DOI: 10.13203/j.whugis1997.03.005

第22卷第3期 武汉测绘科技大学学报 Vol.22 No.3
1997年9月 Journal of Wuhan Technical University of Surveying and Mapping Sept. 1997

空间关系描述的9-交模型*

李成名[1] 陈 军[2]

1.(武汉测绘科技大学测绘遥感信息工程国家重点实验室,武汉市珞喻路39号,430070)
2.(国家基础地理信息中心,北京市海淀区紫竹院百胜村1号,100044)

摘 要 首先对4元组、9元组描述框架进行了剖析,指明了从4元组向9元组扩展的意义,同时也论述了9元组存在的缺点和不足及其产生的原因。最后,提出用空间实体的势力范围(A^V)代替原9元组中的"补"作为空间实体的外部,并结合空间实体的边界(∂A)、内部(A°),构成新的基于空间实体势力范围的空间关系描述的9-交模型(简称NIV),并对其特点进行了分析。

关键词 势力范围;4元组;9元组
分类号 P208;O189

1 点集拓扑的基本知识

定义1 如果一个集合 X 的子集族 A 满足以下3个条件:

(1)空集和 X 属于 A($\varnothing\in A, X\in A$);

(2)A 中任意两个元素的交仍为 A 中的元素(A_1 and $A_2\in A$, $A_1\cap A_2\in A$);

(3)A 中任意两个元素的并仍为 A 中的元素(A_1 and $A_2\in A$, $A_1\cup A_2\in A$),

则(X, A)称为拓扑空间,记为 X。A 中的元素称为 X 中的开集,它们在 X 中的余集称为闭集。

定义2 集合 Y 的闭包为所有包含 Y 的闭集的交,用 $\bar{Y}$ 表示。

定义3 Y 的边界是 Y 的闭包和 Y 的余的闭包之交集,用 ∂Y 表示。

定义4 拓扑空间 X 的子集 Y 的外部是一个集合 $\{x \mid x\in X, \text{and } x\notin Y\}$,表示为 Y^-,$Y^- = X - Y$。

定义5 拓扑空间 X 的子集 Y 的内点为,总存在小正实数 X,以它为圆心、X 为半径的圆域都包含在 Y 内。由所有内点构成的集合称作 Y 的内部,记作 Y°。内部、边界、外部、闭包是进一步讨论拓扑空间关系的基础,并且它们之间满足以下关系:

1) $\partial Y\cap Y^\circ=\varnothing$

2) $Y^\circ\cap Y^-=\varnothing$

3) $\partial Y\cap Y^-=\varnothing$

4) $\partial Y\cup Y^\circ= Y$

5) $X= Y^\circ\cup Y^-\cup \partial Y$

定义6 设 Y 是拓扑空间 X 的一个子集,若 Y 可以分为两个子集 A 和 B,且有:

1) $A\neq\varnothing$, $B\neq\varnothing$;

2) $A\cup B= Y$;

3) $\bar{A}\cap B=\varnothing$, and $A\cap\bar{B}=\varnothing$。

如果 A、B 存在,则 Y 是不连通的(disconnected),否则 Y 是连通的(connected)。

2 9元组框架的优点及不足

2.1 基于点集的4元组拓扑空间关系描述框架[1,2]

基于点集拓扑学的、较系统化的4元组框架完备描述了两个简单空间实体(简单点、简单线、简单面)之间的拓扑关系。由于下文要对其分析,故在此给出4元组框架的数学定义。若将简单空间实体看作是边界点和内部点构成的集合,则4元组框架是由两个简单空间实体点集的边界与边界的交集、边界与内部的交集、内部与边界的交集、内部与内部的交集构成的 4×4 矩阵。两个简单空间实体之间的关系可以由4元组中4个元素的不同取值来确定:

$$R(A,B)=\begin{bmatrix}\partial A\cap\partial B & \partial A\cap B^\circ\\ A^\circ\cap\partial B & A^\circ\cap B^\circ\end{bmatrix}\qquad(1)$$

假设存在空间物体 A 和 B,其边界分别为 ∂A、∂B,内部分别为 A°、B°,那么 A 和 B 之间4元

收稿日期:1997-05-30。李成名,男,28岁,博士生,现从事GIS基础理论研究

* 国家自然科学基金资助项目,编号49471059

组拓扑空间关系描述框架见式(1)。式(1)中的元素取值要么是空,要么是非空,总共会产生16种情形。排除掉在现实世界中不具有物理意义的情况[1],即可得出8种面/面空间关系(见图1)、16种线/线可能情况、13种线/面可能情况、3种点/线关系(图2(a))、3种点/面关系(见图2(c))和两种点/点关系(见图2(b))。

