

# 一种用于 GPS 整周模糊度 OTF 求解的 整数白化滤波改进算法

任 超<sup>1,2</sup> 欧吉坤<sup>1</sup> 袁运斌<sup>1</sup>

(1 中国科学院测量与地球物理研究所, 武汉市徐东路 174 号, 430077)

(2 桂林工学院, 桂林市建干路, 541004)

**摘 要:** 提出一种用于整周模糊度 OTF 求解的整数白化滤波改进算法。该算法首先对整周模糊度的协方差矩阵进行整数白化滤波处理, 以降低整周模糊度间的相关性, 然后构造搜索空间来判定是否需要进行搜索。如果需要, 则通过搜索来确定变换后的整周模糊度; 如果不需要, 则通过直接取整来确定整周模糊度, 进而得到原始的整周模糊度和基线分量的固定解。初步试验结果显示, 采用改进方法解算整周模糊度可以提高成功率和解算效率。

**关键词:** GPS 载波相位; 整周模糊度; OTF 算法; 整数白化滤波; 搜索; 取整

**中图分类号:** P228.42

整周模糊度的 OTF 求解多年来一直是 GPS 研究的热点问题, 许多学者提出了多种模糊度 OTF 算法<sup>[1~8]</sup>。在这些算法中, 白化滤波方法只需对模糊度协方差矩阵进行数次变换就可满足模糊度解算的要求, 且对模糊度浮动解不进行搜索而直接取整, 加快了模糊度的确定速度, 但是直接取整可能会导致本历元所得的模糊度不正确, 有时得到的是局部最优解, 整周模糊度解算的可靠性和成功率受到影响<sup>[7]</sup>。LAMBDA 利用高斯整数变换( $Z$  变换)对整周模糊度进行降相关处理, 缩小了模糊度的搜索空间, 能够快速确定整周模糊度。但是  $Z$  变换也存在变换次数多、模型相对复杂等问题, 且模糊度的确定都要求搜索, 运算效率受到影响。针对上述情况, 本文综合 LAMBDA 方法和经典白化滤波方法的优点, 对变换后的模糊度进行分析, 提出了一种整数白化滤波搜索方法, 并用两个算例对算法的有效性进行了分析和证明。

## 1 改进的 GPS 整数白化滤波方法

### 1.1 常规白化滤波方法

由于观测时间短, 动态定位的法方程的病态

性较强, 解得的模糊度浮动解精度差, 协方差矩阵病态性也较强。在这种情况下解算整周模糊度, 需对模糊度的浮动解和模糊度的协方差矩阵进行空间变换, 以降低模糊度间的相关性。

当模糊度的浮动解  $N$  和协方差矩阵  $\Sigma_N$  利用最小二乘求出后, 对  $\Sigma_N$  作如下变换:

$$\begin{aligned}\Sigma_N &= \mathbf{U}\mathbf{D}\mathbf{U}^T, & \mathbf{U}_1 &= \text{round}(\mathbf{U}) \\ \Sigma_U &= \mathbf{U}_1^{-1}\Sigma_N\mathbf{U}_1^{-T}, & \Sigma_U &= \mathbf{L}^T\mathbf{D}_U\mathbf{L} \\ \mathbf{L}_1 &= \text{round}(\mathbf{L}), & \mathbf{T}_Z &= \mathbf{L}_1^{-1}\mathbf{U}_1^{-1}\end{aligned}\quad (1)$$

式中,  $\mathbf{U}$  是上三角矩阵;  $\mathbf{D}$ 、 $\mathbf{D}_U$  是对角阵;  $\text{round}(\cdot)$  表示取整;  $\mathbf{L}$  为下三角阵;  $\mathbf{T}_Z$  为变换矩阵。如果待定模糊度间相关性比较强, 通常需对以上步骤进行迭代, 直到  $\mathbf{L}_1$  为单位阵。设共进行了  $k$  步迭代, 则最终可得到变换矩阵  $\mathbf{T}_Z$ 。对整周模糊度的协方差矩阵和浮动解进行变换, 变换后模糊度协方差矩阵和浮动解为:

$$\begin{aligned}\Sigma_Z &= \mathbf{T}_Z\Sigma_N\mathbf{T}_Z^T \\ \mathbf{Z} &= \mathbf{T}_Z\mathbf{N}\end{aligned}\quad (2)$$

