

## GPS 基准站中等效观测值的实时合成研究

夏林元 刘经南 胡振东

(武汉测绘科技大学测绘遥感信息工程国家重点实验室, 武汉市珞喻路 39 号, 430070)

**摘 要** 为充分发挥 GPS 基准站的作用,使之灵活适应 GPS 差分和大地测量、地球动力学等多种需要,本文采用正交函数基底实时合成了所需指定采样率下的等效观测值,算法稳定可靠,可扩大 GPS 基准站的应用范围。

**关键词** GPS 基准站; 正交多项式拟合; 等效观测值

**分类号** P 228.41

对 GPS 基准站进行技术处理,使其具有多种服务功能,是完善 GPS 基本服务体系和建立现代实时动态大地测量服务体系的基础工作,也是目前国内外正在探讨和研究的问题。本文针对这一研究中的一个基本问题——指定采样率下等效观测值的实时合成问题进行了探讨,并得到了较满意的结果。等效观测值的实时合成中所指观测值具有以下一些特点:

1) 实时性。GPS 接收机工作在高采样率下(通常为 0.5 s 或 1 s,本文中为 1 s),对实时原始数据流进行解码,从中分离出观测值,并在此观测值基础上合成新的观测值。主机工作在高采样率下是基于差分 GPS 功能的需要。

2) 任选性。包括两方面的含义。① 所合成观测值的相应采样率的任选性,这种任选值可为 5 s、10 s、15 s、20 s 或 30 s。② 记录所合成观测值的文件生成时间间隔的任选性,该任选值可为 1 h、2 h、6 h、12 h 或 24 h。以上任选性考虑了不同用户对观测值的不同要求。

3) 等效性。指所合成的某采样率下的观测值与主机工作在该采样率下实际观测值间具有等效性,即用于同一应用场合(定位)所得结果相同。本文用基线对比法对该等效性进行了检验。

## 1 观测值的误差源及拟合方程性态分析

GPS 接收机的原始实时观测数据流经解码后所得到的 1 s 采样率下的观测值中包括时标信息  $t$ , 伪距 (C/A 码及 P 码伪距) 和 ( $L_1$  及  $L_2$ ) 相位观测值,均以  $y$  表示。设任选合成观测值的采

样率为  $n$ ,则以  $n$  个 1 s 观测值拟合该合成观测值  $\bar{y}$  的过程可表示为一  $m$  次多项式,即

$$\bar{y} = \sum_{k=0}^m T_k t^k \quad (i = 1, 2, \dots, n; m < n)$$

其中,  $\bar{y}_i$  为拟合值。设  $v_i = \sum_{k=0}^m T_k t_i^k - y_i$ , 可得:

$$V = BX - L \quad (1)$$

其中,  $V = [v_1, \dots, v_n]^T$ ,

$$B_{n \times (m+1)} = \begin{bmatrix} 1 & t_1 & t_1^2 & \dots & t_1^m \\ 1 & t_2 & t_2^2 & \dots & t_2^m \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & t_n & t_n^2 & \dots & t_n^m \end{bmatrix},$$

拟合系数  $X_{(m+1) \times 1} = [T_0, T_1, \dots, T_m]^T$ ,  $L_{n \times 1} = [y_1, y_2, \dots, y_n]^T$ 。若将时间  $t_1$  至  $t_n$  内的观测值  $y_1$  至  $y_n$  视为等权观测值,则由最小二乘法有:

$$(B^T B)X + B^T L = 0$$

记为:

$$NX + W = 0 \quad (2)$$

$$X = -N^{-1}W$$

对任意  $t \leq t_n$ , 有  $t$  时刻拟合观测值:

$$\bar{y}(t) = T_0 + T_1 t + \dots + T_m t^m \quad (3)$$

实际观测中,由于  $t$  中含有卫星和接收机钟差,以及由 SA 引起的钟频抖动等影响量,且这些误差也直接反映在伪距及相位观测值中,加之电离层、对流层等因素影响,使按方程 (2) 求解的拟合系数受到这些误差的扰动影响。设  $W$  中由于  $L$  的误差而导致  $W$  的误差为  $W_L$ ,  $N$  中由于  $t$  的误差而导致  $N$  的误差为  $W_t$ , 而  $W_L$  和  $W_t$  对  $x$  的综合影响可用矩阵导出范数表示如下:

$$\begin{aligned} \|W\| / \|x\| &\leq \{k(N) / [1 - k(N)] \\ &\cdot (\|W_L\| / \|N\|) \} \{ (\|W_t\| / \|N\|) \\ &+ \|W\| / \|W\| \} \end{aligned} \quad (4)$$

(4) 式中  $k(N)$  为  $N$  的条件数,它反映方程 (2) 的性态,当  $k(N)$  相对变大时 (如  $> 100$ ) 方程 (2) 将变为病态方程,此时会严重影响拟合系数的求解,当任选采样率较高时 (如  $> 30\text{ s}$ ) 则需适当提高拟合次数 (即法方程阶数),而此时条件数更容易变大,因此必须寻找算法稳定性较好的方法来拟合观测值

