免过度的参数化。

5) 平差后应对参数进行显著性和相关性的统计检验,对不显著的参数要加以消除,对相关性较强的参数,应予以合并或消除后重新进行平差。

参 考 文 献

1 王松桂. 线性模型的理论及其应用. 合肥: 安徽教育出版社, 1987

2 刘经南, 刘大杰, 崔希璋. 卫星网与地面网联合平差的理论和应用. 武汉测绘科技大学学报, 1987, 12(4): 1~9

3 施 闯. 大规模、高精度 GPS 网平差处理与分析理论及其应用: [博士论文]. 武汉: 武汉测绘科技大学, 1999

4 Meissl P. A Priori Prediction of Roundoff Error Accumulation in the Solution of a Superlarge Geodetic Normal Equation System. NOAA Professional Paper No. 12, New York, 1980

作者简介: 施闯, 副教授, 博士。现主要从事 GPS 数据分析理论和方法研究。

E-mail: shi@gfz-postdam.de

The Systematical Error Analysis of High Precision GPS Network Adjustment

SHI Chuang[1] *LIU Jingnan*[2] *YAO Yibin*[3]

(1 GPS Research Center, Wuhan University, 129 Luoyu Road, Wuhan, China, 430079)

(2 Presidential Secretariat, Wuhan University, Luojia Hill, Wuhan, China, 430072)

(3 School of Geodesy and Geomatics, Wuhan University, 129 Luoyu Road, Wuhan, China, 430079)

Abstract: Usually the high precision GPS network lasts two or more years. In this period the GPS observation epoch, GPS satellite situation, GPS receivers, observing environment, the reference frame of ephemeris and even the surveying standard have changed, which will cause complex systematical errors. In this paper, all kinds of systematical errors of stochastic model in adjustment are discussed in details. And the relative adjustment model to estimate the systematical error parameters is established. In practice, the whole network is usually divided into some sub-nets, and each sub-net must have some systematical errors. With the different systematical errors, the theoretical estimation model, relative arithmetic and the statistical proof-test methods of systematical error parameters are also discussed in details.

Key words: GPS data analysis; systematical error analysis; datum

About the author: SHI Chuang, associate professor, Ph. D. He is concentrated on the research of the theory and methods of high precision GPS data processing.

E-mail: shi@gfz-potsdam.de