

平滑方法用于 INS 数据的预处理

郭 杭 王建国

(武汉测绘科技大学地学测量工程学院,武汉市珞喻路 129 号, 430079)

摘 要 在 TUV 滤波器的基础上,推导了用于惯性导航系统 (INS) 方位角数据预处理的平滑公式. 采用不同的窗口长度对实际数据进行计算和比较,得到了处理精度为 0.01° 的结果.
关键词 平滑方法; TUV 滤波器; INS
分类号 P227.2; P207

目前,一些国家像美国、加拿大和德国已研制了一个所谓的动态测量系统. 该系统安装在车辆上,用于收集道路及其沿线的地形数据. 它包括 GPS、INS、CCD 数字摄像机及高度计等数据收集设备,其中,INS 提供车辆运动轨迹的短期稳定观测数据. 本文采用平滑方法 (线性无偏、最小方差估计) 预处理 INS 方位角数据,消除噪声和提高数据质量. 文中首先设计一个 TUV 滤波器. 然后,根据状态变量 (包括方位角、角速度和角加速度) 的线性设计多项式平滑公式. 再由无偏性和最小方差条件推出多项式系数并估计状态变量的方差.

1 TUV 滤波器 [2]

对于处理单个方位角观测数据,可采用 TUV 滤波器,其状态方程为:

$$\begin{cases} h(k+1) = h(k) + \dot{h}(k)(t_{k+1} - t_k) + \\ \quad (1/2)\ddot{h}(k)(t_{k+1} - t_k)^2 + \\ \quad (1/6)\dddot{h}(k)(t_{k+1} - t_k)^3 \\ \dot{h}(k+1) = \dot{h}(k) + \ddot{h}(k)(t_{k+1} - t_k) + \\ \quad (1/2)\ddot{h}(k)(t_{k+1} - t_k)^2 \\ \ddot{h}(k+1) = \ddot{h}(k) + \dddot{h}(k)(t_{k+1} - t_k) \end{cases} \quad (1)$$

式中, $h(k+1)$ 为方位角; $\dot{h}(k+1)$ 为角速度; $\ddot{h}(k+1)$ 为角加速度; $\dddot{h}(k+1)$ 为模型误差项; t_{k+1} 为时间点.

观测方程为:
$$z(k+1) = h(k+1) + \Delta(k+1) \quad (2)$$

式中, $z(k+1)$ 为角度观测值,均值为零,方差为 σ_z^2 ; $\Delta(k+1)$ 为观测误差.

所谓多项式平滑问题,是指用一定的窗口长

度内的观测值求得某一时刻 (或中心时刻) 的状态,即 $\hat{h}(k)$, $\hat{\dot{h}}(k)$ 和 $\hat{\ddot{h}}(k)$. 下面将推导线性无偏、最小方差的多项式平滑公式.

2 线性无偏、最小方差估计

2.1 状态变量的线性估计

在给定的窗口 $(-N_1, -N_1+1, \dots, -1, 0, 1, \dots, N_2-1, N_2)$ 内,设状态变量的线性估值为:

$$\begin{cases} \hat{h}(k) = \sum_{i=-N_1}^{N_2} a_i(k)z(k+i) \\ \hat{\dot{h}}(k) = \sum_{i=-N_1}^{N_2} b_i(k)z(k+i) \\ \hat{\ddot{h}}(k) = \sum_{i=-N_1}^{N_2} c_i(k)z(k+i) \end{cases} \quad (3)$$

式中, $a_i(k)$, $b_i(k)$ 和 $c_i(k)$ ($i = -N_1, -N_1+1, \dots, -1, 0, 1, \dots, N_2-1, N_2$) 是待估的系数;平滑窗口的长度 $K = N_1 + N_2 + 1$.

2.2 无偏性

根据无偏条件:
$$\begin{cases} E\{\hat{h}(k)\} = \sum a_i(k)E\{z(k+i)\} = h(k) \\ E\{\hat{\dot{h}}(k)\} = \sum b_i(k)E\{z(k+i)\} = \dot{h}(k) \\ E\{\hat{\ddot{h}}(k)\} = \sum c_i(k)E\{z(k+i)\} = \ddot{h}(k) \end{cases} \quad (4)$$

将状态方程组 (1) 中的第一式和观测方程式 (2) 代入方程组 (4),即可得到关于 $a_i(k)$, $b_i(k)$ 和 $c_i(k)$ 的 3 组条件式.

