

利用卫星测高资料反演海底地形研究

黄谟涛¹ 翟国君¹ 欧阳永忠¹ 周宏山¹

(1 天津海洋测绘研究所, 天津市友谊路 40 号, 300061)

摘要: 论述了利用卫星测高数据反演海底地形的解析算法和统计算法的基本原理和数学模型, 在此基础上, 基于最小二乘配置理论, 提出了统计算法的改进模型。使用新模型在南中国海地区进行了海底地形反演计算, 并将反演结果与实际船测水深进行比对, 进一步验证改进模型的可靠性和有效性。

关键词: 卫星测高; 海洋深度; 最小二乘配置

中图法分类号: P228.3; P229.1

卫星测高技术发展至今虽然只有短短 20 多年历史, 但大量的研究结果表明, 这项新技术的应用范围已经涉及海洋地球物理学、海洋大地测量学以及海洋动力学等学科研究和应用中的各个领域。卫星测高对大地测量学的最大贡献是在海洋区域提供了高精度和高分辨率的大地水准面高数据。海洋大地水准面作为最接近平均海面的重力等位面, 主要反映了地球内部物质结构及其密度分布的不均匀性, 因此可以说, 大地水准面与海底地形在一定程度上具有一一对应的相关关系。尽管早在 19 世纪 70 年代, Siemens(1876)就发现了这种相关性并提出通过海面重力测量方法推求海洋深度的设想, 但直到 20 世纪 80 年代卫星测高技术出现以后, Dixon 等(1983)才得以将这一设想付诸实施。自此, 人们在分析研究利用卫星测高数据探测和预报海洋深度方面做了大量工作^[1~4]。Calmant 和 Baudry(1996)曾撰文对该领域的研究工作进行回顾和总结。

目前, 国际上由卫星测高数据反演海底地形的常用方法主要有解析算法和统计算法两大类。解析算法主要基于 Parker(1972)的异常扰动位计算公式和 Watts(1978)的 3 个板块模型; 统计算法主要基于随机过程中的最小二乘配置理论。尽管通过卫星测高手段推求海洋深度还远达不到正式生产海图的精度要求, 但最新的研究结果表明, 反演结果确实包含了海底地形中的某些细节部分, 揭示了现有海底地形模型中许多未知的现象。

本文旨在综合国内外在卫星测高应用领域中的最新研究成果, 基于现代最小二乘配置理论, 提出使用完整的带有非随机参数的最小二乘配置模型进行海底地形迭代反演计算, 并将反演结果与实际船测水深进行比对, 取得了比较满意的效果。

1 反演海底地形的基本原理与数学模型

1.1 解析算法模型

海底是地球固体表面与海水的交界面, 如果把海洋深度变化视为海底地形高度变化的反映, 那么, 由物理大地测量学得知, 海底地形高度变化将引起局部重力场扰动, 其相应的扰动位大小由下式计算:

$$T(r) = G\Delta\rho \int_V \frac{dv}{|r - r'|} \quad (1)$$

式中, G 为地球引力常数; r 和 r' 分别为代表计算点和流动体元的地心向径; dv 为积分体元; $\Delta\rho$ 为岩石层与海水的密度差。根据著名的 Bruns 公式, 可由式(1)写出相对应的由 $\Delta\rho$ 引起的大地水准面高度变化计算公式, 其离散化形式为:

$$N(r) = \frac{G\Delta\rho}{\gamma} \sum_{r'} \Delta\Omega(r') \int_{Z_b}^{Z_t} \frac{dZ}{|r - r'|} \quad (2)$$

式中, γ 为正常重力; $\Delta\Omega(r')$ 代表积分面积元; Z_t 和 Z_b 分别代表积分体元的上、下表面深度; Z 轴指向为垂直向上。在平面近似条件下, 对式(2)做级数展开, 并在其两端求 Fourier 变换得^[5]:

$$F[N(r)] = \frac{2\pi G \Delta \rho}{\gamma} \exp(-|k| Z_0) \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \frac{|k|^{n-2}}{n!} F[Z^n(r')] \quad (3)$$

