

# 国家高精度 GPS网整体平差中的粗差分析\*

施 闯 刘经南

(武汉测绘科技大学地学测量工程学院,武汉市珞喻路 129号,430079)

**摘 要** 分析了国家高精度 GPS网中的粗差观测量的特点,提出了采用相关分析的粗差探测理论,对国家高精度 GPS网的各子网和相邻子网进行粗差探测,并采用稳健估计的平差方法,消除粗差对平差结果的影响,大大提高了国家高精度 GPS网的整体平差精度。

**关键词** 国家高精度 GPS网;粗差分析;相关分析;稳健估计

**分类号** P207; P228

国家高精度 GPS网(包括 A、B级网)为覆盖我国大陆及部分沿海岛屿的高精度 GPS控制网,它的建立将为我国现代大地测量、大地形变测量和地球物理参数的测定提供重要的基准数据,是国家一项重要的基础科学工程。然而由于 GPS测量手段受卫星数据质量及外界环境(如多路径效应和电磁干扰等因素)的影响比较敏感,加之野外检核条件较少, GPS网基线观测测量虽然整体精度较高,但是粗差观测测量的比例往往大于常规的大地控制网。特别是 B级网中 1991—1992年测期, GPS卫星数量少,仪器性能较差,作业经验较少,粗差的问题尤其突出。通过外业的基线向量闭合差检验显示出,一些测区的粗差观测测量达到了 4% 以上。在全网整体平差时,这些粗差如果不能很好地消除,将会大大降低国家高精度 GPS网最终成果的精度,甚至导致网的局部扭曲和畸变。因此,检测粗差并削弱粗差的影响,是国家高精度 GPS网整体平差质量控制的关键。

## 1 粗差处理的特点

### 1.1 观测量之间存在较强的相关性

国家高精度 GPS网采用 GAMIT精密解算软件进行同步观测网解算,再化算为其基线向量解及其全协方差阵作为整体平差的观测量。在一个同步网内,不但一条基线的各分量之间存在相关性,而且基线与基线之间也存在这种相关性。这既不同于常规大地网的情况,也不同于 GPS商用软件基线解的情况。如由 3台 GPS接收机组成的同步观测网,见图 1,独立基线向量为  $B_1 = [\Delta X_{21} \quad \Delta Y_{21} \quad \Delta Z_{21}]^T$ ,  $B_2 = [\Delta X_{31} \quad \Delta Y_{31} \quad \Delta Z_{31}]^T$ ,采用 GAMIT软件时,基线解的协方差阵为:

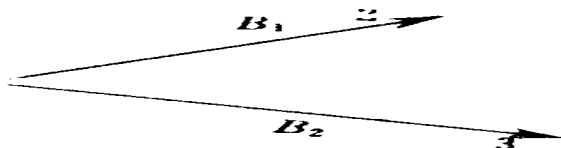


图 1 3台 GPS接收机组成的同步观测网

Fig. 1 A GPS Simultaneous Combination of Three Receivers

$$Q = \begin{bmatrix} Q_{X_2 \Delta X_{21}} & & & & & \\ Q_{X_2 \Delta Y_{21}} & Q_{Y_2 \Delta Y_{21}} & & & & \\ Q_{X_2 \Delta Z_{21}} & Q_{Y_2 \Delta Z_{21}} & Q_{Z_2 \Delta Z_{21}} & & & \\ Q_{X_2 \Delta X_{31}} & Q_{Y_2 \Delta X_{31}} & Q_{Z_2 \Delta X_{31}} & Q_{X_3 \Delta X_{31}} & & \\ Q_{X_2 \Delta Y_{31}} & Q_{Y_2 \Delta Y_{31}} & Q_{Z_2 \Delta Y_{31}} & Q_{X_3 \Delta Y_{31}} & Q_{Y_3 \Delta Y_{31}} & \\ Q_{X_2 \Delta Z_{31}} & Q_{Y_2 \Delta Z_{31}} & Q_{Z_2 \Delta Z_{31}} & Q_{X_3 \Delta Z_{31}} & Q_{Y_3 \Delta Z_{31}} & Q_{Z_3 \Delta Z_{31}} \end{bmatrix}$$