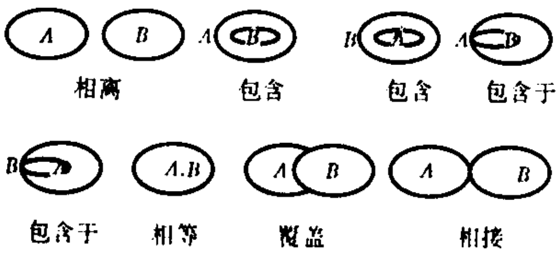
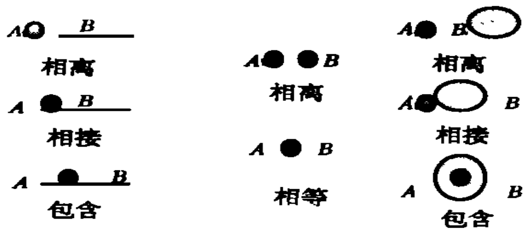


图1　简单面/简单面之间拓扑关系

Fig.1　The Topological Relation Between Area and



(a)　　(b)　　(c)

图2　点/面拓扑关系、点/点拓扑关系、点/线拓扑关系

Fig.2　The Topological Relation Between Point and Other kinds of Objects

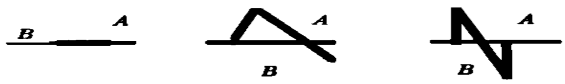
式(1)对于线/线、线/面两种情况,也许同一种4元组取值会对应多种物理解释。换言之,基于点集拓扑学的4元组空间关系描述框架对简单线型空间实体之间、简单线型空间实体和简单面型空间实体之间关系的描述不具备唯一性。如图3,

(a)　　(b)

图3　4元组空间关系描述框架 area/line 情况不能区分示例

Fig.3　The Example with the Same Value Under 4-intersection Model

图中 A 为简单线型实体、B 为简单面型实体。空间实体 A、B 在情形(a)中,A 的两个端点在 B 的边界上,而在情形(b)中,A 的一个边界点在 B 的边界上,另一个边界点则在 B 的外部,但这两种情形(a)、(b)的4元组框架取值均为$\begin{bmatrix} -\varnothing & \varnothing \\ \varnothing & \varnothing \end{bmatrix}$,因此区分不开。再如图4,图中情形(a)、(b)、(c)都是线与线之间的关系。其中,B 为细线型实体、A 为粗线型实体。在情形(a)中,A 包含在 B 内部,情形(b)中,A 的一个端点在 B 内部,另一个端点在 B 的外部。而在情形(c)中,A 的两个端点都在 B 的内部。然而,对于情形(a)、(b)、(c)其4元组空间关系描述框架的取值均为$\begin{bmatrix} \varnothing & -\varnothing \\ -\varnothing & -\varnothing \end{bmatrix}$,也就是说,$A$、$B$ 之间的关系可以由4元组的取值确定,但是有时4元组框架内部的元素取值尽管相同,却有可能属于不同的关系情况。



(a)　　(b)　　(c)

图4　4元组空间关系描述框架 line/line 情况不能区分示例

Fig.4　With Same Value Under 4-intersection Model

2.2　9元组空间关系描述框架

1) 9元组拓扑空间关系描述框架

为了能够将简单线型空间实体和简单线型空间实体、简单线型空间实体和简单面型空间实体的每一种描述形式,使之对应唯一的物理解释。空间实体的"补"作为空间实体的外部被引入空间关系描述框架,它同空间实体的边界、内部构成了简单空间实体的基本组件[2,3]。假设空间实体 A 的边界为 ∂A、内部为 A°、"补"为 A^{-},空间实体 B 的边界为 ∂B、内部 B°、"补"为 B^{-},它们两两之间的交集就构成了空间关系描述的9元组框架:

$$R(A,B)=\begin{bmatrix} \partial A\cap \partial B & \partial A\cap B^{\circ} & \partial A\cap B^{-} \\ A^{\circ}\cap \partial B & A^{\circ}\cap B^{\circ} & A^{\circ}\cap B^{-} \\ A^{-}\cap \partial B & A^{-}\cap B^{\circ} & A^{-}\cap B^{-} \end{bmatrix} \tag{2}$$