## 2 正交多项式拟合法

由文献 [3] 知,直交向量系所产生的矩阵的条件数少,且正交阵的条件数为 1,为具有理想条件数的矩阵.因此考虑在方程 (1) 中用正交函数基底  $p_k$  (即加权) 代替幂函数基底  $t^k$ :

$$\bar{y} = \mathbf{h}_m(t) = \sum_{k=0}^m \mathbf{T}_k p_k(t) \tag{5}$$

其中,  $p_m(t) = \sum_{i=0}^m \mathbf{U}_i t^i$ ,且满足正交条件:

$$\int_0^1 t^s p_m(t) dt = 0 \quad (s = 0, 1, \cdots, m-1)$$

据此可求得:

$$p^m(t) = \sum_{k=0}^m (-1)^k \begin{pmatrix} m+1 \\ k \end{pmatrix} \begin{pmatrix} m \\ k \end{pmatrix} t^k \quad (k = 0, 1, \cdots, m)$$

由 (5) 式及最小二乘法有:

$$\mathbf{h}(\mathbf{T}_0 \cdots \mathbf{T}_m) = \sum_{i=1}^n W_i \times \left\{ \sum_{j=0}^m \mathbf{T}_j p_j(x_i) - y_i \right\} = \min$$

式中  $W_i$  为列差  $\bar{y}_i - \mathbf{h}_m(t)$  的权.法方程为:

$$\sum_{j=0}^m C_{jk} \mathbf{T}_j - C_k = 0 \tag{6}$$

$$C_{jk} = \sum_{i=1}^n W_i p_j(x_i) p_k(x_i) \tag{7}$$

$$C_k = \sum_{i=1}^n W_i y_i p_k(x_i) \tag{8}$$

拟合中观测值为离散且等间距情形,设给定一组  $n+1$  个等距观测点  $a_i (i = 0, 1, \cdots, n)$ ,步长  $h = 1$ ,令权  $W_i = 1$ ,则  $x_i = (a_i - a_0)/h$ ,此时可求得相应正交多项式为:

$$p_{m,n}(x_i) = \sum_{k=0}^m (-1)^k \begin{pmatrix} m \\ k \end{pmatrix} \begin{pmatrix} m+1 \\ k \end{pmatrix} \frac{x_i(k)}{n^{(k)}} \tag{9}$$

$$\mathbf{T}_k = C_k / C_{kk} \tag{10}$$

而拟合观测值为:

$$\mathbf{h}_m(x_i) = \sum_{k=0}^m \mathbf{T}_k p_{m,n}(x_i) \tag{11}$$

采用上述正交化方法拟合,实际运算表明算法稳定,运算速度也较理想.

任选采样率的等价观测值合成后,按国际通用标准 RINEX 格式编码生成任选时间间隔的观

测值文件即可提交用户使用。

## 3 试验结果及结论

在一已知基线上采用 2 台 GPS 接收机进行 1 s 采样观测,利用实时合成的等效观测值解算此基线,与标准已知基线结果对比情况分列于表 1 ~ 5

表 1 试验基线标准结果

Tab. 1 Known Results for Test Baseline

1. 观测量均方根结果			
$L_1(\text{mm})$	$L_2(\text{mm})$	$p_1/C_1(\text{m})$	$p_1-p_2(\text{m})$
1.968	2.641	0.423	0.652
2. 基线结果的协方差阵			
	$D_x$	$D_y$	$D_z$
$D_x$	1.264 4E- 6	- 1.183 1E- 6	- 5.551 8E- 7
$D_y$		3.598 9E- 6	1.053 4E- 6
$D_z$			1.001 3E- 6
3. 基线分量及其中误差			
分量 (m)	9.266 5	21.006 8	- 23.027 6
中误差 (mm)	1.12	1.90	1.00
4. 基线长度 (m): $L= 32.518\ 0$			

表 2 合成 10 s 采样值计算的基线结果

Tab. 2 Baseline Results Computed from Fitted Observation with Sample Rate of 10 s

1. 观测量均方根结果			
$L_1(\text{mm})$	$L_2(\text{mm})$	$p_1/C_1(\text{m})$	$p_1-p_2(\text{m})$
2.057	2.703	0.597	0.712
2. 基线结果的协方差阵			
	$D_x$	$D_y$	$D_z$
$D_x$	5.888 0E- 7	- 2.644 5E- 7	- 1.381 3E- 7
$D_y$		6.270 1E- 7	2.578 0E- 7
$D_z$			3.234 2E- 7
3. 基线分量及其中误差			
分量 (m)	9.265 4	20.999 2	- 23.031 3
中误差 (mm)	0.77	0.79	0.57
4. 基线长度 (m): $L= 32.515\ 4$			

