

# 扰动重力边值问题与实际数据处理的研究

吴晓平<sup>1</sup> 李姗姗<sup>1</sup> 张传定<sup>1</sup>

(1 郑州信息工程大学测绘学院, 郑州市陇海中路 66 号, 450052)

**摘要:** 讨论了应用 GPS 测量重力点的大地高, 从而获得地面点的扰动重力(或称纯重力异常)值这样新的重力边值条件, 如何从理论与实际上确定重力场的问题。

**关键词:** GPS; 重力异常; 扰动重力

中图法分类号: P223.0; P228.41

重力点的坐标和高程主要是为推算该点重力异常的。重力异常是地球重力场研究的基本数据源。重力点水平坐标的精度要求通常不高, 一般简易测量方法即可满足, 但其高程精度则要求较高, 以保证其对重力异常的误差影响与重力测量的精度相匹配。

传统的重力测量及数据处理均采用正常高系统, 由此得到的重力异常也称为混合重力异常, 由其作为重力边值条件求解外部重力边值问题形成了传统物理大地测量的理论主体。但正常高测量费时、费力且受气候环境的影响较大, 它极大地阻碍了重力点的快速密集测量。GPS 测量技术因其众多的优越性已得到广泛的应用, 如果采用 GPS 测量重力点的坐标和高程, 必将极大地提高重力测量的效率。而 GPS 测定的是地面点的大地高, 由此求得的扰动重力(又称纯重力异常)提供了一种新的重力边值条件。本文从实际应用的角度对基于扰动重力边值问题进行了讨论。

## 1 重力异常的定义及在物理大地测量中的应用

设地球自然表面为  $S$ , 在传统的大地测量中,  $S$  是未知待求的。如果在这个面上已知重力位  $W$  和重力矢量  $g$ , 要确定表面  $S$ , 这就是莫洛金斯基问题的简要定义, 这个问题的实际求解是通过线性化来逐步逼近完成的。

引入地球形状及其重力场的一个近似——正常椭球, 其表面是正常重力位水准面  $U = U_0$ , 通

过水准测量可得到地面点  $A$  的正常高  $H^r$  (相当于重力位差  $W - W_0$ ), 见图 1。要确定  $A$  点相对于椭球面的高程即大地高, 还需求得高程异常  $\zeta$ 。而且, 大地测量还需要确定  $A$  点的垂线方向与椭球面法线方向的偏差, 即垂线偏差。如果能求得实际重力位与正常重力位之差, 即扰动位  $T$ , 就可以依照以下公式来算高程异常和垂线偏差:

$$\zeta = T/\gamma \quad (1)$$

$$\xi = -\frac{1}{\gamma} \frac{\partial T}{R \partial \varphi} \quad (2)$$

$$\eta = -\frac{1}{\gamma} \frac{\partial T}{R \cos \varphi \partial \lambda} \quad (3)$$

式中,  $\gamma$  为地球平均正常重力;  $R$  为平均地球半径;  $\varphi, \lambda$  分别为纬度和经度。

扰动位在地表外空间是一调和函数, 它满足拉普拉斯方程:

$$\Delta T = \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = 0 \quad (4)$$

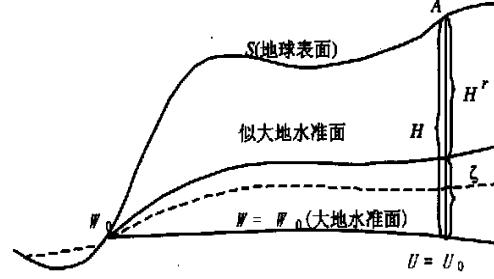


图 1 地球形状及其重力场

Fig. 1 Shape of Earth and Its Gravity Field

由地面上测量的重力与正常重力之差的数值提供了求解式(4)的边界条件。因为重力与正常重力分别是重力位与正常重力位对高程反方向的导数,即有:

$$g_A - \gamma_A = \frac{\partial W}{\partial h} + \frac{\partial U}{\partial h} = -\frac{\partial T}{\partial h} \quad (5)$$

通常称  $\delta g = g_A - \gamma_A$  (6)

为纯重力异常或扰动重力,  $g_A$  由重力测量得到,  $\gamma_A (10^{-5} \text{ m} \cdot \text{s}^{-2})$  则通过正常重力公式计算:

$$\gamma_A = \gamma_0 - 0.3086 H_A \quad (7)$$

$\gamma_0$  是  $A$  点相应的椭球面上的正常重力, 可由正常重力公式得出。这样就构成了求解扰动位的边值问题:

$$\left. \begin{array}{l} \Delta T = 0 \\ -\partial T / \partial h = \delta g \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{在 } S \text{ 外} \\ \text{在 } S \text{ 面上} \end{array} \quad (8)$$

