DOI: 10.13203/j.whugis1997.01.005

第 22卷 第 1期　　武汉测绘科技大学学报　　Vol. 22　No. 1
1997年　3月　　Journal of Wuhan Technical University of Surveying and Mapping　　March　1997

一种用于影像镶嵌的快速最小二乘序贯算法*

邓德祥　吴章华　胡志雄

(武汉测绘科技大学光电工程学院,武汉市珞喻路 39号,430070)

摘　要　为解决影像镶嵌时快速正确地确定影像坐标系和用户坐标系的变换关系问题,本文介绍了一种改进的基于 Householder变换的最小二乘序贯算法。该算法可大大减少计算量,提高实用性。

关键词　影像镶嵌; Householder变换;最小二乘;快速序贯算法

分类号　TP751

扫描影像镶嵌的关键技术之一是怎样快速正确地确定影像坐标系和用户坐标系的变换关系。设 $f(x,y)$是原影像,$f(u,v)$是用户坐标系的影像,两者之间存在一个非线性变换 T:

$$(x,y)=T[(u,v)]$$

上述变换可用多项式来近似,即

$$x=\sum_{i=0}^{n}\sum_{j=0}^{n-i}a_{ij}u^iv^j,\quad y=\sum_{i=0}^{n}\sum_{j=0}^{n-i}b_{ij}u^iv^j$$

式中,a_{ij}、b_{ij}是待定系数,n为多项式次数。

变换 T的确定有两种基本方案。第一种方案是首先搜索全部的对应关系,然后进行求解。这种方案简单,效率较高,但对搜索的质量缺乏及时的了解,特别是在处理大影像时不可避免地会有粗差发生。第二种方案是一边搜索对应关系一边进行求解。这种方案对搜索的质量有很好的控制,但对求解的响应时间要求较严。因此,有必要采用快速的最小二乘序贯算法。

求解变换 T时,一般使用有较高数值稳定性的 Householder变换、Givens法和 Gramschmidt正交化法。本文介绍的一种改进的基于 Householder变换的最小二乘序贯算法,数值稳定性好,运算量大大减少。

1　最小二乘序贯算法的基本理论

设 L个对应关系 $(x_1,y_1)\leftrightarrow(u_1,v_1),(x_2,y_2)\leftrightarrow(u_2,v_2),\cdots,(x_L,y_L)\leftrightarrow(u_L,v_L)$,使用上述关系式进行拟合时,应使拟合误差平方和为最小,即使

$$X_x=\sum_{k=1}^{L}\left(x_k-\sum_{i=0}^{n}\sum_{j=0}^{n-i}a_{ij}u_k^iv_k^j\right)^2$$

$$X_y=\sum_{k=1}^{L}\left(y_k-\sum_{i=0}^{n}\sum_{j=0}^{n-i}b_{ij}u_k^iv_k^j\right)^2$$

最小。通常为简化计算,我们只取二次。记

$$A=[a_{00}\quad a_{01}\quad a_{02}\quad a_{10}\quad a_{11}\quad a_{20}]^T$$

$$B=[b_{00}\quad b_{01}\quad b_{02}\quad b_{10}\quad b_{11}\quad b_{20}]^T$$

$$t(k)=[1\quad v_k\quad v_k^2\quad u_k\quad u_kv_k\quad u_k^2]$$

$$k=1,2,\cdots,L$$

$$T_L=[t(1)\quad t(2)\quad\cdots\quad t(L)]^T$$

$$X_L=(x_1\quad x_2\quad\cdots\quad x_L)^T$$

$$Y_L=(y_1\quad y_2\quad\cdots\quad y_L)^T$$

由此有:

$$X_L=T_LA,\ Y_L=T_LB \tag{1}$$

(1)式的最小二乘解为:

$$A_L=[T_L^T\quad T_L]^{-1}T_L^TX_L,\ B_L=[T_L^T\quad T_L]^{-1}Y_L \tag{2a}$$

当对应关系增加到 $L+1$时,有:

$$T_{L+1}=[T_L\quad t(L+1)]^T \tag{2b}$$

令

$$P_L=[T_L^T\quad T_L]^{-1} \tag{3}$$

$$K_{L+1}=\frac{P_Lt^T(L+1)}{1+t(L+1)P_Lt^T(L+1)} \tag{4}$$

由文献[2]知:

$$A_{L+1}=A_L+K_{L+1}\{x_{L+1}-t(L+1)A_L\} \tag{5}$$

由(5)式可看出,最小二乘序贯求解实际上是对解不断修正的过程。

2　快速 Householder变换最小二乘序贯算法

对式(1)用改进的正交化方法对增广矩阵求正交三角分解,得:

