

# 基于多传感器观测信息抗差估计的 自适应融合导航

杨元喜<sup>1</sup> 高为广<sup>2</sup>

(1 西安测绘研究所, 西安市雁塔路中段1号, 710054)

(2 信息工程大学测绘学院, 郑州市陇海中路66号, 450052)

**摘要:** 首先利用抗差估计原理构造了基于观测信息的融合导航解, 再利用动力学模型信息进行自适应融合, 最后利用模拟算例进行多种方案的计算与比较。

**关键词:** 组合导航; 多传感器; 抗差估计; 自适应估计

中图法分类号: P207

多传感器组合导航一般基于各传感器的局部导航结果, 采用信息分享原理, 即联邦滤波<sup>[1~3]</sup>或分布式滤波<sup>[4]</sup>原理进行融合导航。实际上, 直接利用多传感器观测信息进行整体导航解算也有其优点。首先, 多传感器观测信息之间一般是互相独立的; 第二, 直接从观测信息入手, 每次解算均有足够的冗余观测信息, 可以对观测信息进行异常误差诊断及系统误差分析; 第三, 直接利用观测信息进行融合, 可以利用抗差估计原理直接构造抗差融合解, 从而实现对异常观测信息的控制; 第四, 直接融合观测信息一般不会重复使用动力学模型信息, 因而不会使各传感器输出量之间有相关性。

其实, 直接利用多传感器观测信息进行融合导航等价于将所有传感器的观测信息看成同一传感器的观测信息进行的导航解算, 也等同于动、静态滤波融合导航。但是观测信息难免有粗差, 为减弱粗差对融合导航解的影响, 本文基于抗差滤波思想<sup>[5~13, 15]</sup>, 提出了基于各传感器观测信息抗差解的融合导航算法; 基于自适应滤波理论<sup>[8, 9, 15, 16]</sup>, 提出了利用自适应因子调整动力模型预报值权比的自适应融合算法。

## 1 基于各传感器观测信息抗差解的融合导航

设某载体上有  $r$  个传感器, 对于载体导航,

一般只关心载体的位置、速度和加速度, 于是在理论上, 同一载体的多个导航传感器应具有相同的位置、速度和加速度。设  $t$  时刻各传感器观测向量为  $L_j(t)$  ( $j=1, 2, \dots, r$ ), 相应的协方差矩阵为  $\Sigma_j(t)$ , 载体从  $t-1$  到  $t$  时刻的状态转移向量为  $X(t)$ , 则状态方程和观测方程为:

$$X(t) = \Phi_{t, t-1} X(t-1) + w(t) \quad (1)$$

$$L_j(t) = A_j(t) X(t) + \Delta_j(t) \quad (2)$$

式中,  $\Phi_{t, t-1}$  为状态向量的转移矩阵;  $w(t)$  为状态误差向量, 其协方差矩阵为  $\Sigma_w(t)$ ;  $A_j(t)$  为设计矩阵;  $\Delta_j(t)$  为  $L_j(t)$  的误差向量, 相应的协方差矩阵为  $\Sigma_j(t)$ 。  $t$  时刻第  $j$  个传感器的载体的状态向量估计值为  $X_j$ , 则有误差方程:

$$V_j = A_j X_j - L_j \quad (3)$$

式中,  $V_j$  为  $L_j$  的残差向量;  $A_j$  为设计矩阵。

为抵制  $L_j$  的各分量异常误差的影响, 引入如下极值条件:

$$\Omega = \sum_{i=1}^{n_j} (P_j)_i \rho(V_j)_i = \min \quad (4)$$

式中,  $\rho$  为严凸非减函数;  $(V_j)_i$  为  $V_j$  的第  $i$  个分量;  $P_j$  为  $L_j$  的先验权矩阵, 假设  $L_j$  各分量不相关,  $(P_j)_i$  为  $P_j$  的第  $i$  个对角线元素。由此得各传感器单独抗差导航解为:

$$X_j = (A_j^T P_j A_j)^{-1} A_j^T P_j L_j \quad (5)$$

式中,  $P_j$  为  $L_j$  的抗差等价权矩阵, 其元素为<sup>[10, 13]</sup>:

$$(P_j)_i = \begin{cases} (P_j)_i, & |(V_j)_i| \leq c_0 \\ (P_j)_i \frac{c_0}{|(V_j)_i|} \left( \frac{c_1 - |(V_j)_i|}{c_1 - c_0} \right)^2, & c_0 < |(V_j)_i| \leq c_1 \\ 0, & |(V_j)_i| > c_1 \end{cases} \quad (6)$$

