

机载三线阵 CCD 摄影中心轨迹及 姿态拟合的半参数法

孙海燕¹ 李瑞明² 闫利¹

(1 武汉大学测绘学院, 武汉市珞喻路 129 号, 430079)

(2 青岛市勘察测绘研究院, 青岛市人民路 2 号, 266033)

摘要: 只要给出摄像瞬间摄像中心的位置和摄像平台的姿态, 通过机载三线阵 CCD 获取的影像就可以直接解算地面点坐标。拟合摄像中心的位置函数和摄像平台的姿态函数是机载三线阵 CCD 摄影测量的最基本问题。针对由 GPS/INS 得到的摄像平台位置和姿态观测值, 提出了半参数拟合法。模拟计算表明, 这种方法可以有效地克服对飞行轨迹及姿态的先验数学模型的模型误差, 从而达到较高的精度。

关键词: 机载三线阵 CCD; 绝对定向; 数据拟合; 半参数回归

中图法分类号: P236; P207

机载三线阵 CCD 测量系统的构成及工作原理可参见文献[1, 2]。由于工作时飞行器在高速运动, 投影中心的位置以及像平面的空中姿态均处于不断的变化之中; 机载三线阵 CCD 测量系统对外方位元素的要求约为 200~500Hz, 而 GPS/INS 提供的数据量远远不够, 因而必须根据 GPS/INS 的观测值进行内插。通常采用直线或二次多项式直接内插。可以看出, GPS/INS 的观测精度和内插精度将直接影响地面点的解算精度。实际上飞行器的运动轨迹是在某种比较规则的曲线(如直线或圆弧)附近波动的复杂的连续曲线, 简单的内插或者用简单的曲线拟合其轨迹, 不可避免地会带来模型误差。这种误差是系统性的, 如果在数据处理中能够有效地补偿, 就能显著地提高地面点的精度。对于表示像平面的空中姿态的三个欧拉角, 亦存在同样的问题。

为了在投影中心运动轨迹和姿态的拟合中, 能充分顾及到 GPS 与 INS 观测值的误差特性, 克服系统误差的影响, 本文提出了半参数拟合法。

1 半参数拟合的基本原理^[3]

高斯-马尔柯夫模型是测量数据处理中最常用的数学模型, 如果不存在模型误差, 通过最小二

乘法可以得到待定参数的最优无偏估值。高斯-马尔柯夫模型的数学表述为: $\mathbf{L} = \mathbf{B}\mathbf{X} + \Delta$, $E(\Delta) = 0$, $D(\Delta) = \mathbf{D}\Delta = \sigma_0^2 \mathbf{P}^{-1}$, 这里 $\mathbf{L} \in \mathbf{R}^n$ 为观测向量; $\mathbf{X} \in \mathbf{R}^t$ 为未知参数向量; $\Delta \in \mathbf{R}^n$ 为观测误差向量; $\mathbf{B} \in \mathbf{R}^{n \times t}$ 为设计矩阵; \mathbf{D}_Δ 或 \mathbf{P} 已知; 平差准则为 $\mathbf{V}^T \mathbf{P} \mathbf{V} = \min$ 。

当函数模型存在模型误差(系统误差)时, 即 $E(\Delta) \neq 0$, 可以对函数模型作如下改进。令

$$\mathbf{L} = \mathbf{B}\mathbf{X} + \mathbf{S} + \Delta \quad (1)$$

则相应的误差方程为:

$$\mathbf{V} = \mathbf{B}\mathbf{X} + \mathbf{S} - \mathbf{L} \quad (2)$$

这里把系统误差看作为某种因素如时间的函数 $\mathbf{S}(t)$, $\mathbf{S} \in \mathbf{R}^n$ 是这个函数在一些特定时刻的函数值 $\mathbf{S}(t_i)$ ($i = 1, 2, \dots, n$)。

