

# GPS辅助光束法平差的理论精度\*

袁修孝

(武汉测绘科技大学信息工程学院,武汉市珞喻路 129 号,430079)

**摘要** 采用一组带 GPS 导航数据的实际航摄资料,通过平差计算出精度矩阵  $Q_{xx}$  的数值,对 GPS 辅助光束法平差的理论精度变化规律进行了全面讨论。以此为基础,从理论上给出最佳区域网的大小、地面控制点的布设等实用技术要求。此外,还探讨了 GPS 用于单航线航空摄影测量加密的可行性和具体实施方案。

**关键词** GPS 辅助光束法平差; 理论精度; 实际精度

**分类号** P231.4 P207; P228.41

GPS 全球定位系统在航空遥感精确定位中的应用——GPS 辅助空中三角测量是继 GPS 在大地测量中取得革命性成就之后,在摄影测量领域所取得的又一具有划时代意义的成就。作为它的一种实现方式——GPS 辅助光束法平差,经过多年的研究和试验,业已步入实用阶段,现正在进行大规模的生产作业。

一般说来, GPS 辅助光束法平差用于摄影测量区域网加密时,需在区域的 4 角布设 4 个平高地面控制点,并在区域两端敷设两条垂直构架航线或者是在区域两端垂直于航线方向布设两排地面高程控制点,这种地面控制方案已成共识并被普遍采用,它是否有理论依据呢?此外, GPS 是否可用于单航线航空摄影测量加密呢?诸如此类,本文试图以理论精度为手段,对 GPS 辅助光束法平差的一些问题进行探讨,旨在对大规模推广应用 GPS 辅助空中三角测量有所裨益。

## 1 GPS 辅助光束法平差精度测度

GPS 辅助光束法平差的作业过程大体上可分为 3 个步骤<sup>[1]</sup>: 1) 航空摄影过程中,用至少两台分别设在地面基准站和飞机上的 GPS 信号接收机以 0.5~1.0 s 的数据更新率同时而连续地观测 GPS 卫星信号; 2) 对 GPS 载波相位观测量进行离线数据后处理,解求 GPS 摄站坐标及其方差-协方差矩阵; 3) 将 GPS 摄站坐标视为带权观测值与摄影测量数据进行联合平差,确定目标点位并评定其质量。

以上作业过程实际上可归结为 GPS 载波相位测量差分定位和摄影测量观测量与 GPS 导航数据的联合平差两大部分。但 GPS 动态定位的结果总被处理成摄影测量区域网平差的观测量而视为中间成果,因此, GPS 辅助光束法平差的精度实际上是以联合光束法平差的精度作为测度的。

现行航空摄影测量规范大都以  $n$  个多余地面控制点的坐标已知值与其平差值之不符值 ( $\Delta X_i, \Delta Y_i, \Delta Z_i$ ) 求出总体平面实际精度  $\underline{XY} = \frac{\sum (\Delta X_i^2 + \Delta Y_i^2)}{n}$  和总体高程实际精度  $\underline{Z} = \frac{\sum \Delta Z_i^2}{n}$  来作为评判的依据。

研究表明,摄影测量区域网加密的理论精度反映了量测中偶然误差的影响与点位的分布有关; 实际精度往往是偶然误差和残余系统误差的综合影响,两者之间可能存在一定的差异,但理论上可以证明: 实际精度是其理论精度的无偏估计,当多余控制点较多时,实际精度接近理论精度<sup>[2]</sup>。因此,为了讨论问题的简化和对加密点坐标未知数的精度及其变化规律有较全面的认识,下面着重讨论平差系统的理论精度。

摄影测量平差系统中未知数的理论精度通常以平差获得的未知数协方差阵  $D(X) = \underline{e}_0^2 Q$  作为测度,且以  $m_i = \underline{e}_0^2 Q_i$  表示第  $i$  个未知数的理论精度。在 GPS 辅助光束法平差中,  $e_0$  是单位权观测量中误差,可用像点坐标观测量的验后中误差表示;  $Q_i$  为法方程系数阵之逆矩阵  $Q$  中第  $i$  个对角线元素。若区域网中包含有  $n$  个加密点,则  $i$  应代表  $X_i, Y_i, Z_i$ , ( $j=1, 2, \dots, n$ ),对于加密点