对 $a_i(k)$, 有:

$$\left\{\begin{aligned}\sum_{i=-N_1}^{N_2} a_i(k) &= 1 \\ \sum_{i=-N_1}^{N_2} a_i(k)(t_{k+i} - t_k) &= 0 \\ \frac{1}{2}\sum_{i=-N_1}^{N_2} a_i(k)(t_{k+i} - t_k)^2 &= 0\end{aligned}\right. \quad (5)$$

对 $b_i(k)$,有:

$$\left\{\begin{aligned}\sum_{i=-N_1}^{N_2} b_i(k) &= 0 \\ \sum_{i=-N_1}^{N_2} b_i(k)(t_{k+i} - t_k) &= 1 \\ \frac{1}{2}\sum_{i=-N_1}^{N_2} b_i(k)(t_{k+i} - t_k)^2 &= 0\end{aligned}\right. \quad (6)$$

对 $a(k)$,有:

$$\left\{\begin{aligned}\sum_{i=-N_1}^{N_2} a(k) &= 0 \\ \sum_{i=-N_1}^{N_2} a(k)(t_{k+i} - t_k) &= 0 \\ \frac{1}{2}\sum_{i=-N_1}^{N_2} a(k)(t_{k+i} - t_k)^2 &= 1\end{aligned}\right. \quad (7)$$

2.3 最小方差

对方程组 (3)计算其方差并令等于最小,即得一组最小方差条件:

$$\left\{\begin{aligned}\hat{c}_{h(k)} &= \sum_{i=-N_1}^{N_2} a_i^2(k) \varrho_z^2(k+i) = \min \\ \hat{c}_{h(k)} &= \sum_{i=-N_1}^{N_2} b_i^2(k) \varrho_z^2(k+i) = \min \\ \hat{c}_{h(k)} &= \sum_{i=-N_1}^{N_2} a_i^2(k) \varrho_z^2(k+i) = \min\end{aligned}\right. \quad (8)$$

3 多项式平滑公式推导

对于状态变量 $\hat{h}(k)$, $\dot{\hat{h}}(k)$ 和 $\ddot{\hat{h}}(k)$,利用前面提到的线性无偏、最小方差条件,先构建各变量的目标函数,再求其系数和变量值。

1) 系数 $a_i(k)$ ($i = -N_1, -N_1+1, \dots, -1, 0, 1, \dots, N_2-1, N_2$)

目标函数为:

$$\begin{aligned}F\{a|z\} &= \frac{1}{2}\sum_{i=-N_1}^{N_2} a_i^2(k) \varrho_z^2(k+i) - \\ &\lambda_1(k) - 1\} - \lambda_2(k) \sum a_i(k)(t_{k+i} - t_k)/2\} - \\ &\lambda_3(k) \sum a_i(k)(t_{k+i} - t_k)^2\} = \min\end{aligned} \quad (9)$$

对 $a_i(k)$ 求导数,并令其结果等于零,即得到系数值:

$$a(k) = \{\lambda_1(k) + \lambda_2(k)(t_{k+i} - t_k) + \lambda_3(k)(t_{k+i} -$$

$$\begin{aligned}&t_k)^2/2\} / \varrho_z^2(k+i), \\ &i = -N_1, -N_1+1, \dots, -1, 0, 1, \\ &\dots, N_2-1, N_2\end{aligned} \quad (10)$$

将式 (10) 代入方程组 (5),得到有关拉格朗日乘子 $\lambda_1(k)$, $\lambda_2(k)$ 和 $\lambda_3(k)$ 的矩阵方程:

$$\begin{bmatrix}\sum_{i=-N_1}^{N_2} \frac{1}{\varrho_z^2(k+i)} & \sum \frac{t_{k+i} - t_k}{\varrho_z^2(k+i)} & \sum \frac{(t_{k+i} - t_k)^2}{2\varrho_z^2(k+i)} \\ \sum \frac{(t_{k+i} - t_k)^2}{\varrho_z^2(k+i)} & \sum \frac{(t_{k+i} - t_k)^3}{2\varrho_z^2(k+i)} & \sum \frac{(t_{k+i} - t_k)^4}{4\varrho_z^2(k+i)} \\ \text{对称} & & \end{bmatrix} \begin{bmatrix}\lambda_1(k) & \lambda_2(k) & \lambda_3(k)\end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix}1 & 0 & 0\end{bmatrix}^T \quad (11)$$