式中, Z_0 为某个特定的参考深度; $Z(r')$ 为相对于 Z_0 的深度变化量; k 代表波数矢量的模。在线性近似条件下, 式(3)可写为:

$$F[N(r)] = \frac{2\pi G \Delta \rho}{\gamma} |k|^{-1} \cdot \exp(-|k| Z_0) F[Z(r')] \quad (4)$$

根据式(4), 由已知的大地水准面高度 $N(r')$, 求得海底地形深度为:

$$b(r) = F^{-1}\left\{ [Z_N(k)]^{-1} F[N(r')]\right\} \quad (5)$$

式中,

$$Z_N(k) = \frac{2\pi G \Delta \rho}{\gamma} |k|^{-1} \exp(-|k| Z_0) \quad (6)$$

当已知量为重力异常时, 对应于式(5)和式(6)的计算公式为:

$$b(r) = F^{-1}\left\{ [Z_g(k)]^{-1} F[\Delta g(r')]\right\} \quad (7)$$

$$Z_g(k) = 2\pi G \Delta \rho \exp(-|k| Z_0) \quad (8)$$

式中, $Z_N(k)$ 和 $Z_g(k)$ 统称为导纳函数。以上两组公式即为通过解析方法反演海洋深度的基本公式。

根据式(7), 频率域中一般形式的深度反演模型为:

$$B(u, v) = K(u, v) \Delta G(u, v) \quad (9)$$

式中, B 和 ΔG 分别代表海洋深度和重力异常的 Fourier 变换; K 为转换函数; u 和 v 为对应于空间平面坐标分量的频域变量。在实际应用中, 一般取^[4]:

$$K(u, v) = \frac{1}{2\pi G \Delta \rho} e^{2\pi d \sqrt{u^2 + v^2}} \quad (10)$$

式中, d 代表研究区域的平均深度。由于转换函数中包含 $e^{2\pi d \sqrt{u^2 + v^2}}$ 项, 海洋深度反演实际上就演变成为一个向下解析延拓问题, 这种问题的解是非唯一的, 而且是不稳定的, 因此必须采取一些相应的规则化处理措施^[4]。Smith 和 Sandwell(1994)使用上述模型反演海洋深度时采取的一项简单化处理措施是, 在取得的最终海洋深度模型中除掉波长小于 15km 的高频振荡成分。Hwang 在文献[4]中介绍了一种有效处理上述不稳定问题的具体方法和步骤。

1.2 统计算法模型

通过解析方法建立海洋深度反演模型, 虽然物理意义比较明确, 但在实际应用过程中, 要想精确地确定解析反演模型中的几个关键性参数决非易事, 因此, 其推广应用范围受到了很大的限制。

1994 年, Tscherning 等人首次提出利用重力数据通过统计迭代计算方法来改善已有的水深模型。此后, Arabelos(1997)和 Hwang(1999)也相继使用这种类似的方法分别在地中海和南中国海地区进行了海洋深度的反演计算。Hwang 使用的反演模型为:

$$h = \mu_h + C_{hg} C_{gg}^{-1} (\Delta g - \mu_{\Delta g}) \quad (11)$$

式中, h 代表水深; Δg 为重力异常; μ_g 和 $\mu_{\Delta g}$ 分别代表 h 和 Δg 的数学期望值; C_{hg} 为 h 和 Δg 的互协方差矩阵; C_{gg} 为 Δg 的自协方差矩阵。在实际应用中, μ_g 和 $\mu_{\Delta g}$ 一般用各自的局部平均值来代替。令剩余水深和剩余重力异常为:

$$\bar{h} = h - \mu_h \quad (12)$$

$$\bar{\Delta g} = \Delta g - \mu_{\Delta g} \quad (13)$$

则式(11)可简写为:

$$\bar{h} = C_{hg} C_{gg}^{-1} \bar{\Delta g} \quad (14)$$

上式与物理大地测量中常用的最小二乘推估公式完全一致^[7]。由于 h 和 Δg 是两种不同类型的参量, 因此, 如何精确求定它们之间的互协方差函数 C_{hg} , 就成为应用式(14)反演海洋深度的主要问题。针对这个问题, Hwang(1999)提出通过计算频率域中的功率谱密度函数来代替空间域中的互协方差函数。实验结果表明, 这一改进措施取得了比较好的反演效果。