但由于以往在地面点的高程通常是采用传统几何方法(水准、三角高程等)测量得到的正常高  $H_A^\gamma$ , 而不是大地高  $H_A$ , 因此可以计算得到近似地面  $\Sigma$  上的点  $N$  处的正常重力 ( $10^{-5} \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ ):

$$\gamma_N = \gamma_0 - 0.366 H_A^\gamma \quad (9)$$

$N$  点与  $A$  点的高差为高程异常  $\zeta$ , 因其数值不大, 故可将正常重力  $\gamma_A$  表示成:

$$\gamma_A = \gamma_N + \frac{\partial \gamma}{\partial h} \zeta \quad (10)$$

代入式(5)得:

$$g_A - \gamma_A - \frac{\partial \gamma}{\partial h} \zeta = -\frac{\partial T}{\partial h} \quad (11)$$

令  $g_A - \gamma_A = \Delta g$ ,  $\Delta g$  就是重力异常。因  $A$  与  $N$  并非同一点, 故又称  $\Delta g$  为混合重力异常。利用式(1), 则有:

$$\Delta g = -\frac{\partial T}{\partial h} + \frac{\partial \gamma}{\partial h} \frac{T}{\gamma} \quad (12)$$

$\Delta g$  可以在地面上测量获得, 因此它成为求解外部扰动位  $T$  的边值条件。从而, 所谓经典的现代大地测量边值问题可表达为:

$$\left. \begin{array}{l} \Delta T = 0 \\ -\frac{\partial T}{\partial h} + \frac{T}{\gamma} \frac{\partial \gamma}{\partial h} = \Delta g \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{在 } S \text{ 外部} \\ \text{在 } S \text{ 面上} \end{array} \quad (13)$$

该问题在将地面作为球近似时的解(亦称零次解)就是司托克斯积分。

## 2 以扰动重力作为边界条件的 Hotine 积分解式

当采用 GPS 定位测量得到重力点的大地高时, 就可直接计算重力点  $A$  处的正常重力  $\gamma_A$ , 从而由式(6)得到该点的扰动重力(或纯重力异常)

值  $\delta g$ 。以扰动重力作为地面边界条件, 求解式(8)表达的边值问题, 在球近似时,  $\partial T / \partial h = \partial T / \partial \rho$ , 由球外第二边值问题的解式并考虑到扰动位不含零阶、一阶项, 得:

$$\begin{aligned} & T(\rho, \theta, \lambda) = \\ & -\frac{1}{4\pi} \iint_{\Sigma} \left[ \frac{\partial T}{\partial \rho} \right]_{\Sigma} \left[ \sum_{n=2}^{\infty} \frac{2n+1}{n+1} \frac{R^n}{\rho^{n+1}} P_n(\cos \psi) \right] d\Sigma = \\ & \frac{1}{4\pi} \iint_{\Sigma} \delta g \left[ \sum_{n=2}^{\infty} \left[ 2 - \frac{1}{n+1} \right] \frac{R^n}{\rho^{n+1}} P_n(\cos \psi) \right] d\Sigma \end{aligned} \quad (14)$$

其中积分式的核函数可导出以下封闭形式:

$$\begin{aligned} H(\rho, \psi) &= \frac{2}{r} - \frac{1}{\rho} - \frac{3R}{2\rho^2} \cos \psi - \\ & \frac{1}{R} \ln \left[ \frac{R - \rho \cos \psi + r}{\rho(1 - \cos \psi)} \right] \end{aligned} \quad (15)$$

$$T(\rho, \theta, \lambda) = \frac{1}{4\pi} \iint_{\Sigma} \delta g H(\rho, \psi) d\Sigma \quad (16)$$

式中,  $\rho, \varphi, \lambda$  分别为研究点  $P$  的球心向径、纬度与经度;  $r$  是研究点到积分面元  $d\Sigma$  的空间距离。

当研究点  $P$  位于球面上时, 则其扰动位的表示式变成:

$$T(\rho, \theta, \lambda) = \frac{1}{4\pi R} \iint_{\Sigma} \delta g H(\psi) d\Sigma \quad (17)$$

$$H(\psi) = \csc \frac{\psi}{2} - 1 - \frac{3}{2} \cos \psi - \ln(1 + \csc \frac{\psi}{2}) \quad (18)$$

