DOI:10.13203/j.whugis2004.03.002
第29卷 第3期 武汉大学学报·信息科学版 Vol.29 No.3
2004年3月 Geomatics and Information Science of Wuhan University March 2004

文章编号:1671-8860(2004)03-0195-03 文献标识码:A

GPS单历元定位的阻尼LAMBDA算法

刘根友[1] 朱耀仲[1] 韩保民[1]

(1 中国科学院测量与地球物理研究所动力大地测量开放研究实验室,武汉市徐东路174号,430077)

摘 要:结合Teunissen提出的LAMBDA方法和阻尼最小二乘估计的原理,提出了一种新的单历元算法,即阻尼LAMBDA方法。

关键词:快速定位;GPS单历元定位;阻尼;LAMBDA
中图法分类号:P228.42

在GPS短基线解算时,整周模糊度一旦确定,相位差分定位就等价于高精度的伪距差分定位,即每一历元可获得高精度的坐标解算结果。因此,如何快速求解整周模糊度一直是从事GPS测量技术的专家学者致力于解决的热点问题。随着GPS快速定位技术的发展,观测时间已由原来的几个小时缩短到现在的几分钟,随后又出现了单历元算法[1]和OTF(on the fly)算法。所有模糊度搜索方法都要利用模糊度的整数特性和某种检验条件。GPS快速定位方法已广泛用于各类变形观测[1~3],归纳起来主要有两种监测模式:① 短周期的静态相对定位,适用于缓慢的变形监测,如滑坡、大坝的变形监测;② 实时监测工程建筑物的变形或震动,如大桥在荷载作用下的快速变形。对于第二种情况,往往要求实时计算出每一历元的坐标变化,常采用RTK或OTF处理方式。严格来说,单历元算法是OTF算法的一种,即只利用当前历元的观测数据,而不考虑观测过程中是否存在周跳。OTF方法使用的近似坐标是由高精度的伪距差分获得的[4],在变形观测中,由于形变小,常规单历元算法使用的近似坐标可以采用先前的观测结果或为常数。变形观测时待定点坐标变化量较小是单历元解算成功应用的前提。形变观测时,当坐标变化太大,或在一般的动态定位中,搜索空间较大,常规的单历元搜索方法太慢,不能满足实时定位的需要。

1 阻尼LAMBDA方法

1.1 LAMBDA方法

LAMBDA方法是荷兰Delft大学的Teunissen针对模糊度相关性提出的一种去相关平差方法(1995),是目前快速静态定位中最成功的一种模糊度搜索方法。

1) 求出浮动解及协方差矩阵:

$$\begin{pmatrix} \boldsymbol{X} \\ \boldsymbol{Y} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{PA} & \boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{PB} \\ \boldsymbol{B}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{PA} & \boldsymbol{B}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{PB} \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} \boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{PL} \\ \boldsymbol{B}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{PL} \end{pmatrix} \tag{1}$$

$$\boldsymbol{Q} = \begin{pmatrix} \boldsymbol{Q}_{X} & \boldsymbol{Q}_{XY} \\ \boldsymbol{Q}_{YX} & \boldsymbol{Q}_{Y} \end{pmatrix} \tag{2}$$

2) 对 $\boldsymbol{Y}$ 进行整数估计得:

$$\min \| \boldsymbol{Y} - \boldsymbol{Y} \|^2_{Q_Y^{-1}},\ \boldsymbol{Y} \in Z^n \tag{3}$$

为了得到 $\boldsymbol{Y}$ 的整数估计,对 $\boldsymbol{Y}$ 进行 $\boldsymbol{Z}$ 变换,形成新的模糊度 z:

$$z = \boldsymbol{ZY},\ \hat{z} = \boldsymbol{ZY},\ Q_{\hat{z}} = \boldsymbol{ZQ_YZ}$$

问题(3)转换为:

$$(\hat{z} - z)Q_{\hat{z}}^{-1}(\hat{z} - z) \leqslant \chi^2 \tag{4}$$

通过 $\boldsymbol{Z}$ 变换后,整数 z 的搜索范围成倍减少,解问题(4)获得 z 的整数估计 $\hat{z}$ 后,再还原为 Y 的整数估计 $\boldsymbol{Y}$。详细的推导过程参见文献[5]。

实际处理时,可将LAMBDA方法的处理步骤编写为一个子程序,只需将法方程作为输入,将模糊度作为输出。LAMBDA方法要求法方程为满秩,而单历元的法方程为秩亏方程,不能直接应用。