由最小二乘配置理论得知, 推估式(14)源于以下的起始模型:

$$\Delta g = (1, 0) \begin{pmatrix} s \\ h \end{pmatrix} + n \quad (15)$$

式中, s 代表重力异常的趋势面(信号)部分; n 为 Δg 的观测噪声。由式(15)得知, 式(14)的起始模型并没有为 Δg 和 h 确定明确的函数关系, 在反演模型中联系水深和重力的纽带是它们之间的互协方差函数。在局部重力场逼近计算研究中, 当谈到重力与高程的关系时, 人们很容易想到利用地形信息的间接作用来提高空间重力异常的推估精度。其推估模型一般假设为:

$$\Delta g = a + b h + s + n \quad (16)$$

式中, a 和 b 为待定参数, 其他符号的意义同前。许多研究结果已经证明, 利用式(16)推估重力异常, 其效果要比不顾及地形高度影响的简单模型有明显的改善作用。本文研究的问题是上述问题的反问题, 根据前面的分析研究结果, 完全有理由将利用地形高推估重力异常的计算模型改写为如下的利用重力异常推估海洋深度的计算模型, 即

$$h = a + b \Delta g + s + n \quad (17)$$

式中, a 和 b 仍为待求参数; s 代表海洋深度的信号部分; n 为 h 的观测噪声。式(17)的矩阵形式为:

$$\mathbf{L} = \mathbf{AX} + \mathbf{S} + \mathbf{V} \quad (18)$$

式中, \mathbf{L} 为水深观测值向量; X 为待求的非随机参数向量; A 为由 1 和 Δg 组成的已知系数矩阵; S 为信号向量; V 为 L 的改正数向量。式(18)是一个形式完整的最小二乘配置模型, 它的最小二乘解为^[7]:

$$\mathbf{X} = (\mathbf{A}^T \mathbf{C}^{-1} \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{C}^{-1} \mathbf{L} \quad (19)$$

$$\mathbf{S} = \mathbf{C}_{SS} \mathbf{C}^{-1} (\mathbf{L} - \mathbf{AX}) \quad (20)$$

$$\mathbf{V} = \mathbf{C}_{nn} \mathbf{C}^{-1} (\mathbf{L} - \mathbf{AX}) \quad (21)$$

$$\mathbf{H} = \mathbf{L} - \mathbf{V} \quad (22)$$

式中, $C = C_{SS} + C_{nn}$, 其中, C_{SS} 为信号 S 的协方差矩阵; C_{nn} 为噪声协方差矩阵; H 为水深平差值向量。利用式(19)~式(22), 即可根据某个已知的概略海洋深度模型, 通过必要的迭代计算, 最终求得比较精确的深度模型。在第一次迭代计算时, 由于信号 S 为未知量, 故它的协方差矩阵只能用 h 的协方差矩阵来代替。当计算结果趋于稳定时, 迭代计算即告结束。

使用式(17)作为海洋深度反演模型的主要特点是, 首先通过明确的线性函数关系确认海洋深度与重力异常之间的联系, 即变式(14)中的统计相关为函数相关。此举不仅具有比较直观的物理意义, 而且成功地避开了使用式(14)时需要确定 h 和 Δg 之间互协方差函数存在的困难。后面将通过数值实验进一步说明这一处理方法的计算效果。