式(17)就是由地面(作为球面)上扰动重力确定扰动位的积分, 称为豪汀(Hotine)积分, 它类似于以重力异常表达的司托克斯积分。该式与通常所见的豪汀积分不同之处就是考虑了扰动位不含零阶、一阶项的条件, 因此在函数  $H(\psi)$  的表示式(18)中多出第二、三项。需要指出的是, 扰动重力与重力异常不同的是, 它的球谐展开中包含有一阶项, 使得它有可能在求解扰动位时顾及其一阶项。根据式(17), 可求得由扰动重力计算垂线偏差和高程异常的公式:

$$\xi = -\frac{1}{\gamma R} \frac{\partial T}{\partial \varphi} = \frac{1}{4\pi \gamma} \iint_{\omega} \delta g \frac{dH(\psi)}{d\psi} \cos \alpha d\omega \quad (19)$$

$$\eta = -\frac{1}{\gamma R \cos \varphi} \frac{\partial T}{\partial \lambda} = \frac{1}{4\pi \gamma} \iint_{\omega} \delta g \frac{dH(\psi)}{d\psi} \sin \alpha d\omega \quad (20)$$

$$\zeta = \frac{T}{\gamma} = \frac{R}{4\pi \gamma} \iint_{\omega} \delta g H(\psi) d\omega \quad (21)$$

式中,  $\frac{dH(\psi)}{d\psi} = -\frac{1}{2} \csc \frac{\psi}{2}$ 。  
 $\tan \frac{\psi}{2} / (1 + \sin \frac{\psi}{2}) + \frac{3}{2} \sin \psi \quad (22)$

### 3 实际应用中的数据处理方法

目前已有的地面测量数据都是表示成重力异常。若今后经重力与 GPS 测量得到的数据是扰动重力, 则这两类数据能否且如何联合在重力场计算中应用, 下面作进一步的讨论和分析。

首先, 根据式(8)与式(13), 可得到  $\Delta g$  与  $\hat{g}$  之间的关系:

$$\hat{g} + \frac{\partial \gamma}{\partial h} \zeta = \Delta g \quad (23)$$

即得到:  $\hat{g} - 0.308 6 \zeta = \Delta g \quad (24)$

在某一区域同时有  $\Delta g$  和  $\hat{g}$  数据的情况下, 一种较简单的处理方法就是, 利用已有的近似高程异常, 根据式(24)将  $\Delta g$  和  $\hat{g}$  转换成同一类型的数据, 然后再应用司托克斯积分或豪汀积分的方法进行扰动场元素的计算。目前, 由重力位模型及现有的重力资料可以获得优于 1m 精度的高程异常, 则利用式(24)对重力异常进行转换所引起的误差约为 0.3mGal, 这要小于重力测量的联测中误差。而由于  $\Delta g$  比较容易加密测量, 这必然能较显著地提高平均重力异常的精度。

平均重力异常的误差可按下式估计:

$$m_1 = 2CA^{\frac{1}{4}}/n^{\frac{3}{4}} \quad (25)$$

式中,  $C$  代表误差系数;  $A$  为方块面积;  $n$  是测点个数。若在  $5' \times 5'$  网格(面积约  $9\text{ km} \times 9\text{ km}$ )中, 按以往方法测量一个重力点, 可由式(25)得到该方块平均重力异常的中误差; 或由 GPS 重力测量 4 个重力点再推求平均重力异常, 如果高程异常有 2m 的误差影响, 由此推求的平均重力异常误差为:

$$m_2 = \sqrt{(2CA^{\frac{1}{4}}/n^{\frac{3}{4}})^2 + (0.308 6 m \zeta)^2} \quad (26)$$

由式(25)、式(26)分别算出  $m_1$ 、 $m_2$  列于表 1。

表 1 布点数与平均重力异常精度

Tab. 1 Accuracy of Mean Gravity Anomaly

| 地形类别 | 代表误差系数 $C$ | 中误差 $m_1/\text{mGal}$ | 中误差 $m_2/\text{mGal}$ |
|------|------------|-----------------------|-----------------------|
| 平原   | 0.5        | $\pm 3.0$             | $\pm 0.8$             |
| 丘陵   | 0.84       | 5.0                   | 1.0                   |
| 小山区  | 1.40       | 8.4                   | 1.5                   |