收稿日期: 1998-06-26。袁修孝,男,35岁,教授,现从事高精度摄影测量定位理论和方法研究。

\* 国家测绘局跨世纪人才基金和国家“863”发展计划资助项目,编号 863-308-13-04(2)

坐标未知数应按

$$m_{XY} = e_0 \cdot \sqrt{\sum (Q_{x_j x_j} + Q_{y_j y_j}) / h}$$

计算其平均点位理论精度及按  $m_z = e_0$ 。

$\sum Q_{z_j z_j} / h$  求出其平均高程理论精度。

## 2 理论精度试验及其结果分析

### 2.1 区域网 GPS辅助光束法平差

试验选用哈尔滨乞台河测区一组带有 GPS 导航数据的航摄资料。在飞机上安置了一台 Trimble 4000SST, 在测区的两个基准站上各安置了一台 Trimble 4000SST 双频 GPS 信号接收机。飞机起飞前, 3 台 GPS 信号接收机同时进行了初始化测量, 其数据更新率设置为 1 s。

试验区为一东西走向的 85 km × 39 km 的长条形规则区域, 面积约 3 335 km<sup>2</sup>。区域内最大高差为 430 m, 属山区地形。测区中按常规摄影测量加密的要求, 用 GPS 卫星定位网测量方法施测了大量的地面控制点。控制点布设成规则锁网形, 其跨距为 4 条基线。

此次 GPS 航空摄影采用自行加装脉冲输出装置的 RMK 航摄仪、国产 1022 航摄胶片沿 1:10 000 地形图幅中心线敷设有 8 条航线, 其中测区北面的 4 条航线各覆盖有 32 张像片, 南面的 4 条航线各覆盖 24 张像片, 均为标准正常重叠。航摄完毕后, 在 PSK-2 立体坐标量测仪上对国产 1022 片基的拷贝透明正片进行了在线量测, 像片连接点则根据刺点片直接在仪器上判读。带 GPS 导航数据的航摄像片资料列于表 1。

表 2 光束法区域网平差精度

Tab. 2 Accuracy of Bundle Block Adjustment

表 1 航摄资料参数				
项 目				参 数
航 摄	飞 机	双水獭		
GPS 接 收 机	3 台	Trimble 4000SST		
航 摄 仪	Ziss RMK			
像 幅 /cm	23 × 23			
内 方 位 元 素 /mm	$f = 153.1100$ , $x_0 = -0.0130$ , $y_0 = -0.0450$			
摄 影 比 例 尺	1:32 000			
重 叠 度 %	$p = 60$ , $q = 30$			
航 线 数	8			
像 片 数	225			
加 密 点 数	622			
GPS 天线偏心分量 /m	$u = 1.1330$ , $v = 0.0950$ , $w = 1.7631$			

通过对 GPS 载波相位观测数据差分定位处理, 内插得到国家统一坐标系的 GPS 摄站坐标。利用自行研制的 GPS 辅助空中三角测量软件 WuCAPS<sub>GPS</sub> 系统对上述资料进行处理, 采用在测区 4 角布设平高控制点, 在区域两端垂直于航线方向布设高程控制点的地面控制方案, 并对 GPS 摄站坐标每条航线各引入一组漂移误差改正参数, 经 GPS 辅助光束法区域网平差得到表 2 所示的加密结果。同时, 还对试验区进行了常规自检校光束法区域网平差, 此时, 采用了沿区域周边每隔 8 条基线布设一个平高点, 在区域中央垂直于航线方向每隔 4 条基线布设一排高程点的锁网形地面控制方案, 平差结果见表 2 图 2(c) 表示一个 8 × 24 规则长方形区域网中每一个立体模型上 6 个标准像片连接点的坐标理论精度。

分析以上计算结果, 可以得到:

GPS 导航数据的航摄像片资料列于表 1。

表 2 光束法区域网平差精度

Tab. 2 Accuracy of Bundle Block Adjustment

计算方案	$e_0$ $\mu$ m	控制点数		检查点数		理论精度 ( $m_{XY}$ / $m_Z$ ) m	$e_0$ m	实际精度 ( $\Delta_{XY}$ / $\Delta_Z$ ) m		检查点最大残差 /m	
		平高	高程	平高	高程			$e_0$	平面	高程	
自检校光束法平差	16.1	17	55	21	25	0.929/1.141	1.8/2.2	2.400/0.776	4.7/1.5	4.819	2.079
GPS 辅助光束法平差	16.2	6	13	15	60	1.300/1.184	2.5/2.3	2.546/0.890	4.9/1.7	3.662	1.798

1) 表 2 结果满足 1:10 000 地形图山区测图控制对加密成果的精度要求 (平面 ≤ 5 m, 高程 ≤ 3 m)<sup>[3]</sup>。

2) 从多余控制点求出的实际精度来看, GPS 辅助光束法区域网平差与自检校光束法的结果是一致的, 而且理论精度达到了国际上同类平差方法的精度水平 (平面为 0.8e<sub>0</sub>~1.8e<sub>0</sub>, 高程为 1.4e<sub>0</sub>~3.5e<sub>0</sub>)<sup>[4]</sup>。这表明, 该测区的航摄资料是可用的, GPS 摄站坐标的解算是正确的, 利用该

试验区来进行 GPS 辅助光束法平差的精度分析是值得信赖的。

3) 从图 2(c) 中可以看出, GPS 辅助光束法区域网平差的理论精度是非常均匀的, 因此, 在网的中央无需布设任何地面控制点, 但区域周边 GPS 摄站坐标控制范围以外的加密点比网内加密点的精度明显要低, 符合区域网空中三角测量精度薄弱环节位于区域四周的规律。在常规摄影

测量区域网平差中,通过增加区域周边控制点的方法可提高区域四周加密点的坐标精度,而在GPS辅助空中三角测量加密中,区域周边不再布设地面控制点,因此,只能通过扩大平差区域的范围来保证测图控制的需要。当沿地形图幅中心线敷设航线时,应在区域的上、下边缘各增加一条航线,左、右端各增加一个模型,以便测区落入平差区域网四周GPS摄站坐标所控制的范围内。

## 2.2 单航线 GPS辅助光束法平差

研究表明,GPS辅助光束法平差用于面积航空摄影测量加密时,所需的野外像片控制联测工作量仅为常规光束法区域网平差的10%左右<sup>[5]</sup>。如果现有的高等级大地测量控制网点可用作像片控制点,则会更加节省。然而,在诸如交通、水利、电力、通信等线路勘测的国民经济建设中,单航线的航空摄影测量必不可少,并且它们的野外像片

控制联测一般需要作业员跋山涉水,条件更为艰苦,如果单航线GPS辅助光束法平差可明显减少地面控制点,那么,它将具有更广阔的应用前景。

为探讨GPS用于单航线航空摄影测量加密的可行性,选用区域最北边覆盖有32张像片的一条航线进行试验。在航线两端上、下排点处共布设4个平高地面控制点的情况下,进行了单航线GPS辅助光束法平差计算,同时,按6点法布设平高点和在每隔4条基线的上、下排点处各布设一个高程点的地面控制方案进行了单航线自检校光束法平差,其理论精度分别示于图1和图2(a)。

分析图中的理论精度,可以得出:

1) 图1显示,单航线自检校光束法平差的理论精度完全取决于地面控制点的质量和跨距。地面控制点自身的加密精度非常高,其余点的加密精度与其远离控制点的程度密切相关,控制点跨

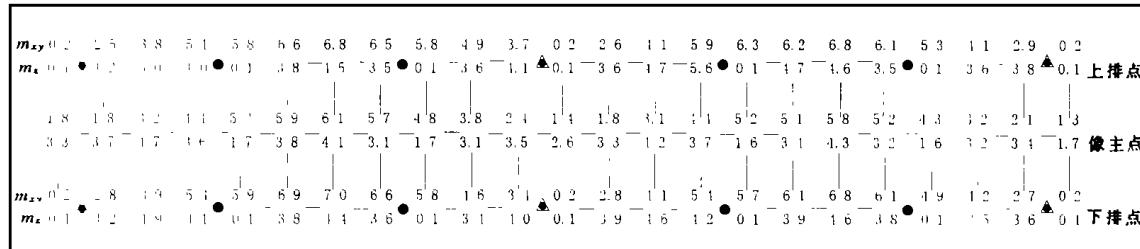


图1 单航线自检校光束法平差加密点的理论精度图

Fig. 1 Theoretical Accuracy for Bundle Adjustment with Additional Parameters by Single Strip