2 实际计算与外部精度检核

本研究在反演海洋深度试算过程中, 实际使用了文献[8]获得的卫星测高重力异常数据文件。该数据文件是综合使用 Seasat、Geosat、ERS-1 和 T/P 四种卫星在执行不同飞行任务时获得的多种类型测高资料, 并通过逆 Vening-Meinesz 公式反演得到的, 具体的相关信息参见 Hwang 等(1998)。利用文献[8]提供的 $2' \times 2'$ 网格化卫星重力异常数据, 笔者在南中国海地区进行了海洋深度实际反演计算, 相应得到 $2' \times 2'$ 网格化的海底地形数字模型。其中计算范围为 $2^\circ N \sim 25^\circ N$, $105^\circ E \sim 125^\circ E$, 计算模型为式(19)~式(22), 并采用

最新的全球 $5' \times 5'$ 数字地形高度模型 JGP95E^[9] 作为迭代计算的起始海深模型, 协方差计算采用以下实用公式:

$$C(d) = \frac{1}{2} [C(d)_h + C(d)_v] \quad (23)$$

$$C(0) = \frac{1}{mn} \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n (\Delta h_{ij})^2 \quad (24)$$

$$C(d)_h = \frac{1}{m(n-q)} \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^{n-q} \Delta h_{ij} \Delta h_{i+j+q} \quad (25)$$

$$C(d)_v = \frac{1}{n(m-q)} \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^{m-q} \Delta h_{ij} \Delta h_{i+j} \quad (26)$$

式中, d 代表测点之间的距离; $C(d)_h$ 和 $C(d)_v$ 分别代表横向和纵向协方差; Δh 为深度值与研究区域深度平均值之差; m 和 n 分别代表横向和纵向网格数目。根据文献[9], 起始海洋深度模型的观测噪声方差选为 $\sigma^2 = 400^2 m$ 。

为了客观地评价卫星测高反演海洋深度的实际精度, 进一步开展了将反演水深与海面船测水深进行比对的外部检核工作。参加比对的船测水深均为从 1990 年至 2000 年在该地区不同海域, 利用单波束测深仪进行测量获得的实际观测值, 其观测精度高于观测深度的 1%, 参加比对的测点总数为 152 979 个。该地区船测水深变化统计结果见表 1。

将按式(19)~式(22)计算得到的海洋深度推估值分别内插到船测点位, 并将其与相应的船测深度值比较, 具体比较统计结果如表 2 所示。表中列出的相对精度指标是指均方根误差除以研究区域的平均水深值。为了说明本文提出的反演模型的改善效果, 这里同时将起始深度模型 JGP95E 与船测水深和 Hwang(1999)计算结果与船测水深的比对统计结果列为表 3、表 4。

从表 2 和表 3 的计算统计结果可以看出, 本文提出的统计算法改进模型是可行有效的, 不仅形式上具有比较明确的物理意义, 而且实现过程

表 1 船测水深变化统计结果

Tab. 1 The Statistics of Ship-borne Depth

数据年份	数据量/个	最大值/m	最小值/m	平均值/m	均方根	标准差
1990	3 037	4 395	308	2 079	2 216	767
1991	2 545	4 448	493	2 424	2 571	855
1993	3 833	4 613	622	4 173	4 197	454
1994	2 532	4 303	258	2 794	2 944	929
1995	2 492	4 359	576	3 474	3 610	978
1996	2 405	4 441	1 164	3 302	3 404	825
1997	13 874	4 463	273	2 037	2 272	1 005
1998	9 677	4 276	218	2 637	2 722	676
1999	55 314	4 296	222	3 775	3 832	661
2000	57 237	4 514	463	3 616	3 665	596

比较简单。考虑到船测海洋深度本身也存在一定大小的误差,因此可以认为,利用卫星测高数据反演海洋深度的精度已经不低于深度的10%,达到了研究项目预定的精度指标要求。表2给出的精度比对结果略优于表4给出的Hwang(1999)反演深度比对结果,这也从另一侧面说明,获得的卫星测高海洋深度反演结果是可信的。