表 1 表明, 增加网格内的测点数是提高平均重力异常精度最根本的手段, 进而可以提高高程异常以及垂线偏差等的确定精度。

另一种联合应用重力异常与扰动重力进行重力场计算的方法是最小二乘法配置。该方法可用

以推求网格点或平均重力异常, 也可直接推求高程异常、垂线偏差等量。其基本公式是:

$$S = C_{sl} C_{ll}^{-1} l \quad (27)$$

式中,  $l$  是含有重力异常或扰动重力的观测向量;  $S$  是推求量;  $C_{sl}$  是  $S$  与  $l$  的协方差;  $C_{ll}$  是观测量之间的协方差阵, 它们可根据扰动位协方差模型按协方差传播定律导出。这种方法已被广泛应用。

以上所述表明, 测量获得传统意义的重力异常或扰动重力, 对于重力场计算和研究的实际应用而言都不存在困难。而从以后的发展来看, 随着多种测量技术的应用, 必将越来越多地面临多种形式重力场信息的处理问题。

### 4 两类数据的应用特点分析

传统测量的重力异常与 GPS 重力测量的扰动重力相比较, 可得到以下结论。

1) 重力异常与扰动重力具有相近的频谱特征。不同的扰动重力场元素有着不同的频谱特征, 如高程异常主要反映低频重力场特性, 垂线偏差、重力异常主要反映中、高频重力场特性, 而重力梯度则主要反映甚高频重力场特性。当前重力测量的主要任务是获取中、高频以上的重力场信息, 能够用以研究局部地壳密度异常、构造特性以及重力场的精细结构。

重力异常的球谐展开为:

$$\Delta g = \gamma \sum_{n=2}^{\infty} (n-1) \sum_{m=0}^n Y_{nm}(\varphi, \lambda) = \sum_{n=2}^{\infty} \Delta g_n \quad (28)$$

扰动重力的球谐展开为:

$$\hat{g} = \gamma \sum_{n=2}^{\infty} (n+1) \sum_{m=0}^n Y_{nm}(\varphi, \lambda) = \sum_{n=2}^{\infty} \frac{n+1}{n-1} \Delta g_n = \sum_{n=2}^{\infty} \hat{g}_n \quad (29)$$

重力异常与扰动重力的  $n$  阶谱之间的关系为:

$$\hat{g}_n = \frac{n+1}{n-1} \Delta g_n = \Delta g_n + \frac{2}{n-1} \Delta g_n \quad (30)$$

由此可见,  $\hat{g}_n$  与  $\Delta g_n$  在高阶时很接近, 如在  $n=200$  时, 两者相差约 1%。因此, 扰动重力与重力异常具有近乎相同的频谱特征, 尤其在高频段, 两者可以说是相等的, 它们在各类问题的实际应用中能够发挥相同的作用。

2) 扰动重力较重力异常更易于重力场计算。由扰动重力作为输入数据的豪汀积分与由重力异常作为输入数据的司托克斯积分比较, 前者的核

函数更为简单,因此更便于计算。在平面近似时,两者完全相同。目前在重力场计算中引入的各种快速算法(如FFT)也同时适用于扰动重力为输入量的豪汀积分。

3) 从理论上讲,传统的大地测量边值问题是一种自由边值问题,因为作为边界面的地表面是未知的(即高程异常未知),所以利用近似地面来代替。这就增加了该问题的复杂性。而用GPS测量重力点的坐标和高程,所得到的边值界面是已知的,它可以归结为固定边值问题,Runge和Walsh的逼近理论(三维情况)在此是严格有效的。

另外,应用GPS定位手段提供重力点的坐标和高程,使得重力场研究的理论要求的坐标系统与实际测量真正一致。从物理大地测量的理论上来说,需要采用地心定位的地球平均椭球作为正常椭球,才能满足扰动位为调和函数的基本条件。用传统的几何方法测定的重力点位通常是相对局部定位的参考椭球,这一参考椭球一般不是地心定位的,椭球的表面也不与全球大地水准面最贴近。这种几何大地测量与物理大地测量的椭球不统一的状况还要持续一个时期。即使目前在许多测量应用中,总是还要将由GPS测量的坐标转换到旧坐标系中(如新旧54系统)。GPS测量相应的WGS84坐标系的定位及其椭球参数都与正常椭球的定义一致,因此,从这一意义上讲,它是重力点定位的理想手段。