收稿日期: 1996-10-11.邓德祥,男,35岁,副教授,现从事图像处理硬件技术和算法的研究。

* 国家科委“八五”科技攻关资助项目,编号 85-904-11-01-05

$$Q_L\,[T_L \quad X_L\,] = \begin{bmatrix} R_L & e_L \\ 0 & X_L \end{bmatrix} \qquad (6)$$

因而(1)式的最小二乘解由

$$R_L A_L + e_L = 0 \qquad (7)$$

给出,拟合误差平方和为 X_L^2。当对应关系增加到 $L+1$时,记

$$F_{L+1} = \begin{bmatrix} R_L & e_L \\ t_{L+1} & x_{L+1} \end{bmatrix} \qquad (8)$$

其正交三角分解为:

$$Q_{L+1} F_{L+1} = \begin{bmatrix} R_{L+1} & e_{L+1} \\ 0 & X_{L+1} \end{bmatrix} \qquad (9)$$

综合上述可看出,减少最小二乘序贯算法运算量的关键是 F_{L+1}的快速上三角化。

由文献[3]知,矩阵 $F = [f_{ij}]_{m\times 7}$ $(m \geqslant 7)$的上三角化可由 Householder变换公式完成:

$$\begin{cases} T_l = \left[\sum_{i=l}^{m} (f_{il}^{(l)})^2\right]^{\frac{1}{2}} \\ u_l = [0 \cdots 0 \quad f_{ll}^{(l)} + \mathrm{sign}(f_{ll}^{(l)})T_l \quad f_{l+1,l}^{(l)} \cdots f_{ml}^{(l)}]^{\mathrm{T}} \\ d_l = T_l(T_l + |f_{ll}^{(l)}|) \\ q_l^{\mathrm{T}} = u_l^{\mathrm{T}} F^{(l)} / d_l \\ F^{(l+1)} = Ft^{(l)} - u_l q_l^{\mathrm{T}} \\ l = 1, 2, \cdots, 7 \end{cases} \qquad (10)$$

式中 $F^{(l)}$表示 F经 $l-1$次变换所得到的矩阵,$F^{(1)} = F$。

由式(10)可看出,对矩阵上三角化时,该矩阵的所有列都参与变换,因而运算量较大。但若保存 $f_{ll}^{(l)}, l = 1, 2, \cdots, k-1$,就可以由 $f_k^{(l)}$ 递推出 $f_k^{(k)}$,从而在对第 k列进行变换时,列数大于 k的各列都可以不参与运算。下面给出具体的计算过程。

第 1步,计算第 1列初值:

$$U_1 = f_{11}^{(1)}, T_1 = \left[\sum_{i=l}^{m} (f_{i1}^{(1)})^2\right]^{1/2}$$

$$f_{11}^{(2)} = -\mathrm{sign}(U_1)T_1$$

第 2步,计算第 k列值。对 $k = 2, 3, \cdots, 7$作如下工作:

(1) 令 $l = 1, 2, \cdots, k-1$,

$$u_l = (0 \cdots 0 \quad U_l + \mathrm{sign}(U_l)T_l \quad f_{l+1,l}^{(l)} \cdots f_{ml}^{(l)})^{\mathrm{T}}$$

$$d_l = T_l(T_l + |U_l|)$$

$$q_l(k) = \left\{[U_l + \mathrm{sign}(U_l)T_l]f_{lk}^{(l)} + \sum_{i=l+1}^{m} f_{il}^{(l)} f_{ik}^{(l)}\right\} / d_l$$

$$f_k^{(l+1)} = f_k^{(l)} - q_l(k) u_l$$

(2)第 k列值为:

$$U_k = f_{kk}^{(k)}, T_k = \left[\sum_{i=k}^{m} (f_{ik}^{(k)})^2\right]^{1/2}$$

$$f_{kk}^{(k+1)} = -\mathrm{sign}(U_k)T_k$$

3 实验结果

经作者在 586/133微机上进行的扫描影像镶嵌实验,上述算法不仅正确,且运算量大大减少。限于篇幅,本文仅给出对表 1数据的求解结果。

表 1 影像坐标系和用户坐标系对应点

Tab. 1 Corresponding Points between Image and User Coordinate Systems

点号	u坐标	v坐标	x坐标	y坐标
1	0.0000	10.000	1 009.1	1 511.1
2	50.000	10.000	1 059.5	1 513.8
3	100.00	10.000	1 110.4	1 521.4
4	150.00	10.000	1 161.9	1 534.1
5	200.00	10.000	1 213.8	1 551.8
6	250.00	10.000	1 266.2	1 574.4
7	300.00	10.000	1 319.1	1 602.0
8	350.00	10.000	1 372.5	1 634.7
9	0.0000	100.00	1 019.0	1 601.1
10	50.000	100.00	1 070.8	1 605.1
11	100.00	100.00	1 123.0	1 614.1
12	150.00	100.00	1 175.8	1 628.1
13	200.00	100.00	1 229.1	1 647.1
14	250.00	100.00	1 282.9	1 671.1
15	300.00	100.00	1 337.1	1 700.1
16	350.00	100.00	1 391.9	1 743.2
17	0.0000	190.00	1 045.1	1 691.1
18	50.000	190.00	1 098.2	1 696.5
19	100.00	190.00	1 151.9	1 706.8
20	150.00	190.00	1 206.0	1 722.2
21	200.00	190.00	1 260.6	1 742.6
22	250.00	190.00	1 315.7	1 767.9
23	300.00	190.00	1 371.4	1 798.3
24	350.00	190.00	1 427.5	1 833.6

表 2 几种算法运算结果

Tab. 2 Results for Several Algorithms

算 法	直接求解法方程	Givens法序贯求解	常规 House-holder变换	本文介绍算法
a_{00}	1 009.1	1 009.1	1 009.0	1 009.0
a_{01}	0.000 2	0.000 2	0.000 2	0.000 2
a_{02}	0.002 0	0.002 1	0.002 0	0.002 0
a_{10}	1.000 4	1.000 4	1.000 4	1.000 4
a_{11}	0.000 3	0.000 3	0.000 3	0.000 3
a_{20}	0.000 1	0.000 1	0.000 1	0.000 1
运算时间	40ms	52ms	51ms	21ms
b_{00}	1 501.0	1 501.0	1 501.1	1 501.1
b_{01}	1.000 2	1.000 2	1.000 2	1.000 2
b_{02}	0.000 0	0.000 0	0.000 0	0.000 0
b_{10}	0.000 1	0.000 1	0.000 1	0.000 1
b_{11}	0.000 3	0.000 3	0.000 3	0.000 3
b_{20}	0.001 1	0.001 0	0.001 1	0.001 0
运算时间	40ms	52ms	51ms	21ms

从表 2中不难看出,4种算法所求结果正确,

其中本文介绍的算法速度最快.

参 考 文 献

1 王之卓 . 摄影测量原理续编 . 北京: 测绘出版社, 1986.
2 李德仁,郑肇葆 . 解析摄影测量学 . 北京: 测绘出版社, 1992.
3 冯 康 . 数值计算方法 . 北京: 国防工业出版社, 1987.
4 Goodwin G G, Payne R L. Dynamic System Identification– Experiment Design and Data Analysis. New York: Academic Press, 1977.

A Fast Squential Least Squares Algorithm for Image Joining

Deng Dexiang Wu Zhanghua Hu Zhixiong

(School of Photoelectric Engineering, WTUSM, 39 Luoyu Road, Wuhan, China, 430070)

Abstract In order to solve the problem of construction of transformation between different coordinate systems in image joining, this paper introduces a fast squential least sequares algorithm based on Householder transformation. Experimental results confirm the validity of the algorithm.

Key words image joining; Householder transformation; least squares; fast sequential algorithm

---

《测绘通报》和《测量员》将从 1997年起合并为月刊

为加速测绘科技信息的传播,适应广大测绘工作者的要求,经国家有关部门批准,国家测绘局主办、测绘出版社编辑出版的《测绘通报》和《测量员》两份专业期刊,将从 1997年元月起合并为月刊,刊名仍用《测绘通报》。开本为 16开,正文计 48 个页码,另加彩色的内封和中插页,由全国各地邮局公开发行。

新的《测绘通报》月刊将设下述主要栏目:【学术探讨】面向全国测绘工程技术人员,刊登现代测绘技术方面的论文;【技术交流】针对全国测绘生产作业人员,刊登常规测绘技术方面的文章;【国外测绘】编译国外测绘资料文献,介绍国外先进技术;【各刊要目】预告或转载国内外主要测绘期刊上的重要论文目录。

新的《测绘通报》月刊将不定期地开辟以下栏目:【行业管理】登载国家测绘行业管理方面的政策、法规;【科研成果】报道测绘行业具有推广价值的科研成果;【岗位培训】介绍测绘职工岗位培训的有关内容;【学会活动】预告或报道中国测绘学会以及与测绘相关的行业协会的活动内容。此外还将设有【科普知识】等可读性强的短小栏目。

现代测绘技术常常伴随着测绘仪器的变更而发展。为便于全国测绘生产单位选购测绘仪器设备,新的《测绘通报》月刊的封面、内封及中插页等将以彩色版面刊登仪器广告信息。

《测绘通报》编辑部将全力为广大作者、读者服务,真诚欢迎广大测绘工作者对办好本刊提出宝贵意见,热切期待全国测绘界的朋友一如既往地对本刊予以支持和帮助。

(《测绘通报》编辑部地址: 100045 北京市复外三里河路 50 号)