表 3 合成 15 s 采样值计算的基线结果

Tab. 3 Baseline Results Computed from Fitted Observation with Sample Rate of 15 s

1. 观测量均方根结果			
$L_1(\text{mm})$	$L_2(\text{mm})$	$p_1/C_1(\text{m})$	$p_1-p_2(\text{m})$
2.088	2.569	0.575	0.734
2. 基线结果的协方差阵			
	$D_x$	$D_y$	$D_z$
$D_x$	6.562 2E- 7	- 3.263 1E- 7	- 1.818 0E- 7
$D_y$		8.319 3E- 7	3.571 3E- 7
$D_z$			4.535 7E- 7
3. 基线分量及其中误差			
分量 (m)	9.266 0	20.998 7	- 23.031 6
中误差 (mm)	0.81	0.91	0.67
4. 基线长度 (m): $L= 32.515\ 4$			

表 4 合成 20 s 采样值计算的基线结果

Tab. 4 Baseline Results Computed from Fitted Observation with Sample Rate of 20 s

1. 观测量均方根结果			
$L_1(\text{mm})$	$L_2(\text{mm})$	$p_1/C_1(\text{m})$	$p_1-p_2(\text{m})$
2. 006	2. 520	0. 585	0. 707
2. 基线结果的协方差阵			
	$D_x$	$D_y$	$D_z$
$D_x$	7. 545 1E- 7	- 3. 661 5E- 7	- 2. 268 7E- 7
$D_y$		1. 062 7E- 6	4. 756 2E- 7
$D_z$			5. 963 8E- 7
3. 基线分量及其中误差			
分量 (m)	9. 265 7	20. 998 5	- 23. 031 7
中误差 (mm)	0. 87	1. 03	0. 77
4. 基线长度 (m): $L= 32. 515 4$			

表 5 合成 30 s 采样值计算的基线结果

Tab. 5 Baseline Results Computed from Fitted Observation with Sample Rate of 30 s

1. 观测量均方根结果			
$L_1(\text{mm})$	$L_2(\text{mm})$	$p_1/C_1(\text{m})$	$p_1-p_2(\text{m})$
2. 135	2. 565	0. 602	0. 728
2. 基线结果的协方差阵			
	$D_x$	$D_y$	$D_z$
$D_x$	1. 097 3E- 6	- 7. 080 6E- 7	- 3. 408 9E- 7
$D_y$		1. 702 4E- 6	8. 558 4E- 7
$D_z$			9. 239 9E- 7
3. 基线分量及其中误差			
分量 (m)	9. 265 4	21. 000 1	- 23. 031 5
中误差 (mm)	1. 05	1. 30	0. 96
4. 基线长度 (m): $L= 32. 516 1$			

将表 2~ 表 5 的基线结果与表 1 的标准结果对比可知 ,按合成的任选等效观测值所得基线与标准结果非常接近 ,表明合成方法正确得当 ,结果具有等效性。

本文的研究表明: GPS 原始观测值可以进行任选合成 ,并可适应不同用户的不同需求 ,从而可对 GPS 基准站作兼容性处理 ,满足不同应用目的 ,具有明显而长远的经济效益。

参 考 文 献

1 刘经南 . 卫星定位技术的发展和现代实时动态大地测量服务体系的建立 . 见: 武汉测绘科技大学地学测量工程学院论文集 . 武汉 , 1996. 137~ 143

2 李德仁 . 误差处理和可靠性理论 . 北京: 测绘出版社 , 1986.

3 黄维彬 . 近代平差理论及其应用 . 北京: 解放军出版社 , 1992. 267~ 290

4 徐萃薇 . 计算方法引论 . 北京: 高等教育出版社 , 1985. 54~ 67

5 刘经南等 . 广域差分 GPS 导航服务系统研究进展中的若干思考 . 导航 , 1996 ( 1)

6 周其焕 . 建立 GPS 服务体系及其基础设施的探讨 . 地理信息世界 , 1996 ( 4)

7 夏林元 . 多功能 GPS 基准站的信息技术研究: [学位论文 ] . 武汉: 武汉测绘科技大学 , 1997

Research on the Real Time Formation of Optional Equivalent GPS Observations in GPS Fiducial Stations

Xia Linyuan Liu Jingnan Hu Zhendong

(National Laboratory for Information Engineering in Surveying, Mapping and Remote Sensing, W TUSM, 39 Luoyu Road, Wuhan, China, 430070)

**Abstract** To make full use of GPS fiducial stations and to adapt them to multipurpose applications such as geodesy, WADGPS, geodynamics and etc., with the aim of resolving the basic problem regarding the adaptability of GPS fiducial stations, this paper employs an orthogonal fitting approach to forming equivalent observations in real time with optional sample rates. Practical tests show that the algorithm is steady and ideal.

**Key words** GPS fiducial station; orthogonal fitting; equivalent observation