## 5 扰动重力和重力异常的计算试验与比较

下面的试验主要是为说明以GPS定位方法测量重力点的坐标高程所获得的扰动重力可以替代重力异常用于重力场的各种计算目的。

选择纬度 $34^{\circ} \sim 35^{\circ}$ 、经度 $111^{\circ} \sim 112^{\circ}$ 、范围间隔为 $5'$ 的144个点进行两种数据的计算比较。重力试验数据采用纬度 $30^{\circ} \sim 39^{\circ}$ 、经度 $107^{\circ} \sim 116^{\circ}$ 的 $5' \times 5'$ 重力异常。首先以这些重力异常数据与OSU91A重力位模型(360阶)组合,计算该数据范围中央144个点的高程异常与垂线偏差。计算方法如下。

高程异常与垂线偏差由两部分组成:

$$\begin{cases} \zeta = \zeta_1 + \zeta_s \\ \xi = \xi_1 + \xi_s \\ \eta = \eta_1 + \eta_s \end{cases} \quad (31)$$

式中,  $\zeta_s$ 、 $\xi_s$ 、 $\eta_s$  由已知重力位模型计算,

$$\begin{aligned} \zeta_s &= R \sum_{n=2}^N \sum_{m=0}^n (C_{nm} \cos m\lambda + S_{nm} \sin m\lambda) P(\sin \varphi) \\ \xi_s &= - \sum_{n=2}^N \sum_{m=0}^n (C_{nm} \cos m\lambda + S_{nm} \sin m\lambda) \frac{dP(\sin \varphi)}{d\varphi} \\ \eta_s &= \sum_{n=2}^N \sum_{m=0}^n (C_{nm} \sin m\lambda - S_{nm} \cos m\lambda) m \frac{P_{nm}(\sin \varphi)}{\cos \varphi} \end{aligned} \quad (32)$$

并求出平均重力异常网格的模型值为:

$$\begin{aligned} \Delta g_s &= \gamma \sum_{n=2}^N (n-1) \sum_{m=0}^n (C_{nm} \cos m\lambda + \\ &S_{nm} \sin m\lambda) P_{nm}(\sin \varphi) \end{aligned} \quad (33)$$

$\zeta_1$ 、 $\xi_1$ 、 $\eta_1$  按下面的司托克斯数值积分计算:

$$\begin{aligned} \zeta_1 &= \frac{R}{4\pi\gamma} \sum_i (\Delta g_i - \Delta g_{si}) S(\psi)_i \cdot \\ &\cos \varphi_i \Delta \varphi_i \Delta \lambda_i \\ \xi_1 &= \frac{\rho''}{4\pi\gamma} \sum_i (\Delta g_i - \Delta g_{si}) \left[ \frac{dS(\psi)}{d\psi} \right]_i \cdot \\ &\cos \alpha_i \cos \varphi_i \Delta \varphi_i \Delta \lambda_i \\ \eta_1 &= \frac{\rho''}{4\pi\gamma} \sum_i (\Delta g_i - \Delta g_{si}) \left[ \frac{dS(\psi)}{d\psi} \right]_i \cdot \\ &\sin \alpha_i \cos \varphi_i \Delta \varphi_i \Delta \lambda_i \end{aligned} \quad (34)$$

再由已知的平均重力异常和已求得的高程异常改化得到平均扰动重力:

$$\hat{g} = \Delta g + 0.3086 \zeta \quad (35)$$

以扰动重力与已知重力位模型组合,计算上述相同点的高程异常和垂线偏差:

$$\begin{cases} \zeta' = \zeta'_1 + \zeta_s \\ \xi' = \xi'_1 + \xi_s \\ \eta' = \eta'_1 + \eta_s \end{cases} \quad (36)$$

先求出平均扰动重力网格的模型值:

$$\begin{aligned} \hat{g}_s &= \gamma \sum_{n=2}^N (n+1) \sum_{m=0}^n (C_{nm} \cos m\lambda + \\ &S_{nm} \sin m\lambda) P_{nm}(\sin \varphi) \end{aligned} \quad (37)$$

$\zeta'_1$ 、 $\xi'_1$ 、 $\eta'_1$  按下面的豪汀数值积分计算:

$$\begin{aligned} \zeta'_1 &= \frac{R}{4\pi\gamma} \sum_i (\hat{g}_i - \hat{g}_{si}) H(\psi)_i \cdot \\ &\cos \varphi_i \Delta \varphi_i \Delta \lambda_i \\ \xi'_1 &= \frac{\rho''}{4\pi\gamma} \sum_i (\hat{g}_i - \hat{g}_{si}) \left[ \frac{dH(\psi)}{d\psi} \right]_i \cdot \\ &\cos \alpha_i \cos \varphi_i \Delta \varphi_i \Delta \lambda_i \\ \eta'_1 &= \frac{\rho''}{4\pi\gamma} \sum_i (\hat{g}_i - \hat{g}_{si}) \left[ \frac{dH(\psi)}{d\psi} \right]_i \cdot \\ &\sin \alpha_i \cos \varphi_i \Delta \varphi_i \Delta \lambda_i \end{aligned} \quad (38)$$