2) 系数 $b_i(k)$ ($i = -N_1, -N_1+1, \dots, -1, 0, 1, \dots, N_2-1, N_2$)

目标函数为:

$$\begin{aligned}F\{b|z\} &= \frac{1}{2}\sum_{i=-N_1}^{N_2} b_i^2(k) \varrho_z^2(k+i) - \\ &\sum b_i(k) - \sum b_i(k)(t_{k+i} - t_k) - \\ &\sum b_i(k)(t_{k+i} - t_k)^2/2\} = \min\end{aligned} \quad (12)$$

式中, λ_1 , λ_2 和 λ_3 为拉格朗日乘子。求导后得:

$$\begin{aligned}b_i(k) &= \frac{1}{\varrho_z^2(k+i)} \{\lambda_1(k) + \lambda_2(k)(t_{k+i} - t_k) \\ &+ \lambda_3(k)(t_{k+i} - t_k)^2/2\}, \\ &i = -N_1, -N_1+1, \dots, -1, 0, 1, \\ &\dots, N_2-1, N_2\end{aligned} \quad (13)$$

将式 (13) 代入方程组 (6),得矩阵方程:

$$\begin{bmatrix}\sum_{i=-N_1}^{N_2} \frac{1}{\varrho_z^2(k+i)} & \sum \frac{t_{k+i} - t_k}{\varrho_z^2(k+i)} & \sum \frac{(t_{k+i} - t_k)^2}{2\varrho_z^2(k+i)} \\ \sum \frac{(t_{k+i} - t_k)^2}{\varrho_z^2(k+i)} & \sum \frac{(t_{k+i} - t_k)^3}{2\varrho_z^2(k+i)} & \sum \frac{(t_{k+i} - t_k)^4}{4\varrho_z^2(k+i)} \\ \text{对称} & & \end{bmatrix} \begin{bmatrix}\lambda_1(k) & \lambda_2(k) & \lambda_3(k)\end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix}0 & 1 & 0\end{bmatrix}^T \quad (14)$$

3) 系数 $c_i(k)$ ($i = -N_1, -N_1+1, \dots, -1, 0, 1, \dots, N_2-1, N_2$)

目标函数为:

$$\begin{aligned}F\{c|z\} &= \frac{1}{2}\sum_{i=-N_1}^{N_2} c_i^2(k) \varrho_z^2(k+i) - \\ &\sum c_i(k) - \sum c_i(k)(t_{k+i} - t_k) - \\ &\sum c_i(k)(t_{k+i} - t_k)^2/2 - 1\} = \min\end{aligned} \quad (15)$$

式中, λ_1 , λ_2 和 λ_3 为拉格朗日乘子。对 $c(k)$ 求导后得:

$$\begin{aligned}c(k) &= \frac{1}{\varrho_z^2(k+i)} \{\lambda_1(k) + \lambda_2(k)(t_{k+i} - t_k) + \\ &\lambda_3(k)(t_{k+i} - t_k)^2/2\}, \\ &i = -N_1, -N_1+1, \dots, -1, 0, 1, \\ &\dots, N_2-1, N_2\end{aligned}$$

⋯, N₂ - 1, N₂ (16)

将式 (16) 代入方程组 (7), 得矩阵方程:

$$\begin{bmatrix} \sum_{i=-N_1}^{N_2} \frac{1}{\sigma_z^2(k+i)} & \sum \frac{t_{k+i} - t_k}{\sigma_z^2(k+i)} & \sum \frac{(t_{k+i} - t_k)^2}{2\sigma_z^2(k+i)} \\ & \sum \frac{(t_{k+i} - t_k)^2}{\sigma_z^2(k+i)} & \sum \frac{(t_{k+i} - t_k)^3}{2\sigma_z^2(k+i)} \\ \text{对称} & & \sum \frac{(t_{k+i} - t_k)^4}{4\sigma_z^2(k+i)} \end{bmatrix}$$

