

文章编号: 1671-8860(2004)01-0067-05

文献标识码: A

# InSAR 相位解缠算法比较及误差分析

许才军<sup>1</sup> 王 华<sup>1</sup>

(1 武汉大学测绘学院, 武汉市珞喻路 129 号, 430079)

**摘要:** 介绍和比较了残差缺口法、最小二乘法和统计耗费网络流算法, 并研究了解缠相位误差对 DEM 和地壳变形的影响。通过理论分析和实际计算发现, 无论计算效率还是解缠精度, 残差缺口法都优于最小二乘法。统计耗费网络流算法在残差缺口算法基础上又有创新, 是一种最具潜力的新型算法。

**关键词:** InSAR; 二维相位解缠; 残差缺口法; 最小二乘法; 统计耗费网络流算法

中图法分类号: TP751; P207

传统的 SAR 技术只能获取二维平面信息, 即方位向和距离向的信息。合成孔径雷达干涉测量 (InSAR) 通过双天线法或重复轨道法对同一地区的两幅 SAR 相干复图像进行干涉处理, 同时提取干涉图的强度信息和相位信息, 从而获取平面和高程方向的信息, 实现三维测量<sup>[1]</sup>。干涉复图像是通过将两幅相干图的复相量进行复数相乘生成的。在相干条件下, 通过干涉, 可以消除后向散射相位, 提取与两天线至地面距离差成比例的干涉相位。

干涉技术的核心是获取与距离差成比例的相位信息, 然而干涉图像包含的相位信息是缠绕相位, 即干涉相位值在  $[-\pi, \pi]$  内, 因此必须进行相位解缠。根据缠绕相位, 利用相邻像素间的缠绕相位差分获取和实际距离差分成比例的相位的过程称为相位解缠。利用已知点的绝对观测值, 将解缠相位加上整周相位即可获得绝对相位。二维相位解缠是 InSAR 数据处理流程中的一个关键环节, 它通常也是 InSAR 产品的主要误差源。

近 20 年来, 国外学者提出了大量的相位解缠算法<sup>[2~12]</sup>, 归纳起来, 可以分为三类: 基于残差点确定积分路线的残差缺口法<sup>[2]</sup>; 依据最小二乘准则, 由缠绕相位梯度估计解缠相位的最小二乘法<sup>[3]</sup>; 以及基于网络流理论的网络流相位解缠算法<sup>[4]</sup>。另外, 遗传算法、神经网络法、蒙特卡罗法、贝叶斯法等算法, 也有过一些尝试。

本文主要介绍和比较以上三种常用的相位解缠算法, 并研究解缠相位误差对 DEM 和地壳变形的影响。

## 1 二维相位解缠算法

对一个连续信号进行采样时, 抽样率  $f_s$  必须不小于信号频谱最高频率  $f_m$  的 2 倍, 当  $f_s = 2f_m$  时,  $f_s$  就叫做奈奎斯特 (Nyquist) 取样率。依据奈奎斯特取样定理, 二维相位解缠实现的必要条件是相邻像素间的缠绕相位差不超过半周, 在该条件下, 解缠相位的差分等于缠绕相位的差分。如果能够确定解缠相位差分, 解缠相位就可以通过选取适当的积分路线积分得到。

绝大多数相位解缠算法都基于如下假设, 即大部分干涉图像相邻像素间满足 Nyquist 采样理论, 极小部分不满足这一理论。因此, 相位解缠首先要根据 Nyquist 采样理论确定相邻像素间的相位梯度 (差分), 然后根据一致性准则, 选取适当的积分路线积分。

### 1.1 残差缺口法

在大多数情况下, 解缠相位代表的物理量是标量, 如 DEM 和垂直变形。标量具有梯度沿着任意闭合环的积分值为零的属性。然而, 从干涉图像中只能获取缠绕相位, 且并非所有像素的缠绕相位都满足 Nyquist 采样定理。这样, 相邻像素间

收稿日期: 2003-11-03

项目来源: 湖北省青年杰出人才基金资助项目(2002AC011); 高等学校博士点专项基金资助项目(20030486038); 地球空间环境与大地测量教育部重点实验室开放研究基金资助项目(02-09-06); 武汉大学知识创新工程基金资助项目。

的相位差分就可能超出 $(-\pi, \pi)$ 。在这些区域,缠绕相位的梯度并不等于解缠相位的梯度,而是相差整周相位。若积分闭合环包含这样的区域,积分结果就不为零,从而产生残差(见图1)。