限于篇幅,这里只以垂线偏差分量  $\xi$  为例,其计算结果与比较见表2。可见,应用传统的重力异常和GPS辅助重力测量获得的扰动重力来确定

地面点的垂线偏差和高程异常的一致性非常好,

表 2 垂线偏差分量  $\xi$  的计算比较/(")  
Tab. 2 Comparison of the Component  $\xi$  of Vertical Deflections/(")

| 序号  | $\xi_{\Delta g}$ | $\xi_{\Delta g}$ | $\xi_{\Delta g} - \xi_{\Delta g}$ | 序号  | $\xi_{\Delta g}$ | $\xi_{\Delta g}$ | $\xi_{\Delta g} - \xi_{\Delta g}$ | 序号  | $\xi_{\Delta g}$ | $\xi_{\Delta g}$ | $\xi_{\Delta g} - \xi_{\Delta g}$ | 序号  | $\xi_{\Delta g}$ | $\xi_{\Delta g}$ | $\xi_{\Delta g} - \xi_{\Delta g}$ |
|-----|------------------|------------------|-----------------------------------|-----|------------------|------------------|-----------------------------------|-----|------------------|------------------|-----------------------------------|-----|------------------|------------------|-----------------------------------|
| 1   | 1.99             | -2.03            | 0.04                              | 2   | -1.25            | -1.29            | 0.04                              | 3   | -0.68            | -0.73            | 0.05                              | 4   | 0.17             | 0.12             | 0.05                              |
| 5   | 0.84             | 0.79             | 0.06                              | 6   | 1.30             | 1.24             | 0.06                              | 7   | 1.46             | 1.40             | 0.06                              | 8   | 1.27             | 1.20             | 0.06                              |
| 9   | 1.11             | 1.04             | 0.06                              | 10  | 0.88             | 0.81             | 0.06                              | 11  | 0.66             | 0.59             | 0.06                              | 12  | 0.27             | 0.21             | 0.06                              |
| 13  | -1.76            | -1.80            | 0.04                              | 14  | -1.36            | -1.40            | 0.04                              | 15  | -0.74            | -0.79            | 0.05                              | 16  | 0.18             | 0.12             | 0.06                              |
| 17  | 1.18             | 1.12             | 0.06                              | 18  | 2.09             | 2.02             | 0.07                              | 19  | 2.68             | 2.61             | 0.07                              | 20  | 2.60             | 2.52             | 0.07                              |
| 21  | 2.10             | 2.02             | 0.07                              | 22  | 1.95             | 1.87             | 0.08                              | 23  | 1.99             | 1.92             | 0.08                              | 24  | 2.02             | 1.95             | 0.08                              |
| 25  | -1.75            | -1.79            | 0.04                              | 26  | -1.13            | -1.18            | 0.05                              | 27  | -0.53            | -0.59            | 0.05                              | 28  | 0.08             | 0.02             | 0.06                              |
| 29  | 1.16             | 1.10             | 0.07                              | 30  | 2.43             | 2.36             | 0.07                              | 31  | 2.75             | 2.67             | 0.08                              | 32  | 2.28             | 2.20             | 0.08                              |
| 33  | 1.98             | 1.90             | 0.08                              | 34  | 2.13             | 2.04             | 0.08                              | 35  | 2.24             | 2.15             | 0.09                              | 36  | 2.36             | 2.27             | 0.09                              |
| 37  | -2.27            | -2.31            | 0.04                              | 38  | -0.96            | -1.01            | 0.05                              | 39  | -0.20            | -0.26            | 0.06                              | 40  | 0.30             | 0.23             | 0.06                              |
| 41  | 0.96             | 0.89             | 0.07                              | 42  | 1.69             | 1.61             | 0.08                              | 43  | 2.15             | 2.07             | 0.08                              | 44  | 2.28             | 2.19             | 0.09                              |
| 45  | 2.63             | 2.54             | 0.09                              | 46  | 2.66             | 2.57             | 0.09                              | 47  | 2.73             | 2.64             | 0.10                              | 48  | 2.83             | 2.73             | 0.10                              |
| 49  | -2.21            | -2.26            | 0.04                              | 50  | -0.69            | -0.74            | 0.05                              | 51  | 0.23             | 0.17             | 0.06                              | 52  | 0.83             | 0.76             | 0.07                              |
| 53  | 1.36             | 1.28             | 0.08                              | 54  | 1.84             | 1.76             | 0.08                              | 55  | 2.36             | 2.27             | 0.09                              | 56  | 2.81             | 2.71             | 0.09                              |
| 57  | 3.18             | 3.08             | 0.10                              | 58  | 3.21             | 3.11             | 0.10                              | 59  | 3.36             | 3.25             | 0.11                              | 60  | 3.62             | 3.51             | 0.11                              |
| 61  | -2.21            | -2.26            | 0.05                              | 62  | -0.95            | -1.01            | 0.06                              | 63  | 0.20             | 0.13             | 0.07                              | 64  | 0.96             | 0.89             | 0.08                              |
| 65  | 1.71             | 1.63             | 0.08                              | 66  | 2.47             | 2.38             | 0.09                              | 67  | 2.82             | 2.73             | 0.10                              | 68  | 3.19             | 3.08             | 0.10                              |