式中,  $|(V_j)_i|$  为  $(V_j)_i$  的标准化残差的绝对值,  $c_0 \in [1.0 \sim 1.5]$ ,  $c_1 \in [3.0 \sim 8.0]$ 。

$X_j$  的协方差矩阵为<sup>[7]</sup>:

$$\Sigma_{X_j} = (A_j^T P_j A_j)^{-1} \sigma_{0j}^2 \quad (7)$$

$$\sigma_{0j}^2 \approx \frac{V_j^T P_j V_j}{r_j} \quad (8)$$

式中,  $r_j$  为  $L_j$  的多余观测数。令

$$P_{X_j} = \Sigma_{X_j}^{-1} \quad (9)$$

由此可得融合解为:

$$X^0 = P_{X^0}^{-1} (P_{X_1} X_1 + L + P_{X_r} X_r) \quad (10)$$

式中,

$$P_{X^0} = \sum_{j=1}^r P_{X_j} \quad (11)$$

利用式(10)进行多传感器导航解融合具有以下特点。

1) 由于对各局部传感器观测值信息采用了抗差估计原理, 则各传感器输出量  $X_j$  对观测信息  $L_j$  具有较强的容错能力。

2) 基于各局部传感器抗差导航解进行的最终融合, 对各传感器输出量也具有一定容错能力。

3) 利用式(10)进行多传感器导航解进行的融合比利用 Kalman 滤波更方便、直观。首先, 如果成批处理观测信息, 则 Kalman 滤波会增加矩阵求逆的阶数, 而且容错能力较差; 其次, 利用 Kalman 滤波很难充分利用各导航传感器并行计算的功能。

当然, 利用式(10)进行融合导航解决了各局部传感器观测信息的异常影响问题, 但并未解决各传感器输出量的合理信息分享问题。

## 2 考虑动力学模型的自适应融合导航解

由式(10)求得的融合导航解中不含有动力学模型信息, 为合理利用动力学模型信息, 可采用自适应估计原理<sup>[8~11, 16]</sup>。

由式(1)可写出  $t$  时刻动力学模型信息的预报方程:

$$X(t) = \Phi_{t, t-1} X(t-1) \quad (12)$$

其相应协方差矩阵为:

$$\Sigma_{X(t)} = \Phi_{t, t-1} \Sigma_{X(t-1)} \Phi_{t, t-1}^T + \Sigma_w(t) \quad (13)$$

将  $X^k$  写成  $X(t)$ ,  $\Sigma_{X^k}$  写成  $\Sigma_{X(t)}$ , 则自适应融合解为:

$$X_t = (\alpha P_{X(t)} + P_{X(t)})^{-1} (\alpha P_{X(t)} X(t) + P_{X(t)} X(t)) \quad (14)$$

$$\Sigma_{X_t} = (\alpha P_{X(t)} + P_{X(t)})^{-1} \quad (15)$$

式中,

$$P_{X(t)} = \Sigma_{X(t)}^{-1} P_{X(t)} = \Sigma_{X(t)}^{-1} \quad (16)$$

$\alpha$  为自适应因子<sup>[8, 9, 11, 16]</sup>。

## 3 解算步骤

基于多传感器观测信息的抗差估计及动态自适应融合导航解算框图见图 1。

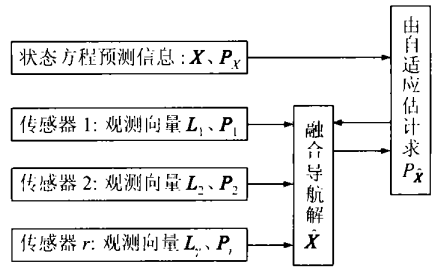


图 1 基于观测信息抗差估计和状态预测信息的自适应融合导航

Fig. 1 Adaptively Integrated Navigation Outputs Based on Robust Estimation of the Observations and Kinematic Model Information

上述基于多传感器观测信息抗差解的融合方法计算相对简单, 理论严密, 且能控制观测异常对导航解的影响。基于观测信息的抗差融合可保证各局部融合导航解之间不相关。如果状态先验权矩阵和各传感器观测向量的先验权矩阵稳定可靠, 则基于式(10)的融合解简单直观; 若动力模型提供的先验信息不可靠, 则可通过自适应因子重新调整模型预报信息的权矩阵, 从而控制动力模型预报信息的误差影响。

## 4 计算与比较

假设载体在  $X$ 、 $Y$  和  $Z$  三个方向的运动模型为:

$$\left. \begin{aligned} X &= 12t + \frac{1}{2}a_X t^2 \\ Y &= 15t + \frac{1}{2}a_Y t^2 \\ Z &= 13t + \frac{1}{2}a_Z t^2 \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