在式(2)中,内部每一元素的取值都有空($\varnothing$)与不空($-\varnothing$)两种可能。根据排列组合原理,9个元素项共有 $2^9=512$ 种可能的取值,也就是说两个简单空间实体之间存在512中关系可能,当然,绝大部分空间关系可能没有意义。

同式(1)相比较,式(2)在描述面/面、点/点、点/线、点/面空间实体组合时,并没有多大改进。式(2)能够唯一区分的情况,式(1)也能够唯一区分。从某种意义上讲,在这几类空间实体组合中,空间实体"补"的引进对空间实体之间关系的描述并无改善。然而,对于面/线、线/线空间实体组合,空间实体的"补"的引入,增强了空间关系描述的唯一性。在面/线空间实体组合中,5种式(1)不能区分的情况可以在式(2)下区分开来。在线/线空

间实体组合中,10种式(1)不能区分的情况在式(2)下则变得可区分。

作为4元组空间关系描述框架的扩展,9元组框架描述空间关系时,考虑了空间实体所在的空间。因而,4元组下不能区分的线与线、线与面之间混淆的情形,在9元组中可以得到澄清。

2)空间关系描述框架中引入“补”的意义

通过上述的细致分析,引入“补”作为空间实体的外部的作用和意义就很明显了。

① 能进一步区分少数基本空间关系,主要能解决线目标的共维(Co-dimension)问题。当考察两个空间物体之间的关系时,不仅要考虑空间物体自身(边界、内部),也要考虑它所在的空间。能够将线型空间实体与面型空间实体4种包含关系、线与线之间3种包含关系与在4元组框架下具有相同描述形式的交叉情形区分开。

② 对于点与线、点与面、点与点、面与面等几种空间实体组合,9元组框架所能够唯一、完备描述的关系,4元组框架同样可以描述。因此,“补”的引进对于这几种组合意义不太明确。

③ 空间实体的边界、内部、“补”的并集等于二维空间,这说明9元组是一个秩亏矩阵。从理论上讲,这也必然会不能区分一些空间物体间的拓扑关系。例如当两个空间物体分离(disjoint)时,其4元组的取值均为空;那么9元组中,其它5个元素 $\partial A\cap B^-$, $A^\circ\cap B^-$, $\partial B\cap A^-$, $B^\circ\cap A^-$, $A^-\cap B^-$ 均为非空。换言之,对于两个分离的空间物体,其9元组框架的值是固定不变的,而空间物体的分离关系可能是多种形式[4,5],由于9元组框架的取值不发生变化,故在9元组框架中不能有效区分开。

④ 在描述两个空间实体之间关系时,引入空间实体的“补”可以解决线实体的共维(Co-dimension)问题,但因此也带来了计算的复杂性,使空间实体之间关系分类过细。就查询语言级和查询处理级的意义而言,没有必要[1,2,3,6]。

⑤ 引进空间实体的“补”,对描述带空洞的空间实体之间的拓扑关系不起作用[6]。

⑥ 引进空间实体的“补”,对描述空间实体之间的方向关系也不起作用[6]。

3)“补”作为外部的缺点与不足

① 重叠太大

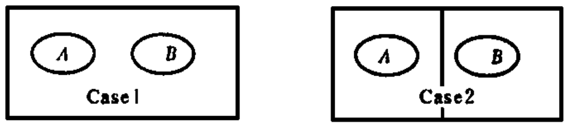
在9元组框架中,空间物体的外部定义为除去空间实体自身的所有二维空间,空间实体 A 的外部与 B 的外部有大量重叠,不论在何种情况下,在9元组框架中必然有 $A^-\cap B^- = \neg\varnothing$ 成立;空间实体 A 的外部几乎与所有的空间物体发生关系。

② 空间实体定义方面的不足

9元组描述框架仅适用于极少部分目标,难以描述复杂的空间实体。而空间物体的形态多种多样,既可以是简单点、简单线、简单面,也可以是复杂形状。而基于点集拓扑的9元组空间关系描述框架,只能适用于3类简单几何模型。

③ 不能描述空间邻近关系

如对于2个空间实体之间被第三个空间物体隔开(图5(b))和没有隔开(图5(a))两种情况,空间实体 A、B 之间的9元组框架内部元素相同,皆为:
$$\begin{bmatrix} \varnothing & \varnothing & \neg\varnothing \\ \varnothing & \varnothing & \neg\varnothing \\ \neg\varnothing & \neg\varnothing & \neg\varnothing \end{bmatrix}$$
但情形(a)中是空间邻近关系,而情形(b)中是隔开关系[5]。