残差有正负之分,就像正电荷和负电荷,沿某一闭合路线的积分结果等于最后的净电荷数,积分过程中正负电荷可以抵消。解缠时,选取的积分闭合环必须避免沿该路线积分产生净电荷。残差缺口算法通过在两个极性相对的电荷间设置缺口来阻止积分路线通过(见图2,图中粗数字表示缠绕相位,小数字表示残差,粗线表示枝状缺口)。将这些缺口连接起来就像树枝一样,因此称为枝状缺口。

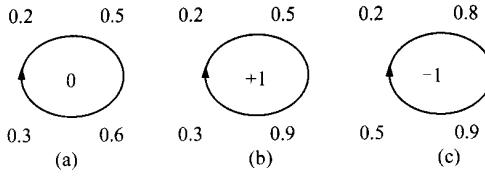


图1 缠绕相位积分残差示例

Fig. 1 An Example of Wrapped Phase Integration with the Assumption of Nyquist Sampling Theory

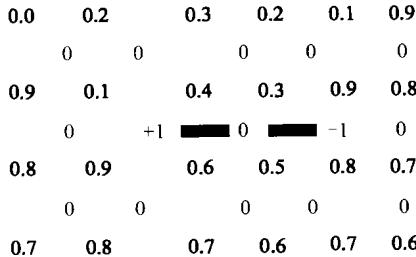


Fig. 2 An Example of Wrapped Phase Array and Residue Cuts

从上述可知,生成枝状缺口包括两个步骤。首先在干涉图上确定残点的位置,然后依据一定的准则将残点连接起来。枝状缺口代表相位不连续的位置,因此,残差缺口算法中连接残差点的原则就是使干涉图中总的枝状缺口长度最短。

大量实践表明,残差缺口法是一种高效、精确的相位解缠算法。然而,由于残差缺口法需要设置枝状缺口,对于相干性差、信噪比小的区域,容易形成一个个独立的孤岛而无法解缠,这是该算法的最大缺陷。

## 1.2 最小二乘法

基于理想情况下,解缠相位梯度等于缠绕相位梯度的假设,相位解缠可以看成一个优化问题。最小二乘法是一种广泛使用的优化方法。这类算

法基于解缠相位和缠绕相位之差的平方和最小准则,其目标函数为:

$$\min = \sum_{i=0}^{M-2} \sum_{j=0}^{N-1} (\phi_{i,j} - \phi_{i-1,j} - \Delta_{i,j}^x)^2 + \sum_{i=0}^{M-1} \sum_{j=0}^{N-2} (\phi_{i,j} - \phi_{i,j-1} - \Delta_{i,j}^y)^2 \quad (1)$$

式中,  $\phi_{i,j}$  为解缠相位的估值,

$$\Delta_{i,j}^x = W(\Psi_{i,j} - \Psi_{i-1,j}) \quad (2)$$

$$\Delta_{i,j}^y = W(\Psi_{i,j} - \Psi_{i,j-1}) \quad (3)$$

对于每一个像素  $(i, j)$ , 方程(1)可改写为:

$$\phi_{i,j} + \phi_{i-1,j} + \phi_{i,j+1} + \phi_{i,j-1} = \rho_{i,j} \quad (4)$$

$$\text{式中, } \rho_{i,j} = (\Delta_{i,j}^x - \Delta_{i-1,j}^x) - (\Delta_{i,j}^y - \Delta_{i,j-1}^y) \quad (5)$$

方程(4)是等权条件下的函数模型,它恰好是离散泊松方程,通过离散余弦变换(DCT)可以得到方程(4)的解:

$$\hat{\phi}_{i,j} = \frac{\rho_{i,j}}{2\cos(\pi i/M) + 2\cos(\pi i/N) - 4} \quad (6)$$

式中,  $\rho_{i,j}$ 、 $\hat{\phi}_{i,j}$  分别是  $\rho_{i,j}$ 、 $\phi_{i,j}$  的 DCT 变换。将  $\hat{\phi}_{i,j}$  进行反余弦变换可以得到解缠相位。

