



$(X_{S_i}, Z_{S_i})$ 、 $(X'_{S_i}, Y'_{S_i}, Z'_{S_i})$  为相应于第  $i$  条线影像的投影中心坐标。考虑到卫星在高空飞行时大气干扰较小, 并且采用惯性平台进行姿态控制, 因此线扫描影像的外方位元素在一幅影像内便可以由沿飞行方向的  $y$  坐标的一次多项式表示:

$$\begin{aligned} X_S &= X_{S_0} + y C_x, \quad X'_S = X'_{S_0} + y' C'_x \\ Y_S &= Y_{S_0} + y C_y, \quad Y'_S = Y'_{S_0} + y' C'_y \\ Z_S &= Z_{S_0} + y C_z, \quad Z'_S = Z'_{S_0} + y' C'_z \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} V_x &= a_{11}dX_{S_0} + a_{12}dY_{S_0} + a_{13}dZ_{S_0} + a_{14}d\varphi_0 + a_{15}d\omega_0 + a_{16}d\kappa_0 + a_{11}ydC_x + a_{12}ydC_y + \\ &\quad a_{13}ydC_z + a_{14}ydC_\varphi + a_{15}ydC_\omega + a_{16}ydC_\kappa - a_{11}dX_i - a_{12}dY_i - a_{13}dZ_i - l_x \\ V_y &= a_{21}dX_{S_0} + a_{22}dY_{S_0} + a_{23}dZ_{S_0} + a_{24}d\varphi_0 + a_{25}d\omega_0 + a_{26}d\kappa_0 + a_{21}ydC_x + a_{22}ydC_y + \\ &\quad a_{23}ydC_z + a_{24}ydC_\varphi + a_{25}ydC_\omega + a_{26}ydC_\kappa - a_{21}dX_i - a_{22}dY_i - a_{23}dZ_i - l_y \end{aligned} \quad (5)$$

式中,  $a_{11} = (a_1f + a_3x)/Z$ ;  $a_{12} = (b_1f + b_3x)/Z$ ;  $a_{13} = (c_1f + c_3x)/Z$ ;  $a_{14} = -(f + x^2/f)b_2$ ;  $a_{15} = -(f + x^2/f)\sin\kappa$ ;  $a_{16} = 0$ ;  $a_{21} = fa_2/Z$ ;  $a_{22} = fb_2/Z$ ;  $a_{23} = fc_2/Z$ ;  $a_{24} = b_1f + b_3x$ ;  $a_{25} = -f\cos\kappa$ ;  $a_{26} = -x$ 。

式(5)就是左片的 12 项外方位元素  $(X_{S_0}, Y_{S_0}, Z_{S_0}, \varphi_0, \omega_0, \kappa_0, C_x, C_y, C_z, C_\varphi, C_\omega, C_\kappa)$  求解的数学模型。对于右片的 12 项外方位元素  $(X'_{S_0}, Y'_{S_0}, Z'_{S_0}, \varphi'_0, \omega'_0, \kappa'_0, C'_x, C'_y, C'_z, C'_\varphi, C'_\omega, C'_\kappa)$  也存在类似的模型, 只需将式(2)仿照式(5)进行线性化即可。

对于非地面控制点的同名像点, 由于对应地

$$\begin{aligned} F = & AB_X + BB_Y + CB_Z + AdX'_S + BdY'_S + CdZ'_S - AdX_S - BdY_S - CdZ_S + \\ & [L_1(-c_1x + c_3f) + L_3(a_1x - a_3f)] \cdot d\varphi + \{L_1[-\sin\varphi\cos\omega\sin\kappa)x - f\sin\varphi\sin\omega] + \\ & L_2[-\sin\omega\sin\kappa)x + f\cos\omega] + L_3[\cos\varphi\cos\omega\sin\kappa)x + (\cos\varphi\sin\omega)f\}d\omega + \\ & \{L_1a_2x + L_2(\cos\omega\cos\kappa)x + L_3c_2x\}d\kappa + [L_4(-c_1x' + c_3f') + L_6(a_1x' - a_3f')]d\varphi' + \\ & \{L_4[-\sin\varphi'\cos\omega'\sin\kappa']x' - f\sin\varphi'\sin\omega'] + L_5[-\sin\omega'\sin\kappa']x' + f\cos\omega'\} + \\ & L_6[\cos\varphi'\cos\omega'\sin\kappa']x' + (\cos\varphi'\sin\omega')f\}d\omega' + \{L_4a_2x' + L_5(\cos\omega'\cos\kappa')x' + L_6c_2x'\}d\kappa' \end{aligned} \quad (7)$$