(a)　(b)

图5　空间物体分离的两种情况

Fig. 5　Two Cases of Spatial Disjoint Objects

3　基于空间实体势力范围的空间关系描述9-交模型

基于以上分析可以得出,在4元组空间关系描述框架基础上引入空间实体的“补”作为空间实体的外部,仅能描述拓扑关系,通用性不强,不能解决空间邻近、顺序关系的形式化描述和定义;即使在描述拓扑关系时,也不能处理带空洞的面和环的问题。因此,引入“补”作为空间实体的外部意义并不是十分理想,因而,本文用空间实体的势力范围 A^V 代替空间实体的“补”,重新构造新的9元组。

3.1　用空间实体的势力范围代替“补”作为外部

定义7　空间实体的凸域($K(X)$),是指包含空间实体的最小连通(Connected)区域内部。

定义8　点的凸域($K(P)$)等于自身,即 $K(P)=P$。

定义9　线的凸域($K(C)$)等于线的内部,即 $K(C)=C^\circ$。

定义10　面的凸域($K(A)$)等于面的内部,即 $K(A)=A^\circ$。

定义11　环的凸域($K(LP)$)等于环所包围区域的内部,即 $K(LP)=LP^\circ$。

定义12　空间实体的势力范围(A^V),是指空

间实体的 Voronoi多边形与空间实体凸域的并集,即 $A^V=$ Voronoi$(A)\cup$ K(A).

这种定义方法同点集拓扑、Voronoi Diagram 中的相关论述是一致的。

图6中虚线包围的区域是面型物体 A、B、D,线型物体 C和点型物体 E、F、G、H的势力范围,虚线是势力范围的边界。

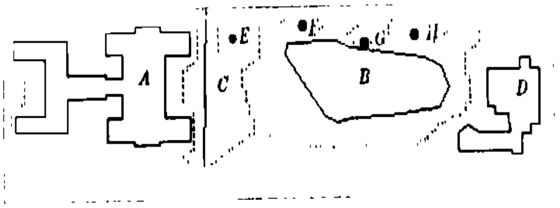


图6 带有空间实体势力范围的武测校园图

Fig. 6 The Campus Map with Voronoi Diagram

由空间实体 A、B的边界、内部、势力范围两两之间的9个交集就构成了描述空间实体之间关系的框架 NIV:

$$\mathrm{NIV}(A,B)=\begin{bmatrix}\partial A\cap\partial B & \partial A\cap B^{\circ} & \partial A\cap B^{V}\\ A^{\circ}\cap\partial B & A^{\circ}\cap B^{\circ} & A^{\circ}\cap B^{V}\\ A^{V}\cap\partial B & A^{V}\cap B^{\circ} & A^{V}\cap B^{V}\end{bmatrix}\qquad(3)$$

式(3)中,∂A、∂B分别为空间物体 A、B的边界;A°、B°分别为空间物体 A、B的内部;A^V、B^V为空间物体 A、B的势力范围。

特别要指出的是,这里描述的空间物体可以是简单空间实体,也可以是复杂空间实体。

3.2 NIV的特点分析

1)重叠的范围缩小、容易操作

空间实体的“补”是指除去空间实体的所有2维空间区域。在考察两个空间实体的关系时,用空间实体的外部是不可能的,因为空间实体的外部是一个无限区域。

在原9元组中,某一空间实体的外部与所有2维平面中的空间实体发生关系。而 NIV中,空间实体 A的势力范围(A^V)仅与有限的空间实体发生联系。例如在图6中,B的势力范围(B^V)仅与 F、H、E、C、G的势力范围(X^V)发生联系,与其它的空间实体的势力范围(A^V)不发生联系。

2)可以描述占空间关系中绝大部分的分离关系(Disjoint)

在现实世界中,两个空间实体分离的情况占绝大部分,原9元组将其都归为一类分离(Disjoint)关系,显然描述太粗。NIV可以将其分为 Voronoi邻近、被第三个空间实体隔开(Sdisjoint)、在空洞内部等3种情况。在一般的应用分析操作模型中,较多的情况可能仅涉及邻近的空间实体,将邻近关系分离出来构造邻近操作,可以大大缩小空间搜索范围,提高查询效率,减少计算量。