与高斯-马尔柯夫模型比较, 由于增加了 n 个表示模型误差的待定参数, 根据最小二乘准则 $\mathbf{V}^T \mathbf{P} \mathbf{V} = \min$, 将无法得到式(2)的唯一解。半参数模型求解有多种方法, 其中与测量平差接近的是罚最小二乘法, 即求解如下条件极值问题:

$$\begin{cases} \mathbf{V}^T \mathbf{P} \mathbf{V} + \alpha \mathbf{S}^T \mathbf{R} \mathbf{S} = \min \\ \mathbf{V} = \mathbf{B}\mathbf{X} + \mathbf{S} - \mathbf{L} \end{cases} \quad (3)$$

式中, \mathbf{R} 是一个适当给定的正定矩阵, 称为正规化矩阵; 二次型 $\mathbf{S}^T \mathbf{R} \mathbf{S}$ 反映对向量 \mathbf{S} 的某种度量; α 是一个给定的纯量因子, 在极小化过程中对 \mathbf{V}

和 S 起平衡作用, 称为平滑因子。

由于半参数模型中增加了表示模型误差的非参数分量, 因此对客观实际具有极强的解释性, 应用非常灵活。

2 机载三线阵 CCD 投影中心运动轨迹和像平面姿态的半参数拟合

通过 GPS/INS 可以得到 GPS 接收机相位中心的三维空间坐标和飞行器相对惯性平台的 3 个姿态角。在实际应用系统中, INS 测量的基准框架与像空间坐标系不平行, GPS 接收机相位中心与投影中心也不重合。地面上一点的像空间坐标与物空间坐标的关系为^[1]:

$$\begin{bmatrix} X_P \\ Y_P \\ Z_P \end{bmatrix}_M = \begin{bmatrix} X_{GPS} \\ Y_{GPS} \\ Z_{GPS} \end{bmatrix}_M + \mathbf{R}_F^M \begin{bmatrix} dx \\ dy \\ dz \end{bmatrix}_{GPS}^{INS} + \mathbf{R}_B^M \begin{bmatrix} dx \\ dy \\ dz \end{bmatrix}_{GPS}^{CAM} + \mathbf{R}_B^M \mathbf{R}_C^B \begin{bmatrix} x_P \\ y_P \\ -f \end{bmatrix}_C \quad (4)$$

式中, $[X_P, Y_P, Z_P]$ 为地面上一点的物空间坐标; 等式右边第二项为 GPS 接收机相位中心与 INS 坐标中心的位置差并将其变换到物空间坐标系; 第三项为 GPS 接收机相位中心与摄像机投影中心的位置差并将其变换到物空间坐标系; $(x_P, y_P, -f)$ 为地面上一点在像空间的坐标, 其中 x_P, y_P 为该点的像平面坐标, f 为摄像机的主距; 矩阵 $\mathbf{R}_B^M \mathbf{R}_C^B$ 则把地面上一点的像空间坐标先变换到 INS 坐标系, 再变换至物空间坐标系。GPS、INS、摄像机投影中心及视准轴的相互关系可以事先测定(实际工作中会有微小的变化)。记

$$\begin{bmatrix} X(t) \\ Y(t) \\ Z(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_{GPS} \\ Y_{GPS} \\ Z_{GPS} \end{bmatrix}_M + \mathbf{R}_F^M \begin{bmatrix} dx \\ dy \\ dz \end{bmatrix}_{GPS}^{INS} + \mathbf{R}_B^M \begin{bmatrix} dx \\ dy \\ dz \end{bmatrix}_{GPS}^{CAM} \quad (5)$$

$$\mathbf{R}(\omega(t), \varphi(t), \kappa(t)) = \mathbf{R}_B^M \mathbf{R}_C^B \quad (6)$$

则式(4)成为:

$$\begin{bmatrix} X_P \\ Y_P \\ Z_P \end{bmatrix}_M = \begin{bmatrix} X(t) \\ Y(t) \\ Z(t) \end{bmatrix} + \mathbf{R}(\omega(t), \varphi(t), \kappa(t)) \begin{bmatrix} x_P \\ y_P \\ -f \end{bmatrix}_C \quad (7)$$