距的1/2处为加密精度最弱点

2) 图2(a)表明,单航线GPS辅助光束法平差中,方位线上的点加密精度最高,航线边缘点加密精度最低。离方位线等距离的点具有几乎相同的高程加密精度,加密点离方位线愈远,其高程加密精度愈低;航线中部加密点的平面精度明显低于两端。这是因为,地面控制点对加密精度不再起决定作用, GPS摄站又只能控制航线的轴向,使旁向倾斜难以控制。

3) 比较单航线GPS辅助光束法平差和自检校光束法平差的理论精度可以发现,两者在精度最弱点处的平面精度接近,高程精度前者明显好于后者。此时,前者的控制点跨距为24条基线,而后者则是平面控制点跨距为12条基线,高程控制点跨距为4条基线。这表明,单航线GPS辅助光束法平差可显著减少地面控制点。按照现行航空摄影测量规范,它至少可加大地面控制点跨距平面2倍,高程6倍以上。

## 2.3 双航线 GPS辅助光束法平差

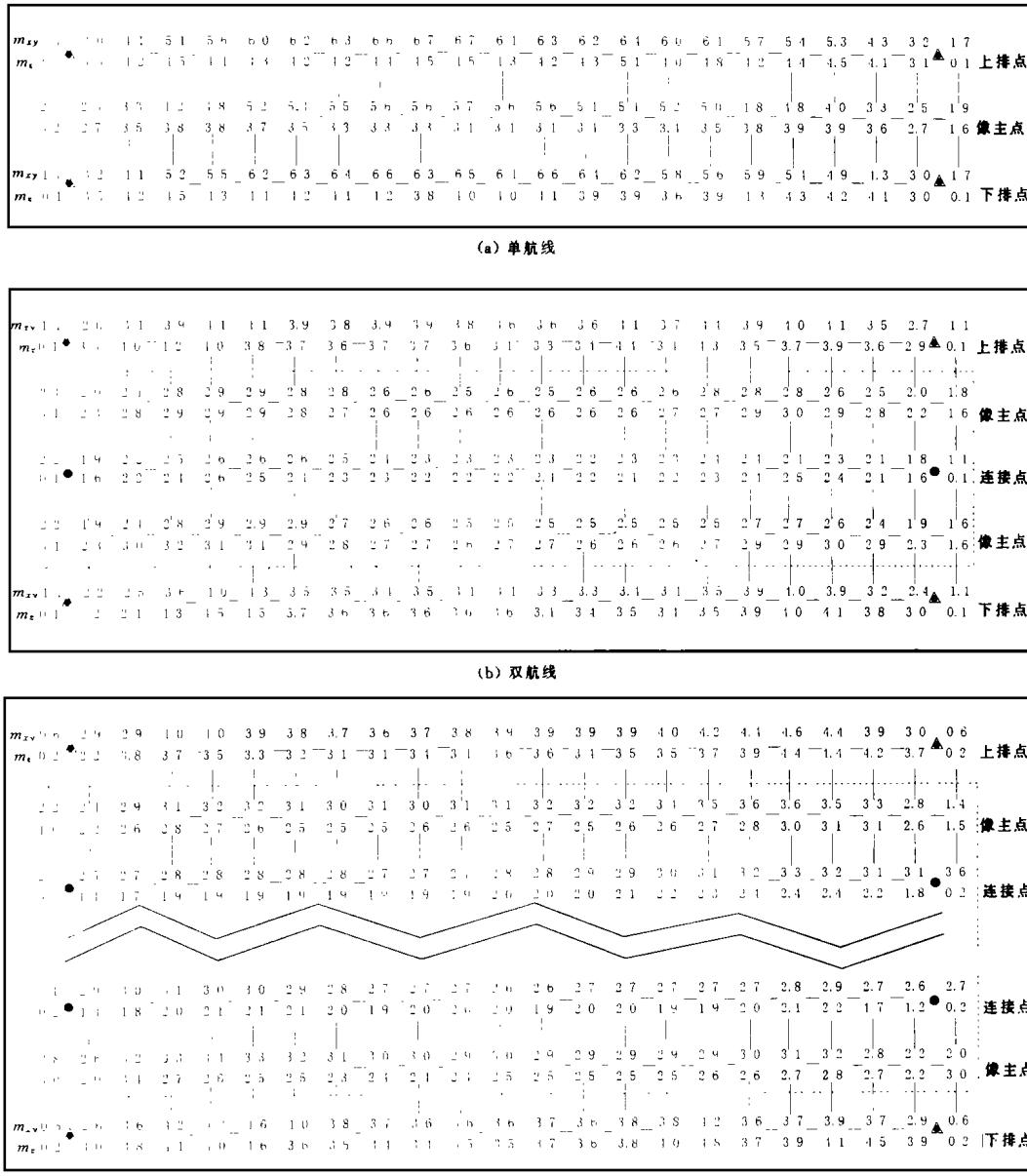
从图2(a)的数值可以看出,单航线GPS辅

助光束法平差的理论精度是不均匀的。尽管单航线GPS辅助光束法平差的结果可满足1:10000地形图山区测图控制加密成果的精度要求,但是,摄影测量平差的实际精度往往要低于理论精度,并且一条航线所覆盖的像片大多数情况下会超过24张,为了研究GPS用于单航线航空摄影测量加密的可操作性,这里选取具有旁向重叠的两条航线(其中北面的一条为上节所用航线)进行双航线网平差计算。网的4角布设4个平高地面控制点,航线两端旁向重叠处各布设一个高程地面控制点,经双航线GPS辅助光束法平差得到了图2(b)所示的理论精度。

从图中可以看出:

1) 双航线网GPS辅助光束法平差的理论精度在网内是一致的,尤其在两条GPS摄站所控制的区域里特别均匀,详见图中虚线框所包围区域。