等权最小二乘法计算简单,但是受缠绕相位不一致性的影响较大。为了得到更为准确稳健的解,需要应用加权最小二乘法。加权最小二乘法的函数模型不再是简单的泊松方程,因此不能直接用离散余弦变换求解。加权最小二乘法的目标函数为:

$$\min = \sum_{i=0}^{M-2} \sum_{j=0}^{N-1} U_{i,j} (\phi_{i,j} - \phi_{i-1,j} - \Delta_{i,j}^x)^2 + \sum_{i=0}^{M-1} \sum_{j=0}^{N-2} V_{i,j} (\phi_{i,j} - \phi_{i,j-1} - \Delta_{i,j}^y)^2 \quad (7)$$

式中,  $U_{i,j}$ 、 $V_{i,j}$  分别代表  $x$ 、 $y$  方向的权。方程(7)也可以改写成:

$$U_{i,j} (\phi_{i+1,j} - \phi_{i,j}) - U_{i-1,j} (\phi_{i,j} - \phi_{i-1,j}) + V_{i,j} (\phi_{i,j+1} - \phi_{i,j}) - V_{i,j-1} (\phi_{i,j} - \phi_{i,j-1}) = C_{i,j} \quad (8)$$

$$\text{式中, } C_{i,j} = (U_{i,j} \Delta_{i,j}^x - U_{i-1,j} \Delta_{i-1,j}^x) + (V_{i,j} \Delta_{i,j}^y - V_{i,j-1} \Delta_{i,j-1}^y) \quad (9)$$

缠绕相位梯度的权(即相位质量图)既可以依据一定的准则(如最小相位方差准则、最小相位梯度准则、最大伪相干准则等)从干涉图中确定,也可以依据先验信息直接给定。方程(8)的解可以利用先验共轭梯度法迭代求解<sup>[3]</sup>。

与残差缺口法相比,最小二乘法得出的解缠相位更为平滑。另一方面,虽然最小二乘法的这种全局最优不会留下解缠孤岛,但是数据质量低的局部地区,其误差容易传播到整个图像区域。

此外,在最小二乘法中,并没有用到枝状缺口这一概念,因此,解缠相位并不满足一致性条件,解缠相位和缠绕相位之差也不是整周相位。如果额外加上一致性条件限制,又会降低解缠的计算效率<sup>[9]</sup>。

### 1.3 网络流算法

残差缺口法和最小二乘法可以统一到一个准则中,即  $L^p$ -范最小准则<sup>[10]</sup>。在该准则下,相位解缠被看作一个优化问题,优化目标函数为:

$$\min \left\{ \sum_{i,j} W_{i,j}^{(x)} |\Delta\phi_{i,j}^{(x)} - \Delta\Psi_{i,j}^{(x)}|^p + \sum_{i,j} W_{i,j}^{(y)} |\Delta\phi_{i,j}^{(y)} - \Delta\Psi_{i,j}^{(y)}|^p \right\} \quad (10)$$

$L^p$ -范虽然为相位解缠提供了一个统一的框架,然而它却并没有给出一个实用的函数。网络流算法不仅提供了实用的目标函数,而且还给出了高效的计算方法。继 Costantini<sup>[4]</sup>之后,这一算法得到了不断的发展<sup>[7~11]</sup>。

下面基于网络流理论介绍网络流相位解缠算法。缠绕函数定义为:

$$\Psi(i,j) = W(\phi(i,j)) = \phi(i,j) + 2n\pi(i,j) \quad (11)$$

式中,  $\Psi(i,j)$  表示缠绕相位;  $\phi(i,j)$  表示解缠相位。残差定义为:

$$k_q = k_{i,j,d} = \frac{1}{2\pi} [\Delta_y \phi(i,j) - W(\Delta_y \Psi(i,j))] \quad (12)$$

因此,网络流相位解缠算法的广义目标函数可以表示为:

$$\min \left\{ \sum_q c_q |k_q| \right\} \quad (13)$$

式中,  $c_q$  表示残差的先验权。作以下变量替换:

$$x_q^+ = \max(0, k_q), x_q^- = \min(0, k_q) \quad (14)$$

将式(14)代入式(13),则式(13)的非线性最小问题可以转换成线性最小问题:

$$\min \left( \sum_q c_q (x_q^+ + x_q^-) \right) \quad (15)$$

继 Costantini<sup>[4]</sup>之后,网络流算法已经引起了足够重视,许多改进的网络流算法应用到了该方法中。Carballo<sup>[9]</sup>提出了基于统计的多分辨率网络流相位解缠算法。在该算法中,依据极大可能性估计建立网络耗费的目标函数,应用多分辨率方法来处理大数据量的计算,以提高计算效率。与此同时,Chen 和 Zebker<sup>[10,11]</sup>提出了统计耗费网络流相位解缠算法。在该方法中,耗费函数是