式(7)中 12 项外方位角元素中的每一项都是式(3)和式(4)中两项的组合, 编程时需展开为 24 项。

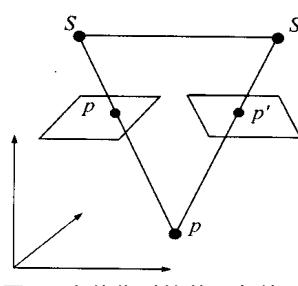


图 2 立体像对的共面条件

Fig. 2 Coplanarity of Image Correspondence

$$\begin{aligned} \varphi &= \varphi_0 + y C_\varphi, \quad \varphi' = \varphi'_0 + y' C'_\varphi \\ \omega &= \omega_0 + y C_\omega, \quad \omega' = \omega'_0 + y' C'_\omega \\ \kappa &= \kappa_0 + y C_\kappa, \quad \kappa' = \kappa'_0 + y' C'_\kappa \end{aligned} \quad (4)$$

式中,  $(X_{S_0}, Y_{S_0}, Z_{S_0})$  及  $(\varphi_0, \omega_0, \kappa_0)$  分别为相应于影像中心的外方位线元素和角元素;  $(C_x, C_y, C_z)$  及  $(C_\varphi, C_\omega, C_\kappa)$  为两者相应的一次变化率。

由式(1)可知, 左片后方交会的误差方程为:

$$V_x = a_{11}dX_{S_0} + a_{12}dY_{S_0} + a_{13}dZ_{S_0} + a_{14}d\varphi_0 + a_{15}d\omega_0 + a_{16}d\kappa_0 + a_{11}ydC_x + a_{12}ydC_y +$$

$$a_{13}ydC_z + a_{14}ydC_\varphi + a_{15}ydC_\omega + a_{16}ydC_\kappa - a_{11}dX_i - a_{12}dY_i - a_{13}dZ_i - l_x \quad (5)$$

$$V_y = a_{21}dX_{S_0} + a_{22}dY_{S_0} + a_{23}dZ_{S_0} + a_{24}d\varphi_0 + a_{25}d\omega_0 + a_{26}d\kappa_0 + a_{21}ydC_x + a_{22}ydC_y +$$

$$a_{23}ydC_z + a_{24}ydC_\varphi + a_{25}ydC_\omega + a_{26}ydC_\kappa - a_{21}dX_i - a_{22}dY_i - a_{23}dZ_i - l_y$$

面点的空间坐标未知, 无法利用式(1)、式(2)进行外方位元素的解算。但从摄影中心  $(S, S')$  到同名像点  $(p, p')$  的两条射线  $(Sp, S'p')$  及摄影基线  $SS'$  应该在同一空间平面上, 如图 2 所示, 即它们之间存在共面条件<sup>[3]</sup>:

$$F = \begin{vmatrix} X'_S - X_S & Y'_S - Y_S & Z'_S - Z_S \\ u & v & w \\ u' & v' & w' \end{vmatrix} = 0 \quad (6)$$

方程中各项定义同前所述。

若令  $A = w' - v'w$ ,  $B = u'w - uw'$ ,  $C = uw' - u'v$ ,  $L_1 = Bzv' - Brw'$ ,  $L_2 = Bxw' - Bzu'$ ,  $L_3 = Bryu' - Bxv'$ ,  $L_4 = Byw - Bzv$ ,  $L_5 = Bzu - Bxw$ ,  $L_6 = Bxv - Byu$ , 则线性化后的误差方程式为:

## 2 平差模型的融合

实际图像对中一般不会有太多地面控制点, 甚至只有一个。对于没有任何控制点的情况, 由于共面条件式(7)的各元素间存在强相关, 因而实际应用价值不大。但是若与控制点联合进行平差, 则有可能较为可靠地获取影像的外方位元素。

显而易见, 式(5)的常数项几何意义明确, 它表示地面点在像片上的投影坐标与像片上的匹配坐标之差, 单位为像素。对于式(7)来说, 由式(6)

可知, 当立体像对的同名光线相交时, 常数项  $F=0$ , 否则  $F\neq0$ , 但其度量单位并非像素。因而为将两个模型融合起来进行平差, 必须对式(7)进行改化, 以使两者具有相同的度量单位。