对 称

使用 GPS商用软件解算时,基线解的协方差阵为:

$$Q = \begin{bmatrix} Q_{X_{21} \Delta X_{21}} & & & & \\ Q_{X_{21} \Delta Y_{21}} & Q_{Y_{21} \Delta Y_{21}} & & & \\ Q_{X_{21} \Delta Z_{21}} & Q_{Y_{21} \Delta Z_{21}} & Q_{Z_{21} \Delta Z_{21}} & \text{对} & \\ 0 & 0 & 0 & Q_{X_{31} \Delta X_{31}} & \\ 0 & 0 & 0 & Q_{X_{31} \Delta Y_{31}} & Q_{Y_{31} \Delta Y_{31}} \\ 0 & 0 & 0 & Q_{X_{31} \Delta Z_{31}} & Q_{Y_{31} \Delta Z_{31}} & Q_{Z_{31} \Delta Z_{31}} \end{bmatrix}$$

而常规测量中,观测量的协方差阵多为对角线矩阵。

观测量之间的这种相关性,使得粗差观测对其它观测量的影响作用增大,粗差的隐蔽性也更强。因此国家高精度 GPS网的粗差探测和处理时,不能简单地当作独立观测量处理,必须考虑观测量之间的相关性。

1.2 全网的数据量巨大

国家高精度 GPS网覆盖面积达 900 多万 km<sup>2</sup>,共观测 818个测站点,1 429个同步网,4 935条独立基线向量,实测基线数达 25 000多条,是世界上最大的 GPS网之一。这样大规模的数据量,加之计算机内存容量的限制,使国家高精度 GPS网的粗差分析难度加大。

2 粗差分析原理

粗差分析是指对观测量中可能存在的粗差,通过有效的方法进行检验和探测,并采用适当的处理方法消除粗差对平差结果的影响。

2.1 基于相关分析的粗差探测原则

根据文献 [1]的粗差分析理论,有:

$$F_1X + F_2X + \dots + F_nX = -V \quad (1)$$

其中,Fi为观测量 i 的误差 X对改正数向量 V的影响向量,Fi= [r1i r2i ... rni]<sup>T</sup>,rij为可靠性矩阵 R中的元素

当观测量 i 出现粗差时,表现为 Fi与 V向量具有较强的相关性,对 Fi与 V的相关系数

$$d_{F_i,V} = \frac{\sum_{j=1}^n (F_{ji} - \bar{F}_i)(v_j - \bar{v})}{\sqrt{(\sum_{j=1}^n (F_{ji} - \bar{F}_i)^2)(\sum_{j=1}^n (v_j - \bar{v})^2)}} \quad (2)$$

进行 t(n-2)检验 检验时,取零假设 H0: dFi,V= 0,即 Fi与 V不相关,则有统计量:

$$t = d_{F_i,V} \sqrt{(n-2)/(1-d_{F_i,V}^2)} \quad (3)$$

t是服从 n-2自由度的 t分布。取置信度 T= 0.001,则由式 (3)可得,若

$$d_{F_i,V} > t_{\alpha} / (t_{\alpha}^2 + (n-2))^{1/2} \quad (4)$$

成立,则拒绝零假设,认为 Fi与 V相关性显著,该

观测量可能为粗差;否则接受零假设。

相关分析的粗差探测方法,考虑了观测量之间随机特性相关性,适合于国家高精度 GPS网的粗差分析。实际工作中,采用了同时探测多个粗差的方法<sup>[1]</sup>,以减少工作量,提高运算速度。同时为了避免“存伪”的情况,加入 vi> 2σvi的附加条件,即当 Fi与 V相关性显著,且有 vi> 2σvi时,判定该观测量为粗差。