由极大验后估计得到的。极大验后估计利用已知的缠绕相位值、图像强度和干涉图的相干性等信息,构造解缠相位的概率密度函数,使其条件概率最大。从理论上讲,该耗费函数是  $L^0$ -范,它比  $L^1$ -范目标函数<sup>[8~11]</sup>更为精确。最小  $L^0$ -范数问题属于 NP 问题,因此 Chen 提供了一种近似算法求解。首先应用 Prim 算法建立最小生成树(MST),将所有的残点连接到同一棵树上。在 Prim 算法中,搜寻最近的残点时,不是采用原始的残差缺口法的搜寻方法<sup>[2]</sup>,而是迭代使用 Dijkstra 最短路径算法搜寻。对于残差密集的地区,动态取消法(DCC)的使用使得解缠结果更加稳定,克服了孤岛问题。在处理大数据量图像时,他们提出了一种瓦片算法,即将一张图像分成多个区域分别处理,然后进行融合。

## 2 解缠结果的比较

笔者利用 Goldstein 算法和最小二乘算法对某一缠绕相位进行相位解缠。图 3 是缠绕相位图,图 4 是相位解缠图。由图 4(a)和图 4(c)可知,最小二乘法能够提供更平滑的解;由图 4(b)和图 4(d)可知,Goldstein 法在解缠精度上优于最小二乘法,而且最小二乘法无法限制相位噪声的传播,以至于影响到整幅图像的解缠相位质量。

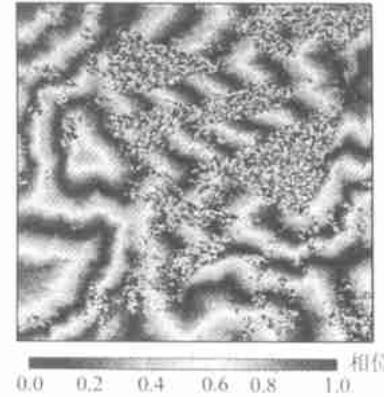


图 3 缠绕相位图

Fig. 3 Wrapped Interferogram

由表 1 可知,无论是解缠精度还是解缠效率,Goldstein 法均优于加权最小二乘法。

表 1 计算效率比较表(Pentium IV 1.6G CPU)

Tab. 1 Comparison of Computational Efficiency

解缠算法	标准偏差/周	CPU 时间/s
Goldstein	0.08	1.9
最小二乘法	0.42	7.5

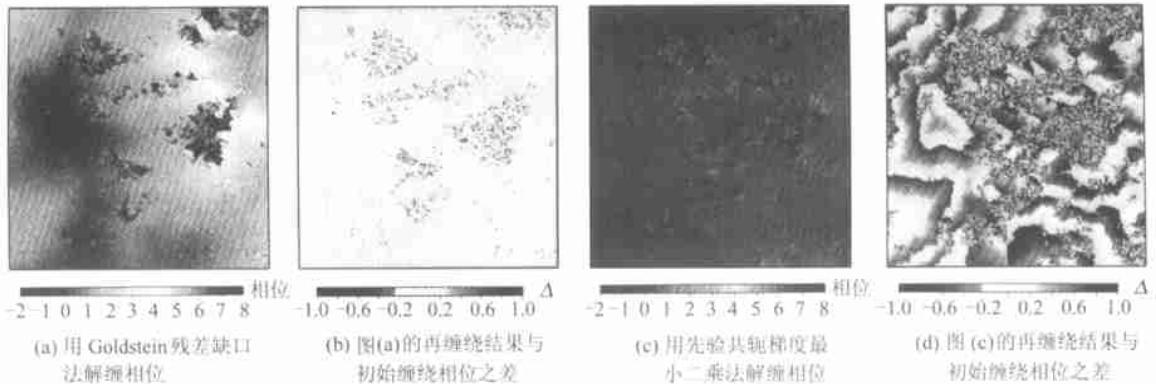


图4 相位解缠图

Fig. 4 Phase Unwrapped

### 3 高程误差传播

沿距离向, 高程和干涉相位之间满足方程:

$$H = \left( -\frac{\lambda R_1 \sin \theta^0}{4\pi B_{\perp}^0} \right) \phi \quad (16)$$