$[Z_1(k) \ Z_2(k) \ Z_3(k)]^T = [0 \ 0 \ 1]^T$ (17)

由此, 将式 (11)、式 (14) 和式 (17) 算得的拉格朗日乘子代入式 (10)、式 (13) 和式 (16), 求得各系数后, 最后由式 (3) 得到平滑值。

顾及式 (8)、(11)、(14), 可求得状态变量 $\hat{h}(k)$ 、 $\hat{\dot{h}}(k)$ 和 $\hat{\ddot{h}}(k)$ 的方差-协方差阵:

$$\begin{bmatrix} \hat{\sigma}_{\hat{h}}^2(k) & \hat{\sigma}_{\hat{h}\dot{h}}(k) & \hat{\sigma}_{\hat{h}\ddot{h}}(k) \\ & \hat{\sigma}_{\dot{h}\dot{h}}^2(k) & \hat{\sigma}_{\dot{h}\ddot{h}}(k) \\ \text{对称} & & \hat{\sigma}_{\ddot{h}\ddot{h}}^2(k) \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} \sum_{i=-N_1}^{N_2} \frac{1}{\sigma_z^2(k+i)} & \sum \frac{t_{k+i} - t_k}{\sigma_z^2(k+i)} & \sum \frac{(t_{k+i} - t_k)^2}{2\sigma_z^2(k+i)} \\ & \sum \frac{(t_{k+i} - t_k)^2}{\sigma_z^2(k+i)} & \sum \frac{(t_{k+i} - t_k)^3}{2\sigma_z^2(k+i)} \\ \text{对称} & & \sum \frac{(t_{k+i} - t_k)^4}{4\sigma_z^2(k+i)} \end{bmatrix}^{-1}$$
 (18)

4 计算成果

原始数据采用 INS 测得的方位角 T 和 U, 采样频率为 300 Hz, 在给定的时间段内, 用上述平滑方法事后处理角度, 以期达到排除噪声、提高数据质量的目的。比较 3 个不同的窗口长度 $K=21$ 、31、41, 平滑所得的数据见图 1。从图中可知, 由窗口长度 $K=31$ 平滑所得的结果较为理想, 精度在