2) 与图2(a)比,最弱点加密精度的提高非常显著:方位线上,平面提高 $(5.7 - 2.9) / 5.7 = 49.1\%$ ,高程提高 $(3.9 - 3.1) / 3.9 = 20.5\%$ ;航线边缘,平面提高 $(6.7 - 4.1) / 6.7 = 38.9\%$ ,高



▲ 平高地面控制点      ○ 高程地面控制点      数值规范化至像片比例尺且以  $m$  为单位

CBS辅助半离散半连续加密点的理论精度图

Fig. 2 Theoretical Accuracy for GPS-Supported Bundle Block Adjustment

程提高  $(5.1 - 4.4) / 5.1 = 13.7\%$ 。由此可见，GPS 辅助光束法平差中，双航线网较单航线的加密精度高得多。因此，在诸如线路勘测和单图幅的条带状航测成图作业中，若沿测区两侧敷设航线，仅需在航线两端布设平高地面控制点来进行双航线网 GPS 辅助光束法平差，最后取用两条 GPS 摄站所包围区域内的加密点作为测图控制点，定能满足规范要求。事实上，这是区域网 GPS 辅助光束法平差的一个特例。

3) 两航线间连接点加密精度是最高的。因为,此处加密点均为6度重叠,且构像光线具有较好的旁向交会角,使加密点具有良好的几何交会

条件，从而保证了加密点位的高精度和高可靠性。

## 2.4 不同大小区域 GPS辅助光束法平差

常规空中三角测量中,稀疏布点时,区域网加密精度随区域大小而变化。通常, GPS辅助光束法平差均采用稀疏布点的地面控制方案。本节将§ 2.1中的区域网按野外控制点细分为由不同航线数(1 2 4 8)和每条航线包含相同的像片数(8 12 16 20 24 28 32)所组成的一系列规则区域网,从 1× 8 到 8× 24 共计 25 个不同大小的试验小区。采用在试验区 4 角各布设一个平高点,区域两端相邻航线重叠处各布设一个高程地面控制点的地面控制方案,经 GPS辅助光束法平差计算,