式中,  $t$  表示时间;  $X$ 、 $Y$  和  $Z$  表示相应轴向的位置; 下标  $X$ 、 $Y$  和  $Z$  表示轴向, 加速度扰动分别满足  $a_X \sim N(0, 0.1)$ ,  $a_Y \sim N(0, 0.2)$  和  $a_Z \sim N(0, 0.15)$ 。三个观测系统同时对  $X$  方向、 $Y$  方向和  $Z$  方向上的位置进行连续观测, 其采样间隔为 1。且每个观测系统各分量在每个历元模拟 12 个观测值。观测量在  $X$  方向、 $Y$  方向和  $Z$  方向上的取值分别如下。

传感器 1:

$$X_{1i} = X + e_{X_{1i}}, Y_{1i} = Y + e_{Y_{1i}}, Z_{1i} = Z + e_{Z_{1i}}$$

传感器 2:

$$X_{2i} = X + e_{X_{2i}}, Y_{2i} = Y + e_{Y_{2i}}, Z_{2i} = Z + e_{Z_{2i}}$$

传感器 3:

$$X_{3i} = X + e_{X_{3i}}, Y_{3i} = Y + e_{Y_{3i}}, Z_{3i} = Z + e_{Z_{3i}}$$

式中,  $e$  表示观测噪声; 下标  $i$  表示某个传感器序号。各式中的噪声项  $e$  满足均值为零, 方差取值分别如下:

$$\Sigma_1 = \text{diag}[5, 10, 8]$$

$$\Sigma_2 = \text{diag}[10, 5, 6]$$

$$\Sigma_3 = \text{diag}[12, 8, 9]$$

基于以上运动模型和位置观测模型, 连续生成 2 000 历元的观测值, 其中在 500 ~ 600 历元和 1 500 ~ 1 600 历元之间载体变速运动。系统噪声矩阵取为:

$$\Sigma_w = \begin{bmatrix} \frac{1}{3} Q \Delta t^3 & \frac{1}{2} Q \Delta t^2 \\ \frac{1}{2} Q \Delta t^2 & Q \Delta t \end{bmatrix}$$

式中, 速度谱密度  $Q$  取 0.2。位置和速度初始方差分别取 0.2 和  $9.0 \times 10^{-6}$ 。共进行 3 个方案的解算: ① 联邦滤波融合; ② 基于观测信息抗差解的融合; ③ 顾及动力学模型的自适应融合。

由于  $X$ 、 $Y$  和  $Z$  轴方向误差图类同, 在此只列出  $X$  轴方向误差图(图 2 ~ 图 4), 表 1 为各种融合误差的比较。

表 1 各种融合解中误差比较

Tab. 1 Standard Error Comparison

中误差	联邦滤波	抗差解融合	顾及状态方 程融合
$\sigma_X$	54.551 1	0.526 2	0.310 3
$\sigma_Y$	104.637 3	0.516 6	0.337 6
$\sigma_Z$	53.475 7	0.518 6	0.304 7

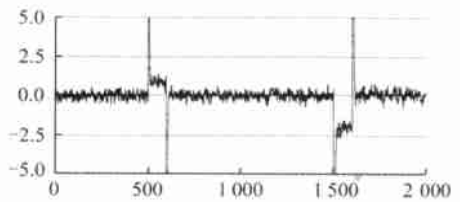


图 2 联邦滤波融合导航解误差

Fig. 2 Errors of Federated Filter Outputs

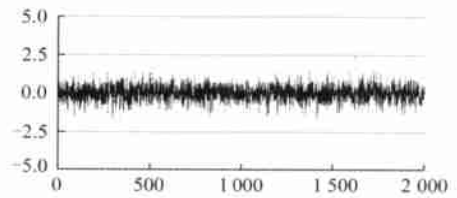


图 3 基于观测信息抗差解的融合导航解误差

Fig. 3 Errors of Integrated Navigation Outputs Based on Robust Estimation of the Observations

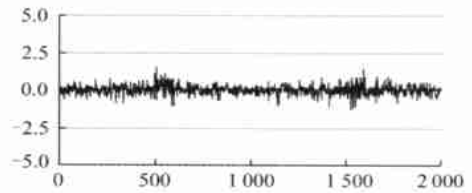


图 4 基于抗差解和动力模型信息的自适应融合导航解误差

Fig. 4 Errors of Adaptively Integrated Navigation Outputs Based on Robust Estimators and Kinematic Model Information