上述整个变换过程是保积的。变换完成以后, 白化滤波方法对变换后的整周模糊度浮动解直接取整作为待定模糊度向量。如果此待定模糊度向量满足如下条件且在连续的几个历元内不发生变化:

$$\Omega_{\min} < \sigma_0^2 \chi^2(\alpha, df) \tag{3}$$

式中,  $\Omega_{\min}$  为残差最小二范;  $\alpha$  为给定的显著水平;  $\sigma_0^2$  为参数浮动解的单位权方差;  $df$  为  $\chi^2$  分布的自由度。此时, 便将归整后的模糊度浮动解当作转换后的模糊度的固定解, 否则, 本历元模糊度不可固定, 转入下一个历元。再将此固定值代入式(4), 求出原始模糊度的固定解:

$$N = T_Z^{-1}Z \tag{4}$$

式中,  $Z$  表示转换后模糊度的固定解;  $N$  表示原始模糊度的固定解。

1.2 改进的整数白化滤波算法

上述整数白化滤波不经搜索而对变换后的模糊度浮动解取整, 虽然加快了整周模糊度的确定速度, 但是要进行假设检验的判定, 特别是检验不能通过时, 则该历元的整周模糊度不能确定, 而且即使检验通过, 也往往需要一段时间的验证。虽然文献[7]中也提出采用搜索方法, 但何时采用、如何采用搜索方法并未给出一个明确的说明, 这些缺陷严重影响了它的解算效率。为此, 本文提出了一种改进的整数白化滤波算法。

变换后的整周模糊度浮动解  $Z$  和协方差阵  $\Sigma_Z$  确定以后, 模糊度的固定解要满足条件:

$$(Z - Z)^T \Sigma_Z^{-1} (Z - Z) \leq \chi^2 \tag{5}$$

式中,  $Z$  表示变换后整周模糊度解的正确值;  $\chi^2$  是一个常数<sup>[9]</sup>, 代表模糊度搜索空间的大小。

对  $\Sigma_Z^{-1}$  作如下分解:

$$\Sigma_Z^{-1} = L^T D_Z L_Z \tag{6}$$

则有:

$$\sum_{i=1}^n d_{zi} \left[ (Z_i - Z_i) + \sum_{j=i+1}^n l_{z,ji} (Z_j - Z_j) \right]^2 \leq \chi^2 \tag{7}$$

令

$$t_{zi} = \left[ (Z_i - Z_i) + \sum_{j=i+1}^n l_{z,ji} (Z_j - Z_j) \right]^2$$
$$Z'_i = Z_i - \sum_{j=i+1}^n l_{z,ji} (Z_j - Z_j)$$

因  $d_{zi} > 0$ , 且已知  $t_{zi} \geq 0$ , 要使式(7)最小, 只需  $Z_i = \text{round}(Z'_i)$ 。令  $Z_n = \text{round}(Z_n)$ , 则  $Z'_i$  可根据定义推出 ( $i = 1, 2, \dots, n-1$ )。

取  $\hat{q} = \text{round}(Z_i) - \text{round}(Z'_i)$ , 则当  $\hat{q}$  全为零时, 说明模糊度间的相关性已得到较好的消除, 不需进行模糊度搜索, 可通过归整直接获得整周模糊度的最优解, 也是整体最优解。对归整后的模糊度用式(4)进行判定, 如果满足条件, 则解为正确值; 否则, 模糊度不固定, 转入下一个历元。

如果  $\hat{q}$  不全为零, 则说明模糊度间的相关性

没有完全消除, 依然对模糊度的确定有一定影响, 需要对模糊度进行搜索, 本文采用 LAMBDA 中的条件搜索方法<sup>[9]</sup>。对搜索出的整周模糊度向量进行 ratio 值检验 (阈值取 2),  $R = (Z - Z)^T \Sigma_Z^{-1} (Z - Z)$ ,  $R_s$  和  $R_m$  分别表示最小和次小的  $R$ 。如果  $R_s / R_m \geq 2$ , 则接受范数最小的整周模糊度组为正确的整周模糊度解; 否则, 模糊度不固定。

变换后的模糊度固定之后, 通过反变换及回代求出原始的整周模糊度和基线分量的固定解。

2 算例和结果分析

本文利用两个算例验证整数白化滤波搜索法在解算整周模糊度中的作用。算例中均用 JAVAD LEGACY 双频接收机进行数据采集。模糊度解算采用后处理方式。

算例 1 单频静态 5km 基线

在一条长度为 5 050.707 5m 基线上进行试验观测, 采样间隔为 1s, 截止高度角取  $10^\circ$ , 共观测了 458 个历元。为了验证整周模糊度能否快速解算, 仅取 30 个历元的  $L_1$  载波相位进行处理, 组成双差的 5 个卫星对为 31-27、27-2、2-3、3-13、13-1。解算中, 以 12 个历元为一组, 对 1-12、2-13、...、19-30 历元组逐次进行整周模糊度的解算, 解算的基线长度与真值之差以及 LAMBDA 方法与新方法解算整周模糊度所需时间的比较如图 1 所示。为了进一步验证解算效果, 利用独立软件对 458 个历元的数据进行了处理。表 1 比较了新方法独立软件处理的基线分量结果, 其中新方法解算的坐标改正量为历元序列的平均结果。