3 结语

尽管卫星测高反演海洋深度还远达不到正式生产海图的精度要求,但作为船测水深的一种补充手段,测高反演水深在海洋科学研究中心仍具有相当广泛的应用前景⁴。这里需要指出的是,由于卫星测高在海洋或岛屿附近受地形地物影响较大,观测精度明显下降,因此,利用卫星测高反演海洋深度,一般只有在深水海区才有希望获得比较满意的计算结果。但这种反演手段究竟只能适用于多深的水深,不同的海区可能有不同的结论,这些问题还有待作进一步的研究。

致谢:感谢台湾学者C. Hwang教授为本文提供宝贵的卫星测高反演数据及给予作者的热情指导。

参 考 文 献

- Smith W H, Sandwell D T. Bathymetric Prediction from Dense Satellite Altimetry and Sparse Shipboard Bathymetry. *J Geophys Res.*, 1994, 99: 21 803~21 824
- Ramillien G, Cazenave A. Global Bathymetry Derived

表2 反演水深与船测值比对统计结果

Tab. 2 The Statistics of Discrepancies between the Recovered and Ship-borne Depth

数据年份	最大值/m	最小值/m	平均值/m	均方根	标准差	相对精度/%
1990	652.4	-642.3	10.6	184.1	183.8	8.9
1991	596.1	-589.7	9.3	169.5	169.3	7.0
1993	551.3	-553.3	12.3	132.7	132.2	3.2
1994	550.4	-570.9	24.7	163.0	161.1	5.8
1995	457.0	-458.9	2.9	125.7	125.6	3.6
1996	639.6	-621.9	25.8	183.8	182.0	5.6
1997	673.9	-684.2	-59.8	208.0	199.3	10.2
1998	712.7	-714.1	20.0	207.1	206.2	7.9
1999	647.0	-723.3	-12.1	158.9	158.5	4.2
2000	465.5	-466.4	26.1	114.2	111.2	3.2

表3 起始深度模型与船测水深的比对统计结果

Tab. 3 The Statistics of Discrepancies between the Reference and Ship-borne Depth

数据年份	最大值/m	最小值/m	平均值/m	均方根	标准差	相对精度/%
1990	820.4	-825.8	35.4	224.6	221.8	10.8
1991	890.2	-889.0	41.8	260.7	257.3	10.8
1993	1 154.7	-1 163.7	114.9	272.6	247.2	6.5
1994	1 028.3	-1 020.9	2.5	281.9	281.9	10.1
1995	736.0	-748.0	16.6	246.9	246.4	7.1
1996	915.1	-929.4	15.3	250.0	249.5	7.6
1997	882.3	-882.6	-19.3	235.6	234.8	11.6
1998	1 026.6	-1 031.6	-2.6	302.5	302.4	11.5
1999	1 392.4	-1 391.2	126.1	355.4	332.2	9.4
2000	858.9	-857.6	76.3	217.3	203.5	6.0

表4 Hwang(1999)计算结果与船测水深的比对统计结果

Tab. 4 The Statistics of Discrepancies between Hwang(1999) and Ship-borne Depth

数据年份	最大值/m	最小值/m	平均值/m	均方根	标准差	相对精度/%
1990	628.2	-624.8	30.9	188.4	185.8	9.1
1991	625.1	-628.9	49.5	197.3	191.0	8.1
1993	697.8	-752.5	25.0	204.6	203.1	4.9
1994	731.7	-728.3	52.3	225.8	219.6	8.6
1995	703.4	-736.2	19.2	242.7	241.9	7.0
1996	605.9	-697.1	-33.3	220.0	217.5	6.7
1997	654.1	-671.0	-58.6	202.9	194.2	10.0
1998	843.9	-846.5	25.4	267.6	266.4	10.1
1999	761.2	-764.2	-18.5	208.5	207.7	5.5
2000	565.9	-566.1	9.9	154.9	154.6	4.3

from Altimeter Data of the ERS-1 Geodetic Mission. *J. Geodynamics*, 1997, 23: 129~149