| 69  | 3.45             | 3.34             | 0.11                              | 70  | 3.98             | 3.87             | 0.11                              | 71  | 4.42             | 4.30             | 0.12                              | 72  | 4.87             | 4.74             | 0.12                              |
| 73  | -0.01            | -0.07            | 0.07                              | 74  | -0.63            | -0.70            | 0.07                              | 75  | -0.76            | -0.84            | 0.07                              | 76  | 0.01             | -0.07            | 0.08                              |
| 77  | 0.95             | 0.86             | 0.09                              | 78  | 1.91             | 1.81             | 0.10                              | 79  | 2.90             | 2.80             | 0.10                              | 80  | 3.78             | 3.67             | 0.11                              |
| 81  | 4.19             | 4.07             | 0.12                              | 82  | 4.62             | 4.49             | 0.12                              | 83  | 5.46             | 5.33             | 0.13                              | 84  | 6.48             | 6.34             | 0.14                              |
| 85  | 4.57             | 4.48             | 0.09                              | 86  | 2.79             | 2.70             | 0.09                              | 87  | 1.19             | 1.10             | 0.09                              | 88  | 0.92             | 0.83             | 0.09                              |
| 89  | 1.40             | 1.31             | 0.10                              | 90  | 2.45             | 2.34             | 0.11                              | 91  | 3.86             | 3.74             | 0.11                              | 92  | 5.19             | 5.06             | 0.12                              |
| 93  | 5.66             | 5.53             | 0.13                              | 94  | 6.01             | 5.88             | 0.13                              | 95  | 6.94             | 6.80             | 0.14                              | 96  | 8.51             | 8.36             | 0.15                              |
| 97  | 8.39             | 8.28             | 0.11                              | 98  | 8.12             | 8.01             | 0.11                              | 99  | 7.32             | 7.21             | 0.11                              | 100 | 6.07             | 5.95             | 0.12                              |
| 101 | 5.78             | 5.66             | 0.12                              | 102 | 6.41             | 6.28             | 0.12                              | 103 | 7.31             | 7.18             | 0.13                              | 104 | 8.55             | 8.42             | 0.14                              |
| 105 | 9.49             | 9.34             | 0.14                              | 106 | 10.31            | 10.16            | 0.15                              | 107 | 10.90            | 10.75            | 0.15                              | 108 | 11.44            | 11.28            | 0.16                              |
| 109 | 9.52             | 9.40             | 0.12                              | 110 | 10.14            | 10.01            | 0.12                              | 111 | 10.65            | 10.52            | 0.13                              | 112 | 10.28            | 10.15            | 0.13                              |
| 113 | 10.09            | 9.60             | 0.13                              | 114 | 10.37            | 10.24            | 0.14                              | 115 | 10.78            | 10.64            | 0.14                              | 116 | 11.35            | 11.20            | 0.15                              |
| 117 | 12.57            | 12.42            | 0.15                              | 118 | 13.10            | 12.95            | 0.15                              | 119 | 12.70            | 12.54            | 0.15                              | 120 | 11.76            | 11.61            | 0.15                              |
| 121 | 6.38             | 6.27             | 0.11                              | 122 | 7.42             | 7.31             | 0.11                              | 123 | 8.38             | 8.26             | 0.12                              | 124 | 9.16             | 9.03             | 0.13                              |
| 125 | 9.20             | 9.08             | 0.13                              | 126 | 8.94             | 8.81             | 0.13                              | 127 | 9.00             | 8.87             | 0.13                              | 128 | 9.09             | 8.95             | 0.13                              |
| 129 | 9.42             | 9.29             | 0.13                              | 130 | 9.34             | 9.21             | 0.13                              | 131 | 8.74             | 8.61             | 0.13                              | 132 | 8.02             | 7.89             | 0.13                              |
| 133 | 2.98             | 2.89             | 0.09                              | 134 | 4.69             | 4.59             | 0.10                              | 135 | 5.66             | 5.56             | 0.11                              | 136 | 6.21             | 6.10             | 0.11                              |
| 137 | 6.15             | 6.04             | 0.11                              | 138 | 5.60             | 5.49             | 0.11                              | 139 | 4.99             | 4.88             | 0.11                              | 140 | 4.63             | 4.52             | 0.11                              |
| 141 | 4.34             | 4.23             | 0.10                              | 142 | 4.27             | 4.16             | 0.10                              | 143 | 4.16             | 4.06             | 0.10                              | 144 | 3.99             | 3.89             | 0.10                              |