2.2 粗差处理的策略

对于判定为粗差的观测量,调整其参加平差的权,重新进行平差。粗差的选权因子由粗差观测量改正数的大小及其精度值确定,即

$$k_{oi}^e = v_i / \sigma_{vi} \quad (5)$$

重新平差时,对观测量的协因数阵进行改正。保持观测量之间的相关系数不变,而与粗差有关的协因数改正为:

$$Q_i = k_{oi}^2 Q_i, i = 1, 2, \dots, n \quad (6)$$

2.3 国家高精度 GPS网粗差分析的实现步骤

- 1) 对 GPS网进行三维无约束平差;
- 2) 计算改正数协因数矩阵 Q<sup>vv</sup>;
- 3) 计算可靠性矩阵 R;
- 4) 提取各观测量对改正数的影响向量 Fi;
- 5) 计算各观测量的 Fi与 V的相关系数 dFi,V;
- 6) 对 dFi,V的显著性进行 t(n-2)检验,若显著,且 vi> 2σvi,则对该观测量作粗差标记;
- 7) 按公式 (5)、(6) 调整观测量的协方差,重新平差。

按上述方法,一般迭代 1~ 2次便可完成粗差分析。

3 粗差分析方法的可行性和正确性检验

为了验证该粗差分析方法,取 B级网中一个子网 IL976人为加入粗差,进行检验。该子网包含 9个点,16个同步网,48条独立基线,表 1为任意加入的 4个粗差。

表 1 人为加入粗差

Tab. 1 The Outliers Added for Test

| 同步网           | 基线向量       | 分量   | 加入粗差    |
|---------------|------------|------|---------|
| B9701601. REG | IJ21→ IH01 | $DX$ | + 0.2 m |
| B9702301. REG | IH02→ IH08 | $DY$ | - 0.2 m |
| B9702301. REG | IH02→ IH04 | $DX$ | + 0.2 m |
| B9702301. REG | IH02→ IH04 | $DZ$ | + 0.2 m |