获得图3所示的区域网加密平均理论精度曲线。

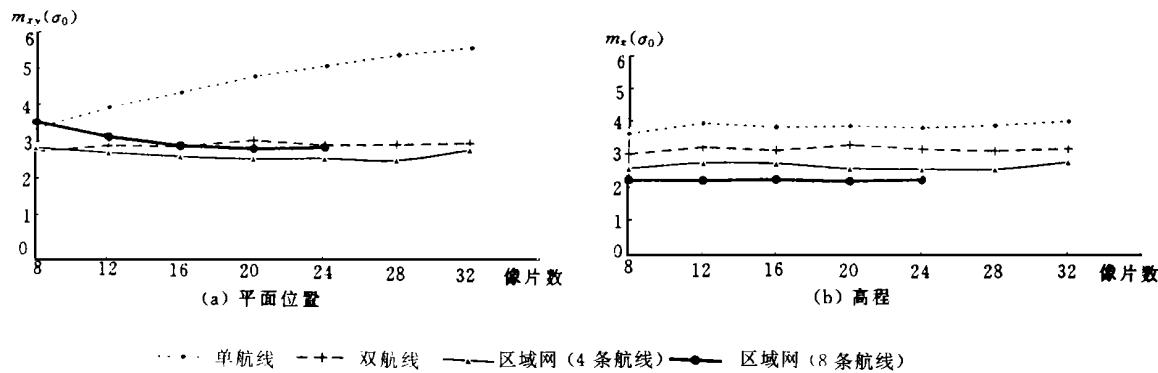


图3 GPS辅助光束法平差加密点坐标未知数理论精度曲线

Fig. 3 Theoretical Accuracy Curve for GPS-Supported Bundle Adjustment Coordinate Unknown Numbers

从图中可以直观地看到:

1) 单航线 GPS辅助光束法平差的平面理论精度随着像片数的增加而线性降低

2) 区域网较单航线 GPS辅助光束法平差有高得多的平面理论精度,4条航线的区域网平面理论精度最好,随着航线数的增加,网的平面理论精度缓慢降低。但总体看来,当区域网中的航线增加到8条时,平面精度仍可满足规范要求。当一条航线所覆盖的像片数为航线总数的2~3倍时,区域网加密可获得最佳平面精度。

3) 区域网 GPS辅助光束法平差的高程理论精度随航线数的增加而提高,几乎与航线中的像片数无关,亦即对航线的长度没有限制。当网中的航线数增加8条时,高程理论精度接近常数2.2%,此精度已达到常规密布点自检校光束

法区域网平差的最佳高程理论精度。

致谢:本试验数据由黑龙江测绘局提供,并得到于庆国高级工程师的大力协助,在此一并致谢。

## 参 考 文 献

- 袁修孝.论GPS辅助空中三角测量.武汉测绘科技大学学报,1995,20(增刊): 114~ 118
- 李德仁,郑肇葆.解析摄影测量学.北京:测绘出版社,1992
- 国家技术监督局.1:5000 1:10000地形图航空摄影测量内业规范.北京:中国标准出版社,1993
- Ackermann F. Practical Experience with GPS Supported Aerial Triangulation. Photogrammetric Record, 1994, 16(84): 861~ 874
- 袁修孝,李德仁.GPS辅助空中三角测量的若干探讨.测绘学报,1997,26(1): 14~ 19

## Theoretical Accuracy for GPS-Supported Bundle Adjustment

Yuan Xiuxiao

(School of Information Engineering, W TU SM, 129 Luoyu Road, Wuhan, China, 430079)

**Abstract** This paper selects a set of actual aerial photographs with the camera position determined by GPS kinematic positioning, and analyzes the theoretical accuracy of GPS-supported bundle adjustment by calculating the accuracy matrix  $Q_x$ . The block range and the arrangement of ground control points for GPS-supported bundle adjustment were given based on the above experimental results. In addition, the GPS application feasibility and method on GPS-supported adjustment by single strip were discussed.

**Key words** GPS-supported bundle adjustment; theoretical accuracy; practical accuracy