由相位偏差引起的高程偏差为:

$$\Delta H = \left( -\frac{\lambda R_1 \sin \theta^0}{4\pi B_{\perp}^0} \right) \Delta \phi \quad (17)$$

根据误差传播理论, 高程的方差为:

$$\sigma_H^2 = \left( -\frac{\lambda R_1 \sin \theta^0}{4\pi B_{\perp}^0} \right)^2 \sigma_{\phi}^2 \quad (18)$$

由于 InSAR 是一种相对测量技术, 它通过测量相邻像素间的相位梯度来确定相邻像素间的高差, 因此, 要获取绝对高程, 必须选取一个点作为参照点, 该参照点的高程可以通过其他测量手段获取。顾及参照点的误差, 干涉图上某点高程的偏差和方差分别为:

$$\Delta H_p = \left( -\frac{\lambda R_{1p} \sin \theta_p^0}{4\pi B_{\perp, p}^0} \right) \Delta \phi_p - \left( -\frac{\lambda R_{1r} \sin \theta_r^0}{4\pi B_{\perp, r}^0} \right) \Delta \phi_r \quad (19)$$

$$\sigma_{H_p}^2 = \left( -\frac{\lambda R_{1p} \sin \theta_p^0}{4\pi B_{\perp, p}^0} \right)^2 \sigma_{\phi_p}^2 + \left( -\frac{\lambda R_{1r} \sin \theta_r^0}{4\pi B_{\perp, r}^0} \right)^2 \sigma_{\phi_r}^2 - 2 \left( \frac{\lambda^2 R_{1p} \sin \theta_p^0 R_{1r} \sin \theta_r^0}{16\pi^2 B_{\perp, p}^0 B_{\perp, r}^0} \right) \sigma_{\phi_p} \sigma_{\phi_r} \quad (20)$$

### 4 结语

理论分析和算例表明, 残差缺口法从计算效率和解缠精度上都优于最小二乘法, 其缺陷是在SNR小或相干性差的区域容易形成孤岛, 导致这些区域的解缠失败。最小二乘法虽然能够提供平滑解, 但无法限制相位噪声的传播, 以至于影响到整幅图像解缠相位的质量。此外, 如果加上一致性限制条

件, 又会大大降低其计算效率。

由于缺少强度信息和相干性信息, 文中没有给出统计耗费网络流算法的算例。它在理论上较前两种算法有较大改进, 而且现在已有比较成熟的网络流算法。因此, 统计耗费网络流算法必将在相位解缠领域发挥更加重要的作用。

### 参 考 文 献

- 1 Klees R, Hanssen R. Basics of Synthetic Aperture Radar Interferometry and Applications. NKG Autumn School, 2000
- 2 Goldstein R M, Zebker H A, Werner C L. Satellite Radar Interferometry: Two-dimensional Phase Unwrapping. Radio Science, 1988, 23(4): 713~720
- 3 Pritt M D, Shipman J S. Least-Squares Two-dimensional Phase Unwrapping Using FFT. IEEE Trans. Geosci. Remote Sens., 1994, 32(3): 706~708
- 4 Costantini M. A Phase Unwrapping Method Based on Network Programming. Proc. Fringe' 96 Workshop, Zurich, Switzerland, 1996
- 5 Ghiglia D C, Pritt M D. Two-dimensional Phase Unwrapping: Theory, Algorithms and Software. New York: Wiley, 1998
- 6 Ghiglia D C, Romero L A. Minimum  $L^p$ -norm Two-dimensional Phase Unwrapping. J. Opt. Soc. Am., 1996, 13(10): 1999~2013
- 7 Zebker H A, Lu Y P. Phase Unwrapping Algorithms for Radar Interferometry: Residue cut, Least-Squares and Synthesis Algorithms. JOSA-A, 1997
- 8 Costantini M. A Novel Phase Unwrapping Method Based on Network Programming. IEEE Trans. Geosci. Remote Sens., 1998, 36(3): 813~821
- 9 Carballo G F, Fieguth PW. Probabilistic Cost Functions for Network Flow Phase Unwrapping. IEEE Trans. Geosci. Remote Sens., 2000, 38(5): 2192~2201
- 10 Chen C W, Zebker H A. Network Approaches to Two-dimensional Phase Unwrapping: Intractability and Two New Algorithms. Journal of the Optical Society of America A,