从图2可以看出, 从摄影中心  $(S, S')$  到同名像点  $(p, p')$  的两条射线  $(Sp, S'p')$  及摄影基线  $SS'$  之间存在的共面条件, 等效于  $S, S', p, p'$  四个点间的共面条件。为方便起见, 将共面条件转化为求  $p'$  点到  $S, S', p$  三点构成平面的距离。

由于构成共面条件的实际上是3个向量, 因而可以任意选取坐标原点。此处以摄影中心  $S$  为坐标原点, 则  $S'$  的坐标为  $(B_x, B_y, B_z)$ , 像点  $p$  的坐标就是其模型坐标  $(u_p, v_p, w_p)$ , 而  $S, S', p$  三点构成的平面方程为:

$$\begin{vmatrix} X & Y & Z & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ B_x & B_y & B_z & 1 \\ u_p & v_p & w_p & 1 \end{vmatrix} = 0 \quad (8)$$

展开式(8)即可得到平面的一般方程:

$$A_p X + B_p Y + C_p Z = 0 \quad (9)$$

式中,  $A_p = (B_y w_p - B_z v_p)$ ;  $B_p = (B_z u_p - B_x w_p)$ ;  $C_p = (B_x v_p - B_y u_p)$ 。若像点  $p'$  与平面  $SS'p$  共面, 即距离  $d=0$ , 则有:

$$d = \frac{A_p \cdot u'_p + B_p \cdot v'_p + C_p \cdot w'_p}{\sqrt{A_p^2 + B_p^2 + C_p^2}} = 0 \quad (10)$$

不难看出, 式(7)的常数项  $AB_x + BB_y + CB_z$  实质上就是点到平面的距离式(10)的分子, 因此, 基于共面条件的误差方程式(7)的各项均除以式(10)的分母即可得到基于距离的误差方程式。改化后的误差方程式的几何意义是点  $p'$  到  $S, S', p$  三点构成平面的距离, 单位为像素, 与式(5)相同, 因而可以联合进行平差解算, 以获得准确的外方位元素及同名像点对应的地面点坐标。

### 3 数据处理与分析

对于上述的联合平差模型, 笔者利用某卫星的实测影像数据进行了试验。立体像对由卫星在不同时间拍摄的照片组成, 像幅为 1 002 像素  $\times$  1 000 像素, 像元地面分辨率为 3m; 同名点由影像立体匹配产生; 地面控制点共 15 个, 由 1:10 万地形图量测得到, 精度大约在 7~10m。

卫星位置  $(X_{S_0}, Y_{S_0}, Z_{S_0})$  及其变化率  $(C_{X_s}, C_{Y_s}, C_{Z_s})$  的初值可以通过辅助数据中记录的卫星位置计算得到。求  $(X_{S_0}, Y_{S_0}, Z_{S_0})$  初值的最简单方法就是根据对应于图像首尾的两个卫星位置取

平均, 而  $(C_{X_s}, C_{Y_s}, C_{Z_s})$  的初值则可通过将对应于图像首尾的两个卫星位置求差并除以影像的线数得到。这里需要注意的是, 卫星辅助数据中的卫星位置为地心坐标, 而本文所求的坐标定义在物方空间坐标系中, 因此, 可以先将地心坐标转换为物方空间坐标再进行计算或者计算后再进行转换。

$\varphi$  角与  $\omega$  角的初值可利用  $(X_{S_0}, Y_{S_0}, Z_{S_0})$  的初值及影像中心点的经纬度计算得到。首先将经度转化为高斯平面直角坐标, 由于卫星飞行高度一般为数百 km, 故影像中心点的高程可近似取测区的平均高程。如图3所示, 相应于影像中心点  $C$  的摄站位置为  $S$ , 从  $S$  到  $C$  的向量就定义了  $\varphi$  角与  $\omega$  角:

$$\begin{aligned} \sin \varphi &= \frac{dX}{\sqrt{(dX)^2 + (dZ)^2}} \\ \sin \omega &= \frac{dY}{\sqrt{(dX)^2 + (dY)^2 + (dZ)^2}} \end{aligned} \quad (11)$$

$\kappa$  角是卫星飞行方向在地面上的投影与通过影像中心的子午线的夹角, 逆时针为正。计算时,  $\kappa$  角的初值可根据卫星辅助数据中记录的对应于图像首尾的两个卫星位置, 由其坐标差通过  $\tan \kappa = \Delta X / \Delta Y$  求得。