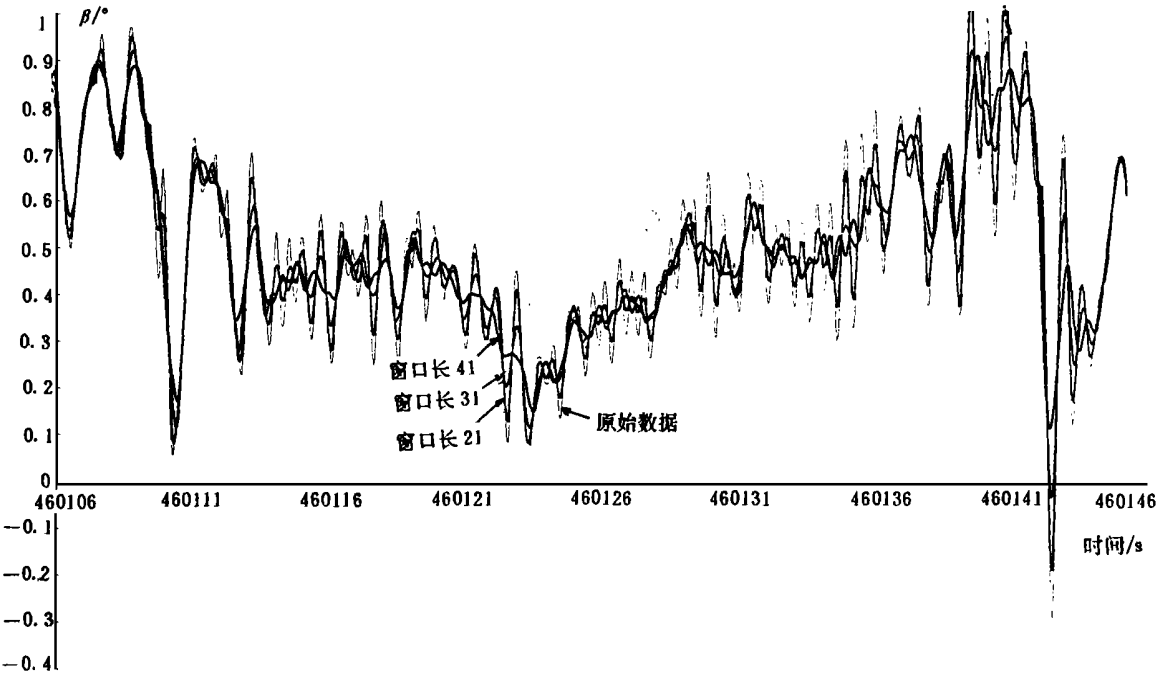


图 1 平滑结果比较

Fig. 1 Smoothing Results Comparison

0.01° 以上, 即平滑后角度方差 $\hat{\sigma}_{\hat{\beta}}^2 \neq 0.01^\circ$ 。

致谢 感谢慕尼黑国防大学大地测量研究所提供数据资料等帮助。

参 考 文 献

1 Caspary W. A Kinematic Survey System for Transportation Infrastructure. In Proc. Intern. FIG Symposium Com. 6 on Engineering Surveying, South Africa: Cape Town, 1995

2 Chui C K, Chen G. Kalman Filtering with Real-time Applications. Springer-Verlag, 1987
3 Wang J G. Die Glättung mit Polynomansatz erster Ordnung für die DLS-Meßdaten mit Verschiedenen Meßbenauigkeiten, Bericht, Project KiSS, Inst. f. Geodäsie, UniBwM, 1997
4 贾沛璋, 朱征桃. 最优估计及其应用. 北京: 科学出版社, 1984

图形界面采用了空间控件技术,将 MapInfo 图形以 OLE 控件对象的形式嵌入 Visual Fox Pro 的表单页中. 通过修改该控件的属性可指定地块图及背景图,调用控件的方法则可实现图形的显示、放大、缩小等基本操作. 地块图以表单中当前的地块号为查询目标,选定当前属性页或点击相应按钮即可自动实现相应地块的查询与显示.

参 考 文 献

1 Que Corporation. Visual C++ 2 使用指南. 李晓维译.

北京: 清华大学出版社, 1995

2 汤 勤. 部件对象模型及其相关技术. 见: 地理信息系统软件工程及相关技术高级研讨会论文集. 武汉: 武汉测绘科技大学出版社, 1997

3 Anderson J. Visual C++ 5 ActiveX 编程指南. 张知一译. 北京: 清华大学出版社, 1998

4 刘 仲, 朱海滨. 基于 OLE/COM 的多媒体作品管理系统. 计算机应用研究, 1998, 15(2): 28

Development and Application of Spatial OLE/ActiveX Controls

Zhan Qingming Huang Zhengdong Wu Jun

(School of Urban Studies, WTU SM, 129 Luoyu Road, Wuhan, China, 430079)

Abstract OLE control technique is one of the key technologies for information system integration, and controls handing spatial data are effective means to expand the utilization of spatial information. In this paper, the concept and structure of OLE/ActiveX control is introduced briefly, followed by discussion of its realization. A spatial control is created based on MapInfo, using MS Visual C++ programming language. The spatial control has been successfully embedded and manipulated in other application software.

Key words spatial data; control; OLE/ActiveX

(上接第 254 页)

Smoothing Method Used for Data Preprocessing of INS Bearings

Guo Hang Wang Jianguo

(School of Geo-science and Surveying Engineering, WTU SM, 129 Luoyu Road, Wuhan, China, 430079)

Abstract This paper involves a kinematic surveying system project which consists of two components, a mobile data acquisition and a post mission data processing. The latter includes GPS receiver, INS (inertial navigation system), CCD camera and barometer, etc. Correspondingly, the method and software for the data processing and image matching are more important than the first part. INS especially provides the short-term stable observation of the bearing. Based on the TUV filter, a linear, unbias and minimum variance smoothing formula has been presented. According to the raw data, the method has been derived to pre-process INS bearing data. After smoothing calculation of different window sizes have been performed and compared, a preprocessing accuracy of 0.01° has been reached.

Key words smoothing method; TUV filter; INS