收稿日期:2003-12-15。
项目来源:中国科学院知识创新工程资助项目(KZCX2-106)。

1.2 阻尼 LAMBDA 方法

在最优化方法中，为了解决法方程的病态问题，通过适当加大矩阵主对角元素可以改善法方程的条件数，这种算法在数学上称为阻尼最小二乘法。这一概念同样可用于 GPS 的单历元解算，此时的阻尼因子取而代之的是坐标先验的权阵 $\boldsymbol{P}_X$，可由待定点的坐标约束（近似坐标精度）获得。可得：

$$\begin{pmatrix} \boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}\boldsymbol{A}+\boldsymbol{P}_X & \boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}\boldsymbol{B} \\ \boldsymbol{B}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}\boldsymbol{A} & \boldsymbol{B}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}\boldsymbol{B} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \boldsymbol{X} \\ \boldsymbol{Y} \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} \boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}\boldsymbol{L} \\ \boldsymbol{B}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}\boldsymbol{L} \end{pmatrix} \tag{5}$$

上式为满秩方程，有惟一解。法方程(5)可以这样认为：假设坐标的初始值是由以前的观测值计算的结果（伪观测值），并已知其精度为 $\boldsymbol{P}_X$，在此基础上又进行了一个历元的观测。在法方程(5)的基础上运用 LAMBDA 方法搜索模糊度，称之为阻尼 LAMBDA 方法。

1.3 $\boldsymbol{P}_X$的确定

坐标约束实质上给出了坐标初始值的精度，设为（σ_x，σ_y，σ_z）。高精度的相位测量单位权方差 σ_0^2 可设为 $4\mathrm{mm}^2$，可求出 $\boldsymbol{P}_X$：

$$\boldsymbol{P}_X=\begin{pmatrix} \frac{\sigma_0^2}{\sigma_x^2} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\sigma_0^2}{\sigma_y^2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\sigma_0^2}{\sigma_z^2} \end{pmatrix} \tag{6}$$

在形变监测或极低动态定位时，待求点的坐标近似值一般可以预测到 0.5m 以内的精度，如没有其他约束，x、y、z 方向上的中误差可同为 0.5m，根据式(6)计算出权阵。在高动态定位时，如车辆和飞机的动态定位，近似坐标可以利用伪距（或相位平滑伪距）差分或卡尔曼滤波方法获得，$\boldsymbol{P}_X$由平差得到的精度信息加以定义：

$$\boldsymbol{P}_X=\frac{\sigma_0^2}{\boldsymbol{D}_X} \tag{7}$$

式中，$\boldsymbol{D}_X$是用伪距差分或卡尔曼滤波等方法获得的待定点坐标方差阵。阻尼 LAMBDA 方法利用待定点尽可能高精度的近似坐标，只使用当前历元的相位观测数据进行定位。实践表明，在一般情况下，使用单频 GPS 接收机，只有当坐标约束小于 1m 时，利用阻尼 LAMBDA 方法才可能获得精确的坐标结果。

2 实际算例

算例采用 1km 长的基线 AB，先进行静态定位确定其精确坐标分别为：A（−2 251 742.347 3，5 010 533.194 3，3 230 367.112 1）、B（−2 252 847.026 5，5 010 006.436 5，3 230 413.594 5）。选择某一观测历元，观测到的有效卫星号为 2、7、11、8、27 共 5 颗星，选择 2 为参考星，双差观测值（后减前，单位为 m）为 533.542 7，−844.653 7，1 206.047 6，−97.991 3，卫星坐标见表 1，已知正确的模糊度为−12，69，12，63。

表 1　测站 $\boldsymbol{A}$、$\boldsymbol{B}$ 对应的卫星发射时刻的卫星坐标/m

Tab. 1　Satellites Coordinates at Sending Time with Respect to Stations A and B

sv	对应测站 A			对应测站 B		
2	2 344 861.071 9	16 698 950.518 5	20 985 036.491 9	2 344 860.401 2	16 698 950.886 9	20 985 036.252 4
7	12 602 405.800 3	19 247 269.352 4	13 809 634.489 0	12 602 405.337 5	19 247 269.144 9	13 809 635.209 2
11	−15 075 597.659 4	9 406 578.463 6	19 779 459.378 4	−15 075 597.687 3	9 406 577.700 9	19 779 459.716 4
8	−509 164.316 4	26 395 554.851 6	2 111 134.679 2	−509 164.412 4	26 395 554.933 3	2 111 133.736 3
27	−2 275 280.513 5	25 957 555.423 3	−2 700 388.315 4	−2 275 280.631 1	25 957 555.310 9	−2 700 389.255 1