3)交叉与交互相结合

利用 NIV考察两个空间实体的相接(Connectivity)和包含(Include)关系时,空间实体被分解为边界、内部两个部件,由其构成的4元组可确定二者的空间关系,这符合了交互(Interaction-based)方法的基本思路。而当空间实体分离时,空间实体的势力范围又被看作一个整体,由此考察空间实体之间的空间邻近关系。从这层意义上讲,NIV空间关系描述框架又是交叉(Intersection-based)方法。因而,NIV被看作两种方法的有机结合。

4)保持了原9元组的优点

在 NIV中,∂A、∂B、A°、B°,保持了原9元组特点,取 A、B的势力范围取代 A、B的“补”,可以解决线/线、线/面之间的共维(co-dimention)问题。A、B势力范围有利于判断分离关系(包括相接),同时 ∂A、∂B、A°、B°、A^V、B^V的并不等于整个空间。当空间实体分离时,边界、内部失效了,Voronoi开始起作用。

当重叠或交叉时,空间实体的内部和边界起作用,空间实体的势力范围也起一定作用。如图7中,① 由 A和 B的内部和边界 ∂A、∂B、A°、B°,可判断其是相接的;② 由 B^V包含在 A^V之内可判断 A包围 B。综合①、②,可推断 B落在 A的空洞里且与 A的内侧相接,NIV值为:

$$\mathrm{NIV}(A,B)=\begin{bmatrix}-\varnothing & \varnothing & \varnothing\\ \varnothing & \varnothing & \varnothing\\ -\varnothing & -\varnothing & -\varnothing\end{bmatrix}$$

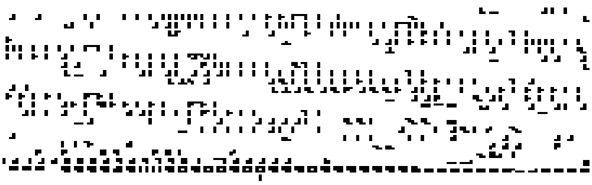


图7 A、B的内部、边界、Voronoi区示例

Fig. 7 A,B's Interior, Boundary and Voronoi Region

5)处理的对象不再是简单目标

原9元组处理的对象是简单点、简单线、简单面,如果放宽这一限制,那么在描述两个空间实体之间关系时,就不能保持描述形式的唯一性。而 NIV处理的目标,既可以是上述简单几何模型,也可以是环、带空洞的面等复杂空间实体。

参 考 文 献

1 Egenhofer J, Herring J R. A Mathematical Framework for the Definition of Topological Relationships, 1990. 803~ 813
2 Egenhofer J. Point-Set Topological Spatial Relations, 1991. 161~ 174
3 Sun Y, Chen J. Complete Topological Spatial Relations: the Framework and the Case in 2D Space. Wuhan, 1993. 16~ 24
4 Gold M. Spatial Adjacency - a General Approach, 1989. 298~ 312
5 Gold M. Problems with Handling Spatial Data-the Voronoi Approach, 1991. 65~ 80
6 Li C, Chen J. Describing Spatial Relationship Based on Voronoi Diagram in Discrete Space. In: International Archives of ISPRS. Vienna, 1996(B2): 227~ 234

The Nine-intersection Model for Describing Spatial Relation

Li Chengming[1]　*Chen Jun*[2]
1. (National Laboratory for Information Engineering in Surveying, Mapping and Remote Sensing, WTUSM, 39 Luoyu Road, Wuhan, China, 430070)
2. (National Geomatric Information Center, 1 Baisheng Village, Zizhuyuan, Beijing, China, 100044)

Abstract Because the original nine-intersection model for describing spatial relation can't describe ordering relation and adjacency, it is expanded by replacing the object's complement with object's influence range. The new frame for describing spatial relation is introduced. After that, the characters of new intersection model are given.

Key words influence range; four-intersection model; nine-intersection model

(上接第 200页)

13 Gold C M, Yang W, Spatial Data Management Tools Based on the Dynamic Voronoi Data Model (VORDLL 1. 1)-User's Manual, 1995
14 MapInfo Corporation. MapInfo Professional 4. 0 Reference, 1996

Using Voronoi Approach of Developing Topological Functions in MapInfo

Chen Jun　*Cui Bingliang*
(National Geometric Information Center, 1 Baisheng Village, Zizhuyuan, Beijing, China, 100044)

Abstract Neighbor relationship can be expressed by the Voronoi Diagram easily. Based on this attribute, the paper advances an approach to constructing neighbor relationship and developing topological functions in MapInfo.

Key words Voronoi Diagram; neighbor relationship; topological; MapInfo