由 GPS/INS 给出的位置与姿态观测值及系统的检校参数可以计算式(5)、式(6)在某些特定时刻的近似值。所谓投影中心运动轨迹的拟合, 就是根据由式(5)得到的 $X(t_i), Y(t_i), Z(t_i)$ ($i = 1, 2, \dots, n$) 拟合曲线 $(X(t), Y(t), Z(t))$ 。同

样, 飞行姿态的拟合是通过 $\omega(t_i), \varphi(t_i), \kappa(t_i)$ ($i = 1, 2, \dots, m$) 拟合函数 $\omega(t), \varphi(t), \kappa(t)$ 。

为了能简明地说明半参数拟合的方法, 这里近似地认为飞行器是在某个高度上匀速飞行, 而且物空间坐标系的 X 轴与飞行方向平行, 这样就可以近似地认为飞行器的轨迹为与 YOZ 平面平行的圆弧, 圆弧的半径为地球的半径与飞行高度之和。由于此圆弧的半径很大, 可以进一步简化为与 YOZ 平面平行的直线。投影中心 X 坐标变化的主要成分可以用 $a + bt$ 表示, 投影中心的 Y, Z 坐标近似为常数。实际投影中心的轨迹可以看作在上述直线附近波动的三维空间曲线, 故有:

$$X_P(t_i) = X_P + bt_i + S_X(t_i) + \Delta_X(t_i) \quad (8)$$

$$Y_P(t_i) = Y_P + S_Y(t_i) + \Delta_Y(t_i) \quad (9)$$

$$Z_P(t_i) = Z_P + S_Z(t_i) + \Delta_Z(t_i) \quad (10)$$

式中, $X_P(t_i), Y_P(t_i), Z_P(t_i)$ 为 GPS 测量给出的 t_i 时刻投影中心位置的真值; $X_P + bt_i, Y_P, Z_P$ 为表示投影中心的轨迹的参数; $S_X(t_i), S_Y(t_i), S_Z(t_i)$ 分别为投影中心的轨迹剩余部分在 YOZ 、 XOZ 、 XOY 平面上的投影, 可以认为它们都是光滑的曲线。 $\Delta_X(t_i), \Delta_Y(t_i), \Delta_Z(t_i)$ 分别为投影中心位置观测值的真误差。

式(8)~(10)是半参数模型, 用参数分量描述投影中心轨迹的主要成分, 非参数分量 $S_X(t_i), S_Y(t_i), S_Z(t_i)$ 则描述投影中心轨迹的非线性部分。由于 $S_X(t), S_Y(t), S_Z(t)$ 均是无穷维函数空间的函数, 无法用有限个参数表达, 所以只能假设它们具有某种基本性质, 如连续性或光滑性。而这样一种函数模型恰好适合于刻画复杂的投影中心轨迹, 因而具有比参数模型更好的解释性能。

由式(8)~(10)可得误差方程为:

$$V_X(t_i) = X_P + bt_i + S_X(t_i) - X_P(t_i) \quad (11)$$

$$V_Y(t_i) = Y_P + S_Y(t_i) - Y_P(t_i) \quad (12)$$

$$V_Z(t_i) = Z_P + S_Z(t_i) - Z_P(t_i) \quad (13)$$

式中, $i = 1, 2, \dots, n$ 。令 $V_X = [V_X(t_1), V_X(t_2), \dots, V_X(t_n)]^T$, $V_Y = [V_Y(t_1), V_Y(t_2), \dots, V_Y(t_n)]^T$, $V_Z = [V_Z(t_1), V_Z(t_2), \dots, V_Z(t_n)]^T$, $\hat{x} = [X_P, b, Y_P, Z_P]^T$, $\mathbf{S}_X = [S_X(t_1), S_X(t_2), \dots, S_X(t_n)]^T$, $\mathbf{S}_Y = [S_Y(t_1), S_Y(t_2), \dots, S_Y(t_n)]^T$, $\mathbf{S}_Z = [S_Z(t_1), S_Z(t_2), \dots, S_Z(t_n)]^T$, $\mathbf{X}_P = [X_P(t_1), X_P(t_2), \dots, X_P(t_n)]^T$, $\mathbf{Y}_P = [Y_P(t_1), Y_P(t_2), \dots, Y_P(t_n)]^T$, $\mathbf{Z}_P = [Z_P(t_1), Z_P(t_2), \dots, Z_P(t_n)]^T$, $\mathbf{V} = [V_X, V_Y, V_Z]^T$, $\mathbf{S} = [S_X, S_Y, S_Z]^T$, $\mathbf{L} = [X_P, Y_P, Z_P]^T$,

$$\mathbf{B}_X = \begin{bmatrix} 1 & t_1 & 0 & 0 \\ 1 & t_2 & 0 & 0 \\ \dots & & & \\ 1 & t_n & 0 & 0 \end{bmatrix}, \mathbf{B}_Y = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ \dots & & & \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{B}_Z = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ \dots & & & \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \mathbf{B} = \begin{bmatrix} \mathbf{B}_X \\ \mathbf{B}_Y \\ \mathbf{B}_Z \end{bmatrix}$$

则式(11)~(13)可写为:

$$\mathbf{V} = \mathbf{Bx} + \mathbf{S} - \mathbf{L} \quad (14)$$

于是投影中心轨迹的半参数拟合归结为式(3)表示的条件极值问题。

如果近似地认为观测值 $X_P(t_i)$ 、 $Y_P(t_i)$ 、 $Z_P(t_i)$ 的误差是独立的, 则上述问题可以简化为三个条件极值问题分别解算, 即

$$\begin{cases} \mathbf{V}_X^T \mathbf{P}_X \mathbf{V}_X + \alpha \mathbf{S}_X^T \mathbf{R}_X \mathbf{S}_X = \min \\ \text{s.t. } \mathbf{V}_X(t_i) = X_P + b t_i + S_X(t_i) - X_P(t_i) \end{cases} \quad (15)$$

$$\begin{cases} \mathbf{V}_Y^T \mathbf{P}_Y \mathbf{V}_Y + \alpha \mathbf{S}_Y^T \mathbf{R}_Y \mathbf{S}_Y = \min \\ \text{s.t. } \mathbf{V}_Y(t_i) = Y_P + S_X(t_i) - Y_P(t_i) \end{cases} \quad (16)$$

$$\begin{cases} \mathbf{V}_Z^T \mathbf{P}_Z \mathbf{V}_Z + \alpha \mathbf{S}_Z^T \mathbf{R}_Z \mathbf{S}_Z = \min \\ \text{s.t. } \mathbf{V}_Z(t_i) = Z_P + S_Z(t_i) - Z_P(t_i) \end{cases} \quad (17)$$

式(15)~(17)中, $i = 1, 2, \dots, n$ 。事实上, 由于假设投影中心轨迹围绕某一直线波动, 而直线参数为待估量, 故在上述模型中还应增加约束条件:

$$\sum_{i=1}^n S_X(t_i) = 0, \sum_{i=1}^n S_Y(t_i) = 0, \sum_{i=1}^n S_Z(t_i) = 0$$

有关文献介绍的三线阵 CCD 影像坐标的直接解算方法(DGR)是用直线或分段二次曲线拟合投影中心运动轨迹, 这种方法在描述真实的投影中心运动轨迹时附加了较强的先验信息, 不利于刻画复杂的投影中心运动轨迹, 容易产生较大的模型误差。本文方法放弃了这样的假设, 有利于得到比较精确的运动轨迹。从函数模型的解释性上看, 本方法更加合理、简便。