由表 1 可见, 新方法在较短时间内能够有效地确定初始整周模糊度, 定位结果与长时间的定位结果差在 2cm 之内, 可以满足许多类型的快速定位的要求。从图 1 可以看出, 整周模糊度确定之后, 上述在较短时间内解算出来的基线值和真值最大差约为 2cm, 解算结果比较理想。尽管用 LAMBDA 方法也得到同样的解算结果, 但从图 1(b)来看, 新方法固定整周模糊度所需时间少于 LAMBDA 方法。

算例 2 双频动态情况

流动站接收机被安置在一个沿固定轨道运行的小车上, 小车先静止 1min 左右, 然后开始沿直线轨道往复运动。小车运动速度大约为 1m/s, 观测基线长度小于 100m。试验中, 观测卫星一直为相同的 6 颗星, 采样间隔为 1s, 截止高度角取  $10^\circ$ 。本文取其中 200 个历元的双频相位和  $P$  码

表 1 新方法处理结果与长时间数据处理结果比较/m

Tab. 1 Comparisons of the Resolved Results by the New Method and Extern Software/m

	<i>X</i> 分量改正	<i>Y</i> 分量改正	<i>Z</i> 分量改正	基线长度
新方法	0.074 2	0.360 9	0.084 1	5 050.688 4
独立软件	0.078 7	0.367 3	0.109 0	5 050.707 5

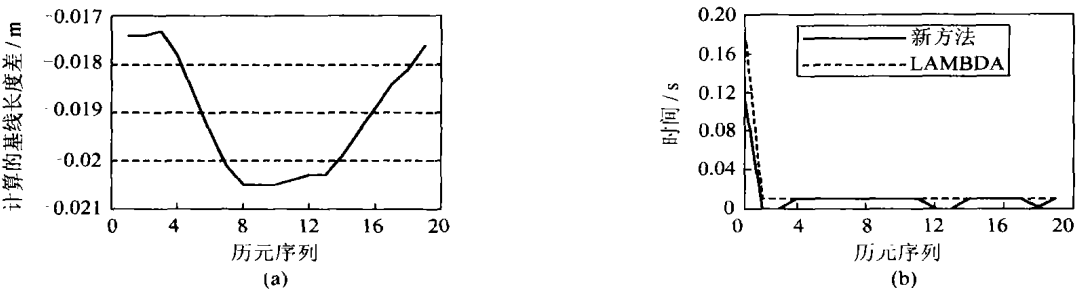


图 1 由改进方法解算的基线长度及两种方法解算整周模糊度所需时间的比较

Fig. 1 Solved Distance by New Method and Comparisons of Time of the Ambiguity Resolution Between the Two Methods

观测值进行处理和结果分析,其中三个历元的数据存在有信号失锁的情况。采用改进算法以单历元方式求解整周模糊度。图 2 显示了基线分量固定解在当地直角坐标系(NEU)下的示意图。

图 2(a)为解算的坐标结果在局部直角坐标系下北方向(*N*)和东方向(*E*)的平面图,可以看出,计算的流动站运行轨迹呈一直线状态,符合流动站实际运行情况;图 2(b)显示了垂直方向(*U*)随历元的变化结果由于小车的运动而呈现周期性,这表明了解算结果的正确性,与独立软件解算结果的比较也证明了这一点。

以 OTF 方式解算模糊度,不但要求正确,而且要求快速。表 2 比较了白化方法、整周模糊度白化搜索方法和 LAMBDA 方法解算整周模糊度的成功率和所需时间。从表 2 中可以看出,新方法解算的模糊度成功率和 LAMBDA 方法相当,明显优于经典白化滤波方法。经典白化滤波由于对模糊度直接归整,解算速度最快,但是成功率受

限制。改进算法由于将直接取整和搜索相结合来解算整周模糊度,速度要比 LAMBDA 方法快。

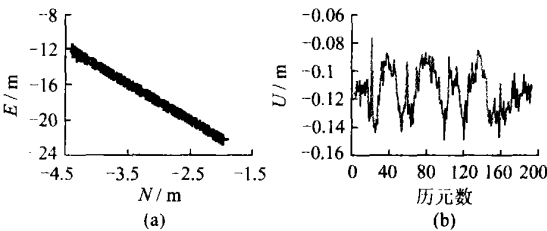


图 2 局部直角坐标系下的动态单历元定位结果

Fig. 2 Results of Single Epoch Data Adjustment in Local Geodetic System

需要指出的是,由于目前解算整周模糊度的方法很多,本文无法一一比较,但是通过理论分析和试验结果及与 LAMBDA 方法和经典白化滤波两种常用方法的比较,改进算法的特点和改进效果还是应该肯定的。