按上述方法由程序自动进行粗差分析 ,经过一次迭代 ,发现了全部的粗差 ,并求出各观测量的

表 2 粗差分析及处理结果

Tab. 2 The Result of Outlier Analysis

| 测站   | 坐标分量 | 坐标分量平差值精度 /m |         |         | 与无粗差时坐标结果差值 |           |
|------|------|--------------|---------|---------|-------------|-----------|
|      |      | 无粗差          | 粗差处理前   | 粗差处理后   | 粗差处理前       | 粗差处理后     |
| IH02 | $B$  | 0.001 8      | 0.012 2 | 0.001 7 | - 0.56 (ms) | 0.02 (ms) |
|      | $L$  | 0.004 2      | 0.029 0 | 0.004 0 | 0.33 (ms)   | 0.05 (ms) |
|      | $H$  | 0.011 1      | 0.076 9 | 0.010 5 | 17.72 (mm)  | 1.66 (mm) |
| IJ21 | $B$  |              |         |         |             |           |
|      | $L$  |              |         |         |             |           |
|      | $H$  |              |         |         |             |           |
| IH03 | $B$  | 0.001 3      | 0.009 3 | 0.001 3 | - 0.19      | 0.01      |
|      | $L$  | 0.003 7      | 0.025 5 | 0.003 4 | 0.08        | 0.00      |
|      | $H$  | 0.010 4      | 0.071 5 | 0.009 6 | - 1.65      | 0.23      |
| IJ22 | $B$  | 0.001 6      | 0.010 9 | 0.001 5 | - 0.18      | 0.01      |
|      | $L$  | 0.004 8      | 0.033 0 | 0.004 4 | 0.08        | 0.02      |
|      | $H$  | 0.013 6      | 0.093 8 | 0.012 6 | 4.31        | 0.58      |
| IH01 | $B$  | 0.001 9      | 0.013 3 | 0.001 8 | - 0.16      | 0.02      |
|      | $L$  | 0.004 3      | 0.029 8 | 0.004 4 | - 1.21      | 0.17      |
|      | $H$  | 0.011 7      | 0.080 6 | 0.011 5 | - 43.10     | 5.30      |
| IH04 | $B$  | 0.001 6      | 0.010 7 | 0.001 4 | 0.19        | 0.00      |
|      | $L$  | 0.004 2      | 0.029 2 | 0.004 0 | - 0.99      | 0.02      |
|      | $H$  | 0.011 7      | 0.080 8 | 0.011 0 | - 36.52     | 2.52      |
| IT11 | $B$  | 0.002 5      | 0.017 5 | 0.002 4 | - 0.29      | 0.05      |
|      | $L$  | 0.006 0      | 0.041 1 | 0.005 7 | - 0.20      | 0.09      |
|      | $H$  | 0.015 7      | 0.108 2 | 0.014 8 | - 23.55     | 1.21      |
| IH08 | $B$  | 0.002 1      | 0.014 7 | 0.002 0 | - 0.32      | 0.05      |
|      | $L$  | 0.005 0      | 0.034 2 | 0.004 9 | 0.04        | 0.06      |
|      | $H$  | 0.013 2      | 0.091 3 | 0.012 7 | - 40.63     | - 2.60    |
| IS56 | $B$  | 0.002 4      | 0.016 6 | 0.002 3 | - 0.83      | 0.01      |
|      | $L$  | 0.006 1      | 0.042 4 | 0.006 0 | 0.49        | 0.06      |
|      | $H$  | 0.016 1      | 0.111 4 | 0.015 3 | 13.08       | 5.15      |

## 4 粗差分析结果

### 4.1 子网的粗差分析

整个 B级网按照不同的观测年代、作业单位、使用的仪器类型、基线解算采用的星历等原则 ,划分为 25个子网。首先对这 25个子网分别进行粗差分析 ,消除各子网内部的粗差。子网经过粗差分析后 ,无约束平差结果的精度均有不同程度的提高 ,如图 2 图 3分别为子网 CA921和 XIN-JIAN G粗差处理前后无约束平差结果的比较。

表 3是各子网粗差分析结果统计 (不包括 92

年二期 A级网)。表 2是粗差分析前后平差结果的比较。

从表 2可以看出 ,加入粗差后平差结果精度降低 ,坐标平差值产生较大的畸变。经过粗差分析后 ,不但精度有很大提高 ,坐标平差结果也较为精确地得以恢复。可见所采用的粗差分析方法能够较好地探测出相关观测量的多个粗差 ,并消除粗差的影响。

4.2 相邻子网的粗差分析

通过子网的粗差分析 ,消除了子网内部的粗差 ,但是子网与子网的接边部分仍然可能含有粗差观测量。由于全国网整体的粗差分析需要巨大的内存容量 ,一般的计算机难以满足 ,因此将全国网划分为 8个相邻的子网 ,见表 4,分别进行粗差分析。表 5是相邻子网的粗差分析结果 (含子网内的粗差)。