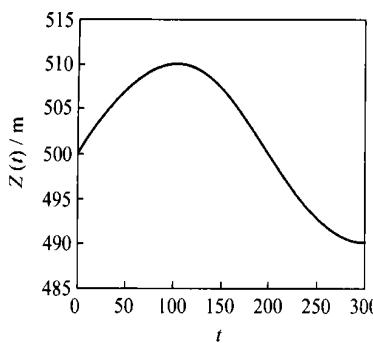


图 1 模拟的投影中心在 Z 方向上的轨迹

Fig. 1 Simulative Trajectory of Projection Center in Z Direction

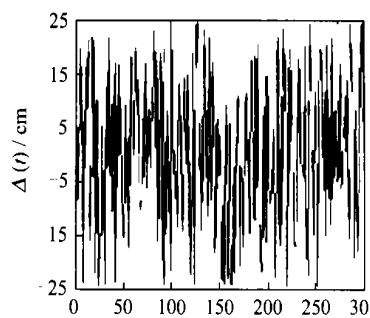


图 2 模拟的 GPS 在 Z 方向上的误差

Fig. 2 Simulative Errors of GPS in Z Direction

像平面姿态函数的半参数拟合可以采用类似的方法, 令

$$\omega(t_i) = \omega_0 + \omega_1 t_i + S_\omega(t_i) + \Delta_\omega(t_i) \quad (18)$$

$$\varphi(t_i) = \varphi_0 + \varphi_1 t_i + S_\varphi(t_i) + \Delta_\varphi(t_i) \quad (19)$$

$$\kappa(t_i) = \kappa_0 + \kappa_1 t_i + S_\kappa(t_i) + \Delta_\kappa(t_i) \quad (20)$$

式中, $\omega(t_i)$ 、 $\varphi(t_i)$ 、 $\kappa(t_i)$ 为 t_i 时刻摄像平台姿态的真值, $i = 1, 2, \dots, m$; $\omega_0, \varphi_0, \kappa_0$ 为表示初始值的参数; $\omega_1, \varphi_1, \kappa_1$ 为表示 INS 的漂移参数; $\Delta_\omega(t_i)$ 、 $\Delta_\varphi(t_i)$ 、 $\Delta_\kappa(t_i)$ 为 t_i 时刻姿态的观测误差; $S_\omega(t_i)$ 、 $S_\varphi(t_i)$ 、 $S_\kappa(t_i)$ 为参数化后残余的系统误差。如果飞行姿态较稳定, 则 $S_\omega(t_i)$ 、 $S_\varphi(t_i)$ 、 $S_\kappa(t_i)$ 为在零附近波动的光滑函数, 同样可以增加约束条件:

$$\sum_{i=1}^n S_\omega(t_i) = 0, \sum_{i=1}^n S_\varphi(t_i) = 0, \sum_{i=1}^n S_\kappa(t_i) = 0$$

3 模拟计算及结果分析

设飞机以 360km/h 的速度沿平行于 X 轴的方向直线飞行, 航高为 500m。当 $t=0$ 时, 投影中心的位置为(0, 0, 500), 于是投影中心的设计轨迹为 $(100t, 0, 500)$ (时间以 s 计)。GPS 的观测频率为 5Hz, 观测误差的绝对值小于 0.5m; 飞行速度的误差在 $-10 \sim 10$ m/s 之间, 按正弦曲线变化。则生成模拟的 GPS 数据公式为:

$$X_i = X_0 + 100 t_i + A_x \sin(\varphi_X + \varphi_{X_1} t_i) + \Delta_{X_i}$$

$$Y_i = Y_0 + A_y \sin(\varphi_Y + \varphi_{Y_1} t_i) + \Delta_{Y_i}$$

$$Z_i = Z_0 + A_z \sin(\varphi_Z + \varphi_{Z_1} t_i) + \Delta_{Z_i}$$

式中, $\Delta_{X_i}, \Delta_{Y_i}, \Delta_{Z_i}$ 为分布在 $[-25\text{cm}, 25\text{cm}]$ 的随机误差, $i = 1, 2, \dots, n$ 。为计算简便, 假设 GPS 各坐标观测值误差独立, 因此可由式(15)~(17)分别计算投影中心轨迹的 3 个分量。