表 2 模糊度解成功率的比较

Tab. 2 Comparisons of Ambiguities Resolution Success Rate

采用方法	成功历元数	总历元数	成功率/ %	平均解算时间/ ms
经典白化滤波法	152	200	76.0	26.8
改进白化滤波法	152(取整) 45(搜索)	200	98.5	30.9
LAMBDA 法	197	200	98.5	33.5

3 结 语

本文在吸收 LAMBDA 方法和经典白化滤波法优点的基础上,对其不足进行了改正,提出了整

周模糊度的整数白化滤波改进算法。理论分析及试验结果表明,改进算法进一步降低了整周模糊度间的相关性,提高了整周模糊度的确定速度,既可用于单、双频接收机的动态和静态的整周模糊度解算,也适用于多历元和单历元的整周模糊

度解算, 为 GPS 短基线快速定位和动态定位工作提供了一种新的途径。本文的研究结果还是初步的, 还需进行更多的试验工作。另外, 本文中所做的数据均是较短基线的, 在中长基线情况下的使用性还需要进一步探讨和研究。

### 参 考 文 献

- 1 Frei, Beutler E G. Rapid Static Positioning Based on the Fast Ambiguity Function Algorithm. *Journal of Geodesy*, 1990, 15(4): 325 ~ 356
- 2 Chen D, Lachapelle G. A Comparison of the FASF and Least-Square Search Algorithm for on the Fly Ambiguity Resolution. *Navigation: Journal of Institute of Navigation*, 1995, 42(2): 371 ~ 390
- 3 Teunissen P J G. The Least-Squares Ambiguity Decorrelation Adjustment: a Method for Fast GPS Integer Ambiguity Estimation. *Journal of Geodesy*, 1995, 70(1/2), 65 ~ 82
- 4 Euler H J, Landau H. Fast GPS Ambiguity Resolution on the Fly for Real-Time Application. *The 6th International Geodetic Symposium on Satellite Positioning*, Columbus, Ohio, 1992
- 5 Martin-Neira, Toledo M, Pelaez A. The Null Space Method for GPS Integer Ambiguity Resolution. DSN- S' 95, Bergen, Norway, 1995
- 6 Abidin H Z. On the Construction of the Ambiguity Searching Space for on the Fly Ambiguity Resolution. *Navigation: Journal of Institute of Navigation*, 1993, 40(3): 321 ~ 338
- 7 Mohamed A H, Schwarz K P. A Simple and Economical Algorithm for GPS Ambiguity Resolution on the Fly Using a Whitening Filter. *Navigation: Journal of Institute of Navigation*, 1998, 45(3): 221 ~ 231
- 8 Kim D, Langley R B. An Optimized Least-Squares Technique for Improving Ambiguity Resolution Performance and Computational Efficiency. *The 12th International Technical Meeting of the Satellite Division of the Institute of Navigation*, Nashville, Tennessee, 1999
- 9 de Jonge P, Tiberius C. The LAMBDA Method for Integer Ambiguity Estimation: Implementation Aspects. LGR-Series, Publications of the Delft Geodetic Computing Centre, Denmark, 1996
- 10 沈云中. 综合不同时期的 GPS 数据求解转换参数的方法. *武汉大学学报·信息科学版*, 2003, 28(6): 728 ~ 731

第一作者简介: 任超, 博士生。从事 GPS 快速定位理论及应用等方面的研究。

E-mail: achao@asch.whigg.ac.cn

## A New Method for GPS Ambiguity Resolution on-the-Fly Using Integer Whitening Filter Search

REN Chao<sup>1,2</sup> OU Jikun<sup>1</sup> YUAN Yunbin<sup>1</sup>

(1 Institute of Geodesy and Geophysics, Chinese Academy of Sciences, 174 Xudong Road, Wuhan 430077, China)

(2 Guilin Institute of Technology, Jiangnan Road, Guilin 541004, China)

**Abstract:** An improved integer whitening filter search method for GPS ambiguity resolution on-the-fly is proposed. In the new method, the integer whitening filter is used to decorrelate the ambiguities. Then according to the decorrelated ambiguity covariance matrix and the transformed ambiguities float estimates, whether a search procedure is needed or not is judged. If yes, a conditional search is used to get the best ambiguity set; otherwise the transformed ambiguities can be fixxed just by rounding the float. The new method is simple and economical for GPS ambiguity resolution on-the-fly. It can be used to resolve ambiguity in only one epoch, too. Two numerical experiments are given to show the validity and availability of the new method.

**Key words:** GPS carrier phase; ambiguity; OTF; whitening filter; search; rounding

About the first author: REN Chao, Ph.D candidate majors in GPS precise kinematic positioning.

E-mail: achao@asch.whigg.ac.cn

(责任编辑: 涓涓)