以不同的近似坐标和精度约束按以下 4 种方案计算。

1）将 B 点的精确坐标作为初始值，坐标约束取为 1mm，计算结果与精确值一致。

2）将 B 点的坐标变化几个 cm 作为初始值，坐标约束为 10cm，计算结果与精确值一致。

3）将 B 点的坐标变化几十 cm 作为初始值，坐标约束为 0.5m，只能用阻尼 LAMBDA 方法获得正确结果。

4）将 B 点的坐标变化 1m 作为初始值，坐标约束为 1m，计算结果与真值相差较远。

上述结果是对试验中的一个观测历元分析的，只用到了 L_1 相位观测值。笔者还对该试验的 480 个历元分别采用单频和双频数据作了验算，统计结果见表 2。

从表 2 中的统计结果可以看出，单频观测数据采用单历元阻尼 LAMBDA 方法定位时，一般只有在 0.5m 精度以内的坐标约束才可能获得比较可靠的结果，而双频接收机可以适当放宽到 1m 左右。另一方面，如果能够确定待定点的运动方向，可以放宽这一方向上的坐标约束。值得注意的，该试验数据是在 SA 政策取消以前获得的，在

SA 取消以后, 观测数据精度有所提高。

表 2　不同坐标约束下单频和双频数据的单历元阻尼 **LAMBDA** 算法统计结果

Tab. 2　Statistics of Single Epoch Damped LAMBDA Algorithm Wrt. Single and Dual Frequency Data

坐标约束/ m			单频成功	双频成功
x 方向	y 方向	z 方向	历元数	历元数
0.30	0.05	0.05	480	480
0.50	0.05	0.05	476	480
1.00	0.05	0.05	472	480
1.50	0.05	0.05	460	480
0.20	0.10	0.10	480	480
0.40	0.20	0.10	440	480
0.70	0.50	0.20	310	477

3　结　语

坐标约束是单历元算法成功的必要条件, 坐标约束是以待定点的近似坐标及其精度表现的。这种坐标约束可以根据待定点的运动特性先验获得, 也可以采用其他途径计算出来的结果。当约束较小, 如 1～2cm 时, 可以直接根据阻尼最小二乘法求出模糊度(取整), 再求解坐标未知数。当约束为几十个 cm, 可以用本文提到的阻尼 LAMBDA 方法解算, 阻尼 LAMBDA 方法优于阻尼最小二乘法。根据经验, 当坐标约束过大, 如 1m 时, 单频接收机一般很难获得正确的解。同时, 如果观测误差较大或 PDOP 较大时(大于 6), 单历元算法也可能失败。增加观测卫星数有助于单历元算法的成功。当采用双频数据时, 可以将 L_1 和 L_2 同时作为独立观测量, 此时相当于增加了 1 倍的观测卫星, 坐标约束可以适当放宽。从长远发展趋势来看, 欧洲 Galileo 计划和今后 GPS 卫星第三频率的发播, 将使单历元的阻尼 LAMBDA 算法有更加广阔的应用前景。

参　考　文　献

1　陈永奇, James L. 单历元 GPS 变形监测数据处理方法的研究. 武汉测绘科技大学学报, 1998, 23(4): 324～363

2　陈永奇. 一种检验 GPS 整周模糊度解算有效性的方法. 武汉测绘科技大学学报, 1997, 22(4): 342～245

3　熊永良, 黄丁发, 张献洲. 一种可靠的含有约束条件的 GPS 变形监测单历元求解方法. 武汉测绘科技大学学报, 2001, 26(1): 51～56

4　Hofmann-Wellenhof B, Lichtenegger H, Collins J. Global Positioning System Theory and Practice. New York: Springer-Verlag, 1997

5　刘根友. 单频 GPS 接收机动态定位的相位与伪距联合算法及其周跳检测. 地壳形变与地震, 2001, 21(3): 26～31

6　Teunissen P J G. The Least-squares Ambiguity Decorrelation Adjustment: A Method for Fast GPS Integer Ambiguity Estimation. Journal of Geodesy, 1995(70): 65～82

7　Han S. Quality-Control Issues Relating to Instantaneous Ambiguity Resolution for Real-Time GPS Kinematic Positioning. Journal of Geodesy, 1997(71): 351～361

第一作者简介: 刘根友, 博士生, 副研究员。现主要从事高精度 GPS 定位方法研究和数据处理工作。

E-mail: genyou@163. net

Damped LAMBDA Algorithm for Single Epoch GPS Positioning

LIU Genyou[1]　*ZHU Yaozhong*[1]　*HAN Baomin*[1]

(1　Institute of Geodesy and Geophysics, Laboratory of Dynamic Geodesy, CAS, 174 Xudong Road, Wuhan 430077, China)

Abstract: This paper discusses the principle of single epoch GPS positioning. On the basis of LAMBDA method proposed by Teunissen P. J. G. and the concept of damped least-squares estimation, this paper forward a new method called damped LAMBDA algorithm.

Key words: fast positioning; single epoch GPS positioning; damped; LAMBDA

About the first author: LIU Genyou, Ph. D candidate, associate researcher, majors in high precision GPS data processing and algorithm.

E-mail: genyou@163. net

(责任编辑:　宏光)