分析上述计算结果, 可以得出以下结论。

1) 当载体观测异常或状态异常扰动时, 联邦滤波融合解的容错性极差, 因此对于高精度导航, 不宜采用联邦融合算法。

2) 基于观测信息抗差解的融合导航解, 对载体在 500 ~ 600 历元和 1 500 ~ 1 600 历元之间的观测信息异常扰动具有较强的抑制作用, 精度提高明显。

3) 顾及动力学模型的自适应融合解, 通过自适应因子合理利用了动力学预报信息, 进一步提高了融合导航解的精度。

### 参 考 文 献

1 Carlson N A. Federated Filter for Fault-Tolerant Integrated Navigation System. Position Location and Navigation Symposium, DLANS, Orlando, 1988

- 2 Carlson N A. Federated Filter for Computer-Efficient, Near-Optimal GPS Integration. Proceedings of IEEE DLANS' 96 1996
- 3 Carlson N A, Berarducci M P. Federated Kalman Filter Simulation Results. Journal of Institute of Navigation, 1994, 41(3): 297~321
- 4 Kerr T. Decentralized Filtering and Redundancy Management for Multisensor Navigation. IEEE Trans. on Aerospace and Electronic Systems 1987, 23(1): 83~119
- 5 Koch K R, Yang Y. Robust Kalman Filter for Rank Deficient Observation Models. Journal of Geodesy, 1998, 72(7): 436~441
- 6 Yang Y. Robust Bayesian Estimation. Bulletin Geodesique, 1991, 65(3): 145~150
- 7 Yang Y. Estimators of Covariance Matrix at Robust Estimation Based on Influence Functions. ZfV, 1997, 122(4): 166~174
- 8 Yang Y, He H, Xu G. Adaptively Robust Filtering for Kinematic Geodetic Positioning. Journal of Geodesy, 2001, 75(2/3): 109~116
- 9 Yang Y, Xu T, He H. On Adaptively Kinematic Filtering. Acta Geodetica et Cartographica Sinica, 2001; 25~32
- 10 Yang Y, Xu T. An Adaptive Kalman Filter Based on Sage Windowing Weights and Variance Components. Journal of Navigation, 2003, 56(2): 231~240
- 11 Yang Y, Cui X, Gao W. Adaptive Integrated Navigation for Multi-sensor Adjustment Outputs. The Journal of Navigation, 2004, 57(1): 1~9
- 12 杨元喜. 抗差估计理论及其应用. 北京: 八一出版社, 1993
- 13 杨元喜. 动态系统的抗差 Kalman 滤波. 郑州测绘学院学报, 1997, 14(2): 79~84
- 14 杨元喜. 多种抗差滤波模型的理论基础及比较. 见: 陈俊勇. 大地测量论文专集. 北京: 测绘出版社, 1999
- 15 杨元喜. 多源传感器动、静态滤波融合导航. 武汉大学学报·信息科学版, 2003, 28(4): 386~388
- 16 杨元喜, 高为广. 基于方差分量估计的自适应融合导航. 测绘学报, 2004, 33(1): 22~26

第一作者简介: 杨元喜, 研究员, 博士, 博士生导师。现从事动态大地测量和大地测量数据处理研究, 共发表学术论文 140 余篇。  
E-mail: yuanxi@pub.xaonline.com

## Integrated Navigation Based on Robust Estimation Outputs of Multi-sensor Measurements and Adaptive Weights of Dynamic Model Information

YANG Yuanxi<sup>1</sup> GAO Weiguang<sup>2</sup>

(1 Xi'an Research Institute of Surveying and Mapping, 1 Middle Yanta Road, Xi'an 710054, China)

(2 Institute of Surveying and Mapping, Information Engineering University, 66 Middle Longhai Road, Zhengzhou 450052, China)

**Abstract:** In order to control the influences of outlying measurements and the kinematic model errors on the integrated navigation results, a robust estimation method and an adaptive data fusion method are applied. The new integrated navigation procedure is different from the federated Kalman filtering in four aspects. A three-segment robust weight function is introduced to construct the equivalent weight matrices for all local sensor measurement vectors, and an existing adaptive factor is directly applied to balance the contribution of kinematic model information and the preliminary integrated navigation result from the robust local sensor outputs. The calculation structure is given. An integrated navigation example using simulated data is illustrated in which three calculation schemes are performed.

**Key words:** integrated navigation; multi-sensor; robust estimation; adaptive data fusion

**About the first author:** YANG Yuanxi, researcher, Ph. D. Ph. D supervisor. His research direction is kinematic geodesy and geodetic data processing. More than 140 papers have been published.

E-mail: yuanxi@pub.xaonline.com

(责任编辑: 涓涓)