4.3 整网的无约束平差结果

国家高精度 GPS网经过子网和相邻子网的粗差分析 ,共探测出 118条粗差基线 ,占总观测量

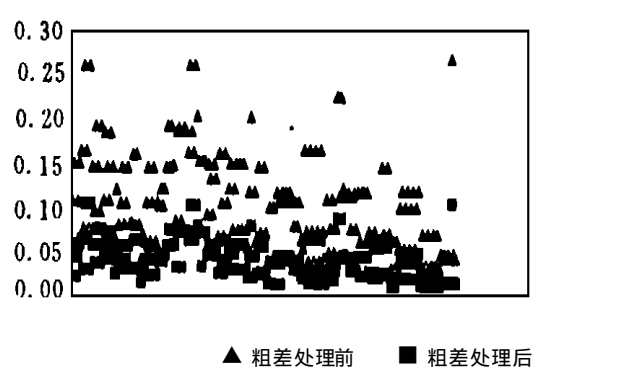


图 2 CA921子网粗差处理前后基线相对精度比较 /10<sup>-6</sup>

Fig. 2 Comparison of Baseline Accuracy in GPS Net CA921

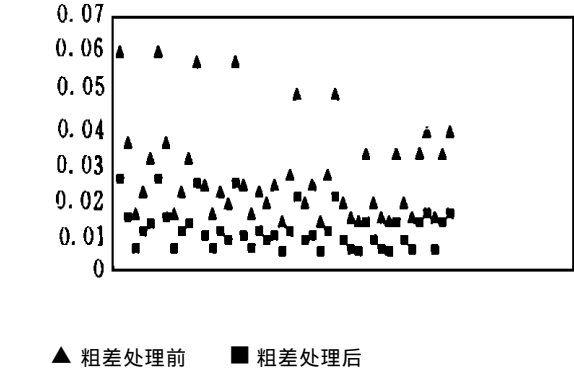


图 3 新疆网粗差处理前后基线相对精度比较 /10<sup>-6</sup>

Fig. 3 Comparison of Baseline Accuracy in GPS Net Xinjiang

表 3 子网粗差统计表

Tab. 3 The Result of Outlier Analysis in Sub-nets

| 子网代码      | 基线个数 | 粗差基线数 | 粗差百分比 /% |
|-----------|------|-------|----------|
| AA931     | 342  | 1     | 0.29     |
| AA961     | 30   | 0     | 0.00     |
| BA951     | 84   | 0     | 0.00     |
| BT9115    | 162  | 0     | 0.00     |
| BT953     | 109  | 0     | 0.00     |
| BT957     | 219  | 2     | 0.91     |
| CA921     | 212  | 3     | 1.42     |
| CA951     | 54   | 0     | 0.00     |
| DT943     | 234  | 10    | 4.27     |
| ET933     | 290  | 11    | 3.79     |
| FM9224    | 114  | 3     | 2.63     |
| FT9225    | 36   | 1     | 2.78     |
| GA932     | 459  | 3     | 0.65     |
| GA9412    | 1108 | 31    | 2.80     |
| GA952     | 100  | 2     | 2.00     |
| HA952     | 158  | 0     | 0.00     |
| IL976     | 48   | 1     | 2.08     |
| IT923.COD | 22   | 0     | 0.00     |
| IT923.DMA | 63   | 1     | 1.59     |
| XIZANG    | 42   | 1     | 2.38     |
| SZ        | 20   | 0     | 0.00     |
| XINJIANG  | 48   | 3     | 0.00     |
| ZF2       | 18   | 0     | 0.00     |

表 4 相邻子网的划分

Tab. 4 Description of Neighbor Sub-nets

| 相邻子网名    | 包含子网   |
|----------|--|
| sub-ab   | AA931, AA961, AA945, BA951, BT9115, BT953, BT957, BL955, ZF2 |
| sub-ac   | AA931, BT953, BT957, CA921, CA951                            |
| sub-bd   | BT953, BT957, DT943  |
| sub-de   | DT943, ET933   |
| sub-ei   | ET933, IL976, IT923COD, IT923DMA                             |
| sub-f    | FM9224, FT9225, GA932  |
| sub-gfa  | GA932, GA9412, HA952   |
| sub-gede | CA921, CA951, DT943, ET933, GA9412                           |