表明了应用 GPS 测量重力点的高程与坐标是完全可行的。

## 6 结语

根据以上的分析讨论, 可以认为, 以 GPS 定位手段代替传统的几何测量方法来测定重力点的坐标和高程, 不仅能够快速、精确、便捷地进行重力点加密, 而且由此得到的扰动重力数据在其应用中还有如下优点。

- 1) 由地面扰动重力作为边值条件所构成的固定边值问题加强了理论上的严密性。
- 2) 扰动重力与重力异常具有极为接近的频

谱特征和用于各种扰动场元计算的一致结果。

3) 扰动重力作为输入量的豪汀积分比重力异常作为输入量的司托克斯积分核函数形式更简单, 有利于实际计算, 也同样可变为卷积形式。

4) 扰动重力包含有扰动位的一阶项信息。当获得有全球扰动重力时, 可以检测坐标系相对地心的偏移。

5) GPS 坐标系能最好地与重力场研究要求的坐标系相统一。

应用 GPS 进行地面和航空重力点的坐标高程测量, 不仅会显著地提高重力测量的效率, 而且有利于重力场的数据处理, 它将使得重力场理论的基点发生转移, 引起重力学体系的变化。

## 参 考 文 献

- 1 石 磐. 我国重力场和大地水准面的精化. 黄山大地测量年会, 1995
- 2 Molodensky M S, Eremeev V F, Yurkina M I. Methods for Study of the External Gravitational Field and Figure of the Earth. Israel Prog. Sci. Translations. Jerusalem, 1962
- 3 陆仲连. 大地重力学. 解放军测绘学院, 1981
- 4 Moritz H. Advanced Physical Geodesy. Herbert Wichmann Verlag, 1980
- 5 大地测量学科发展战略研究组. 自然科学学科发展战略研究报告——大地测量学, 1993

第一作者简介: 吴晓平, 教授。主要研究方向: 空间大地测量与地  
球重力场逼近。

## Problem of the Boundary Value of Disturbing Gravity and Practical Data Processing

WU Xiaoping<sup>1</sup> LI Shanshan<sup>1</sup> ZHANG Chuanding<sup>1</sup>

(1 Institute of Surveying and Mapping, Information Engineering University, 66 Longhai Road, Zhengzhou, China, 450052)

**Abstract:** This paper discusses the problem of gravity field determination by application of such a new gravity boundary condition as the disturbing gravity by use of GPS.

**Key words:** GPS; gravity anomaly; disturbing gravity

**About the first author:** WU Xiaoping, professor. His research interests are space geodesy and gravity field approximation.

(上接第 61 页)

## Prospect on the Integration of GPS and INSAR Data

XU Caijun<sup>1</sup> WANG Hua<sup>1</sup> HUANG Jinsong<sup>1</sup>

(1 School of Geodesy and Geomatics, Wuhan University, 129 Luoyu Road, Wuhan, China, 430079)

**Abstract:** The necessity and feasibility of GPS and INSAR data integration are analyzed. The error correction in INSAR data by GPS measurements is presented, including orbit error, coregistration error, phase unwrapping error, DEM creation error, temporal decorrelation, and tropospheric delay error. The integration of GPS and INSAR data in both time and spatial domains by interpolation and filtering is discussed.

**Key words:** GPS; INSAR; error correction; data integration

**About the first author:** XU Caijun, professor. Ph. D. Ph. D supervisor. His interested fields include geodesy and geophysics inversion geodesy and geodynamics.

E-mail: cjxu@sgg.wtusm.edu.cn