图 1~图 4 给出了 60s 中投影中心在 Z 方向上轨迹的分析计算结果, 其他方向轨迹和姿态的计算方法类似。模拟计算的数学模型为式(17),

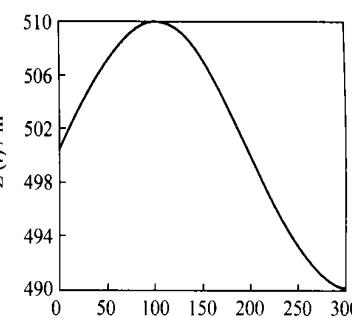


图 3 拟合的投影中心在 Z 方向上的轨迹

Fig. 3 Fitting Trajectory of Projection Center in Z Direction

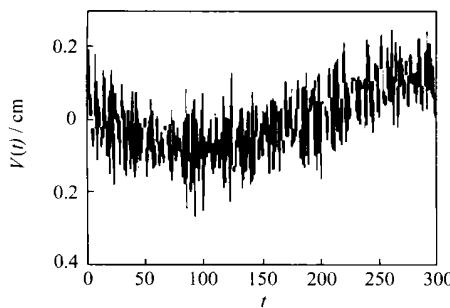


图 4 平差后的改正数

Fig. 4 Corrections after Adjustment

其中 $Z_P(t_i)$ 为由 GPS/INS 观测值得到的 t_i 时刻投影中心的 Z 坐标, 它是平差计算的观测值, Z_P 为待定的平均航高, $S_Z(t_i)$ 为待定的表示围绕 Z_P 波动的非线性函数在 t_i 时刻的估值。计算表明, 半参数拟合法不需要建立精确的参数模型, 模型

误差可由非参数分量得到, 由残差算得的单位权方差因子为 0.11m , 具有较高的精度。本方法适合于作机载三线阵 CCD 投影中心运动轨迹和像平面姿态的拟合。

参 考 文 献

- 1 Gruen A, Zhang L. TLS Data Processing Modules. Institute of Geodesy and Photogrammetry Swiss Federal Institute of Technology Zurich, Switzerland,
- 2 Habib A, Asmamaw A, Kelley D, et al. Linear Features in Photogrammetry. Columbus Ohio 43210-1275, 2000
- 3 孙海燕, 吴 云. 半参数回归与模型精化. 武汉大学学报·信息科学版, 2002, 27(2): 172~174

第一作者简介: 孙海燕, 教授, 博士生导师。现从事测量数据处理理论与方法的教学与研究。

Semi-Parametric Fitting of the Track of Perspective Center and Attitude of Airborne TLS CCD System

SUN Haiyan¹ LI Ruiming² YAN Li¹

(1) School of Geodesy and Geomatics Wuhan University, 129 Luoyu Road, Wuhan, China, 430079)

(2) Qingdao Institute of Exploration and Surveying, 2 Renmin Road, Qingdao, China, 266033)

Abstract: When the position of the perspective center and the attitude of the CCD camera on the exposing time is known, the coordinates of ground points can be calculated from the images gotten from TSL CCD. The method for fitting the position of the camera center and the attitude functions is basic for image georeferencing. According to the character of the data given by GPS/INS, a semi-parametric method is proposed. Simulated calculation indicates that this method can reduce the systematic errors significantly.

Key words: airborne TLS CCD; exterior orientation; data fitting; semi-parametric regression

About the first author: SUN Haiyan, professor, Ph.D supervisor. His research interest is in the theory and method of data processing.

(责任编辑: 平子)

(上接第 670 页)

seeking criteria of the adjusted function models are given in this paper. Then the criteria for judging the function model errors are presented, as well as their practical estimation methods. Furthermore, the formulae for evaluating the fitting standard deviation of the function models are given.

Key words: Earth's gravity field; model errors; accuracy; adjustment model

About the author: TAO Benzao, professor, Ph.D supervisor. His research orientations are data processing and geophysics interpretation of crustal deformation.

(责任编辑: 平子)