- 2000, 17(3): 401~414
- 11 Chen C W, Zebker H A. Two-dimensional Phase Unwrapping with Use of Statistical Models for Cost Functions in Nonlinear Optimization. *Journal of the Optical Society of America A*, 2001, 18(2): 338~351
- 12 Suksmono A B. Adaptive Noise Reduction of InSAR Image Based on a Complex-Valued MRF Model and Its

Application to Phase Unwrapping Problem. *IEEE Trans. Geosci. Remote Sens.*, 2003, 41(3): 699~709

第一作者简介: 许才军, 教授, 博士生导师。主要研究方向: 大地测量地球动力学 GPS 与 InSAR 数据融合理论与方法。代表成果: 青藏高原地壳运动监测及其动力学机制研究等。

E-mail: caju@sgg.wtusm.edu.cn

## Comparison of InSAR Phase Unwrapping Algorithms and Error Analysis

XU Cajun<sup>1</sup> WANG Hua<sup>1</sup>

(1 School of Geodesy and Geomatics Wuhan University, 129 Luoyu Road, Wuhan 430079, China)

**Abstract:** This paper compares three kinds of phase unwrapping algorithms, residue-cut algorithm, least-square algorithm and statistical-cost network-flow algorithm. From the comparison, it can be concluded that Goldstein residue-cut method is superior to the least-squares method, both in calculation efficiency and in unwrapping precision. Lastly, the height error caused by the bias of unwrapped phase is analyzed.

**Key words:** InSAR; 2D phase unwrapping; residue-cut; least-squares; statistical-cost network-flow algorithms

**About the first author:** XU Cajun, professor, Ph. D supervisor. His interested fields include geodesy and geophysics inversion, geodesy and geodynamics and the integration of GPS and INSAR Data. His typical achievements is monitoring the present day crustal movements and studying its geodynamical mechanism in Qinghai Tibet Plateau etc.

E-mail: caju@sgg.wtusm.edu.cn

(责任编辑: 平子)

## 《武汉大学学报·信息科学版》征稿简则

本刊是由武汉大学主办、国内外公开发行的测绘及相关专业学术期刊, SCI、EI、PK、CSA 等国际著名检索系统均收录本刊发表的论文。为进一步提高刊登论文的代表性, 发挥本刊在国内外的学术辐射优势, 特面向国内外公开征稿。

1. 稿件内容: 本刊主要刊登有关摄影测量、遥感、大地测量、工程测量、地图学、物理大地测量、地球动力学、图形图像学、地理信息系统、测绘仪器、计算机理论及应用、光电工程、通讯技术及电子信息工程、资源与环境等相关学科的学术论文, 稿件要求具有较高的学术水平或重大应用价值。所有来稿文责自负。

2. 稿件要求: 来稿应符合科技论文著作要求, 论点明确, 论证严谨, 内容创新, 数据可靠, 方法科学, 文字通达、简洁, 字数一般在 8 000 字以内。来稿应采用法定计量单位, 采用国家有关出版标准, 附 300 字以内的中文摘要和 1 000 单词以上的英文摘要, 并附有中英文关键词。摘要要有自含性, 要能反映论文的核心内容。作者署名应符合著作权法规定, 并附第一作者简介(中英文)、E-mail、通讯方式及所有作者的详细地址(中英文)。基金资助论文应注明基金名称、项目编号。

3. 投稿要求: 所有来稿应打印清楚, 交磁盘者同时附打印稿; 图表、公式应清楚, 易混淆的字符应注明; 所附照片应符合制版要求; 参考文献著录内容齐全, 格式符合有关标准, 并按引用的先后顺序于文中标出; 不准一稿两投。一经投稿, 视为作者授权编辑部可作不影响作者论点的必要文字加工。

4. 鉴于本刊已整体加入《中国学术期刊(光盘版)》、“中文科技期刊数据库”、“万方数据(ChinalInfo)系统科技期刊群”及“台湾华艺电子期刊全文资料库”等, 若无特别声明, 所有投稿视为作者同意在本刊出版印刷版的同时授权出版光盘版及进入因特网。本刊所付稿酬包含此项收益。

5. 来稿经本刊组织的同行专家评议、审查同意刊登后, 将酌收版面费。一经刊用, 即付稿酬。来稿一般不退。对于投稿两 个月后无答复的稿件, 作者可以查询。

6. 本刊编辑部地址: 武汉市珞喻路 129 号, 武汉大学(测绘校区), 武汉大学期刊社信息科学学报编辑部, 邮编 430079, 电话(027)87885922 转 2465。