表 5 相邻子网粗差分析结果统计

Tab. 5 Result of Neighbor Sub-nets Outlier Analysis

| 相邻子网代码   | 基线个数 | 粗差基线数 | 粗差百分比 /% |
|----------|------|-------|----------|
| SUB-AB   | 1006 | 13    | 1.29     |
| SUB-AC   | 936  | 10    | 1.07     |
| SUB-GFA  | 1825 | 34    | 1.86     |
| SUB-BD   | 562  | 22    | 3.91     |
| SUB-DE   | 524  | 23    | 4.39     |
| SUB-EI   | 423  | 18    | 4.26     |
| SUB-F    | 609  | 16    | 2.63     |
| SUB-GCDE | 1898 | 52    | 2.74     |
| 整网总计     | 4935 | 118   | 2.39     |

的 2.39%。整体平差时,对这些基线观测量进行了降权处理。表 6 是粗差处理前后,整网无约束平差坐标结果精度的比较。

表 6 整网无约束平差结果的坐标分量精度比较 /m

Tab. 6 Comparison of Component Accuracy of Unconstraint Adjustment /m

| 坐标分量 | 粗差处理前 |       | 粗差处理后 |       |
|------|-------|-------|-------|-------|
|      | 均值    | 最大值   | 均值    | 最大值   |
| X    | 0.023 | 0.130 | 0.020 | 0.063 |
| Y    | 0.040 | 0.260 | 0.036 | 0.135 |
| Z    | 0.027 | 0.134 | 0.024 | 0.092 |

5 结 论

- 1) 国家高精度 GPS网观测数据量巨大,其中含有一定数量的粗差,这些粗差的存在将导致整体平差结果的局部扭曲,大大降低平差的精度。
- 2) 本文提出的粗差分析方法,能够对随机特性相关的观测量中多个粗差同时进行探测,并有效地消除粗差的影响。
- 3) 国家高精度 GPS网经过各子网及相邻子网的粗差分析,消除了粗差的影响,整体平差后各精度指标有了显著的提高。

参 考 文 献

1 施 闯,刘经南.基于相关分析的粗差理论.武汉测绘科技大学学报,1998, 23 (1): 5~ 9

2 崔希璋,刘经南.国家高精度 GPS网数据处理个别问题探讨.武汉测绘科技大学学报,1994, 19 (增刊): 3

3 李德仁.误差处理和可靠性理论.北京: 测绘出版社, 1988

4 菲利普斯 G M著.数值分析的理论及其应用.熊西文等译.上海: 上海科技出版社, 1980

Outlier Analysis in the Integrate Adjustment of  
National High-precision GPS Network

Shi Chuang Liu Jingnan

(School of Geo-science and Surveying Engineering, WTU SM, 129 Luoyu Road, Wuhan, China, 430079)

**Abstract** The national high-precision GPS network for geodetic control is surveyed from 1991 to 1997. The GPS observation data are processed by GAMIT software. GAMIT base-line solution are used as observations for integrate adjustment. In this case the outlier base-line is very difficult to find out from 4 935 independent baselines. This paper uses correlation analysis theory to snoop the outliers. In the adjustment the outliers are kept but down-weighted. This theory can find out multi-outliers in correlative observations, and reduce the influence of the outliers. This paper also gives the step and principle for this outlier analysis theory. And gives the comparison of the result of the national high-precision GPS network with outlier analysis.

**Key words** national high-precision GPS network; outlier analysis; correlation analysis; ro-bust estimation

(上接第 102页)

Geodetic Singularity Problem in Gravity Field

Wang Dongming Zhu Zhuowen

(Department of Geophysics, Beijing University, Beijing, China, 100871)

**Abstract** In the paper the authors have studied the influence of the geodetic singularity on geodesy and the structure of the gravity field near the singular point, exposed the nature of the singularity, and drawn the following conclusions reference [1] Isolated geodetic singular points are removable; reference [2] Under the condition that Gauss curvature of equipotential surface is non-negative and geodetic torsion of meridian vanishes. If there exist geodetic singular points on the equipotential surface of the earth's gravity field, their number is finite and they are isolated.

**Key words** geodetic singularity; Gauss curvature; five parameter; Marussi coordinate; gravity field