- Arabelos D. On the Possibility to Estimate Ocean Bottom Topography from Marine Gravity and Satellite Altimeter Data Using Collocation. In: Forsberg R, Feissel M, Dietrich R eds. *Geodesy on the Move*. IAG Symposia. Berlin: Springer, 1997, 119: 105~112
- Hwang C A. Bathymetric Model for the South China Sea from Satellite Altimetry and Depth Data. *Marine Geodesy*, 1999, 22(1): 37~51
- Parker R L. The Rapid Calculation of Potential Anomalies. *Geophys J. R. Astr. Soc.*, 1972, 31: 447~455

- 6 Tikhov A N, Arsenin V Y. Solutions of Ill-posed Problem. New York: John Wiley & Sons, 1977
- 7 Moritz H. Advanced Physical Geodesy. England: Abacus Press, 1980
- 8 Huang M T. On the Recovery of Gravity Anomalies from Altimeter Data. *Acta Geodaetica et Cartographica Sinica*, 2001, 30(2): 179~184
- 9 Lemoine F G, Kenyon S C, Factor J K, et al. The Development of the Joint NASA GSFC and National Imagery and Mapping Agency (NIMA) Geopotential Model EGM96. Maryland: Goddard Space Flight Center, 1998
- 10 Dixon T H. Bathymetric Prediction from Seasat Altimeter Data. *J. Geophys. Res.*, 1983, 88: 1 563~1 571
- 11 Calmant S, Baudry N. Modelling Bathymetry by Inverting Satellite Altimetry Data: a Review. *Marine Geophysical Researches*, 1996, 18: 123~134
- 12 Hwang C, Kao E C, Parsons B. Global Derivation of Marine Gravity Anomalies from Seasat, Geosat, ERS-1 and Topex/Poseidon Altimeter Data. *Geophysical Journal International*, 1998, 134: 449~459
- 13 Siemens C W. On Determining the Depth of the Sea without the Use of a Sounding Line. London: Philos. Trans R. Soc. London, 1976
- 14 Tscherning C C, Knudsen P, Forsberg R. First Experiments with Improvement of Depth Information Using Gravity Anomalies in the Mediterranean Sea. In: Arabellos D, Tziavos I N, eds. *Mare Nostrum*. Thessaloniki: Department of Geodesy and Surveying University of Thessaloniki, 1994. 133~148
- 15 Watts A B. An Analysis of Isostasy of the World's Oceans. *J. Geophys. Res.*, 1978, 83: 5 989~6 004

作者简介: 黄漠涛, 高级工程师。现主要从事海洋重力场及海洋测量数据处理研究。代表成果: 海洋重力测量理论与方法; 中国海洋重力数据库; 地球位模型改善; 高空引力场赋值模型; 谱技术在重力场逼近计算中的应用; 多波束测深数据处理理论与方法。
E-mail: nvsurvey@public.tjuc.com.cn

The Recovery of Bathymetry from Altimeter Data

HUANG Motao¹ ZHAI Guojun¹ OUYANG Yongzhong¹ ZHOU Hongshan¹

(1 Tianjin Institute of Hydrographic Surveying and Charting, 40 Youyi Road, Tianjin, China, 300061)

Abstract: At present, there exist two types of method used to recover the bathymetry from altimeter data, i.e. the deterministic methods and the statistical method. In this paper, the principles of the two method are introduced first. Then on the basis of the theory of least-square collocation, a modified statistical model for recovering bathymetry from altimeter data is proposed. The new model is used to compute the ocean depth in the South China Sea from altimeter-derived gravity anomalies. And finally the predicted depths are compared to the ship-borne depth.

Key words: altimetry; bathymetry; least-square collocation

About the author: HUANG Motao, senior engineer. He is engaged in the studies of marine gravity field and data processing for marine surveying. His representative achievements are: the theory and method of marine gravity measurement; the establishment and application of China marine gravity database system; the improvement of geopotential model; mathematical model for computing disturbing gravity field in space; the applications of spectral technique in the approximation of gravity field; the theory and method of data processing for multibeam echosounding.

E-mail: nvsurvey@public.tjuc.com.cn