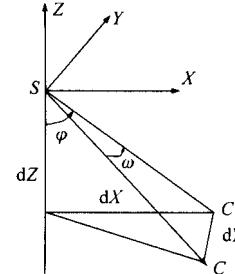


图3 角元素初值的确定

Fig. 3 Initial Values of Angles

利用上述联合平差模型及某卫星的实测数据, 分别以不同的地面控制点数目进行了联合平差计算。在平差时, 地面控制点认为没有误差, 从而平差的未知数就只有像对的外方位元素, 左右像片的外方位元素共有 24 项。由于外方位元素间存在很强的相关性, 为了保证解算结果的稳定性, 本文采用了将线元素与角元素分开并进行交替迭代的方法。数据处理结果见表 1, 所有误差统计均利用 15 个地面控制点的平差后坐标和已知坐标进行计算。

当没有地面控制点时, 无法利用共线方程式(5)列误差方程, 只能利用共面条件式(7)进行平差。由于各项外方位元素间存在强相关, 因而没有地面控制点时未进行平差计算, 只根据外方位

表 1 试验结果统计表/m

Tab. 1 Results of Experiments

控制点数	中误差		
	X	Y	H
0	85.310	548.594	171.931
1	60.117	54.871	33.379
2	51.257	55.412	30.031
3	35.824	37.532	28.922
4	14.249	9.775	17.297
15	9.715	7.482	1.388

元素的初值直接进行前方交会求解同名点的地面坐标, 再与地面控制点求差并统计中误差。当没有地面控制点时, 除中误差较大外, 前方交会结果与控制点间也存在明显的系统误差, 平面最大系统误差达 5km 左右, 高程方向的系统误差为 800m 左右。一旦引入一个地面控制点, 则控制点可以利用式(5)列误差方程, 而非控制点的同名像点可利用式(7)列误差方程。从表 1 可以看出, 联合平差的精度水平有很大提高, 平面可达 60m, 高程达 35m 左右, 而且没有系统误差。当控制点增加到 4 个时, 由于试验中 4 个控制点正好分布于影像

的四周, 因而相对 3 个控制点时的精度又有较大的提高。地面控制点为 15 个时, 平差结果的平面精度在 10m 以内, 高程精度在 1.5m 以内, 与地面控制点的量测精度符合较好。

## 参 考 文 献

- 1 王任享. 利用卫星三线阵 CCD 影像进行光束法平差的数学模拟实验研究. 武汉测绘科技大学学报, 1998, 23(4): 304~309
- 2 燕 琴, 张祖勋, 张剑清. 异轨遥感 CCD 影像外方位元素的解求. 武汉大学学报·信息科学版, 2001, 26(3): 270~274
- 3 张钧屏, 方艾里. 对地观测与对空监视. 北京: 科学出版社, 2001
- 4 Zhang I, Gruen A. TLS Data Processing Modules. The 3rd International Image Sensing Seminar on New Development in Digital Photogrammetry, Gifu, 2001
- 5 王之卓. 摄影测量原理. 北京: 测绘出版社, 1979

第一作者简介: 张永军, 博士后。现主要从事数字摄影测量与计算机视觉方面的研究。

E-mail: yongjun\_zhang@sina.com

## Orientation of Remote Sensing Image Pairs from Different Orbits

ZHANG Yongjun<sup>1</sup> ZHANG Jianqing<sup>2</sup>

(1 School of Hydropower and Information Engineering, Huazhong University of Science and Technology, 1037 Luoyu Road, Wuhan, China 430074)

(2 School of Remote Sensing and Information Engineering, Wuhan University, 129 Luoyu Road, Wuhan, China 430079)

**Abstract:** This paper mainly focuses on the approach of obtaining camera orientation parameters of remote sensing image pairs from different orbits. The fundamental mathematical models of obtaining camera orientation parameters from collinearity equations and coplanar conditions are discussed in detail. To combine the two models, spatial resection model based on coplanar conditions is modified. Results of the combined model can be obtained with adjustment by observation equations. Algorithms of how to calculate the initial values of orientation parameters are also addressed. The proposed approach is tested with a stereo image pair and some results are given.

**Key words:** remote sensing images from different orbits; stereo image pairs; collinearity equations; coplanar conditions; model combination

**About the first author:** ZHANG Yongjun, post-doctoral fellow. He is mainly engaged in digital photogrammetry and computer vision.

E-mail: yongjun\_zhang@sina.com

(责任编辑: 晓晨)