DOI:10.13203/j.whugis1995.03.010
第 20 卷第 3 期 武汉测绘科技大学学报 Vol. 20 No. 3
1995 年 9 月 Journal of Wuhan Technical University of Surveying and Mapping Sept. 1995

动态平差概括模型与假设检验*

李明峰 於宗俦 李延兴 于正林

（武汉测绘科技大学地球科学与测量工程学院，武汉市珞喻路39号，430070）

摘 要 建立了包括各种静态平差模型和线性动态平差模型的动态平差概括模型，推导了其主要求解公式。对动态平差概括模型下的形变检验和形变与粗差的可区分性检验作了公式推导和理论分析，丰富了形变监测数据处理理论。

关键词 动态平差；概括模型；形变；粗差；假设检验

分类号 P207

1 动态平差概括模型

1.1 模型的建立

在地壳形变监测数据处理与形变分析中，线性单点速率平差已成为一项总体了解区域形变、建立运动速率曲面函数以及进行 Kalman 滤波的基础性工作[1]。为使该平差方法更具有一般性和适用性，现建立其概括函数模型。

选一平差参考时刻 t_0，设 t_0 时刻监测网点的位置参数为 $\tilde{X}(t_0)$，点的运动速率参数为 $\tilde{\lambda}$，则有动态平差的概括模型：

$$F(\tilde{L},\tilde{X}(t_0),\tilde{\lambda}) = 0,\Phi(\tilde{X}(t_0),\tilde{\lambda}) = 0 \tag{1}$$

它的线性化形式为：

$$\underset{c,nn,1}{A\Delta} + \underset{c,ss,1}{B_x x} + \underset{c,tt,1}{B_\lambda \lambda} - \underset{c,1}{f} = 0 \tag{2}$$

$$\underset{z,ss,1}{C_x x} + \underset{z,tt,1}{C_\lambda \lambda} - \underset{z,1}{f_c} = 0 \tag{3}$$

上式即为具有限制条件的动态条件平差函数模型。其中，

$$-f = F(L,X_0),\ -f_c = \Phi(X_0,\lambda_0),d_f = c-(s+t)+z,c > s+t > z \tag{4}$$

系数矩阵与监测网图形和网点的位置有关。此外，B_λ、C_λ 还与选取的平差参考时刻 t_0 有关。

1.2 平差计算公式

未知参数的估值应满足如下方程：

$$\underset{c,nn,1}{AV} + \underset{c,ss,1}{B_x \hat{x}} + \underset{c,tt,1}{B_\lambda \hat{\lambda}} - \underset{c,1}{f} = 0 \tag{5a}$$

$$\underset{z,ss,1}{C_x \hat{x}} + \underset{z,tt,1}{C_\lambda \hat{\lambda}} - \underset{z,1}{f_c} = 0 \tag{5b}$$

根据最小二乘准则，由拉格朗日乘数法求条件极值可得该平差问题的总法方程：

$$AV + B_x\hat{x} + B_\lambda\hat{\lambda} - f = 0 \tag{6a}$$

$$C_x\hat{x} + C_\lambda\hat{\lambda} - f_c = 0 \tag{6b}$$

$$PV - A^{\mathrm{T}}K = 0,(B_x\,B_\lambda)^{\mathrm{T}}K + (C_x\,C_\lambda)^{\mathrm{T}}K_c = 0 \tag{6c}$$

收稿日期：1995－04－10. 李明峰，男，31岁，博士生，讲师，现从事大地形变测量数据处理研究。

* 国家计委专项基金资助项目。

其中,$\underset{c,1}{K}$、$\underset{z,1}{K_c}$ 分别为对应于条件方程(5a)(5b)$c \times 1$ 和 $z \times 1$ 的联系数向量,即

$$\underset{c,1}{K} = (k_1\ k_2 \cdots k_c)^{\mathrm{T}}, \underset{z,1}{K_c} = (k_x\ k_b \cdots k_z)^{\mathrm{T}} \tag{7}$$

由(6c)式可解得:

$$V = P^{-1}A^{\mathrm{T}}K = QA^{\mathrm{T}}K \tag{8}$$

将(8)式代入(6a)式,得法方程:

$$N_{aa}K + B_x\hat{x} + B_\lambda\hat{\lambda} - f = 0 \tag{9a}$$

$$(B_x\ B_\lambda)^{\mathrm{T}}K + (C_x\ C_\lambda)^{\mathrm{T}}K_c = 0 \tag{9b}$$

$$C_x\hat{x} + C_\lambda\hat{\lambda} - f_c = 0 \tag{9c}$$

式中,$N_{aa} = AP^{-1}A^{\mathrm{T}} = AQA^{\mathrm{T}}$。令:

$$B(B_x\ B_\lambda), C = (C_x\ C_\lambda), N_{xx} = B_x^{\mathrm{T}}N_{aa}^{-1}B_x, N_{x\lambda} = B_x^{\mathrm{T}}N_{aa}^{-1}B_\lambda = N_{\lambda x}^{\mathrm{T}}, N_{\lambda\lambda} = B_\lambda^{\mathrm{T}}N_{aa}^{-1}B_\lambda \tag{10a}$$

$$M_{xx} = N_{xx}^{-1} + N_{xx}^{-1}N_{x\lambda}\tilde{N}_{\lambda\lambda}^{-1}N_{\lambda x}N_{xx}^{-1}, M_{\lambda\lambda} = \tilde{N}_{\lambda\lambda}^{-1} = (N_{\lambda\lambda} - N_{\lambda x}N_{xx}^{-1}N_{x\lambda})^{-1} \tag{10b}$$

$$M_{x\lambda} = -N_{xx}^{-1}N_{x\lambda}\tilde{N}_{\lambda\lambda}^{-1} = M_{\lambda x}^{\mathrm{T}}, M_x = (M_{xx}\ M_{x\lambda}), M_\lambda = (M_{\lambda x}\ M_{\lambda\lambda}) \tag{10c}$$

$$N_{bb} = B^{\mathrm{T}}N_{aa}^{-1}B = \begin{pmatrix} N_{xx} & N_{x\lambda} \\ N_{\lambda x} & N_{\lambda\lambda} \end{pmatrix}, N_{bb}^{-1} = \begin{pmatrix} M_{xx} & M_{x\lambda} \\ M_{\lambda x} & M_{\lambda\lambda} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} M_x \\ M_\lambda \end{pmatrix}, N_{cc} = CN_{bb}^{-1}C^{\mathrm{T}} \tag{10d}$$

则由法方程可解得:

$$\hat{x} = M_x(I - C^{\mathrm{T}}N_{cc}^{-1}CN_{bb}^{-1})B^{\mathrm{T}}N_{aa}^{-1}f + M_xC^{\mathrm{T}}N_{cc}^{-1}f_c \tag{11a}$$

$$\hat{\lambda} = M_\lambda(I - C^{\mathrm{T}}N_{cc}^{-1}CN_{bb}^{-1})B^{\mathrm{T}}N_{aa}^{-1}f + M_\lambda C^{\mathrm{T}}N_{cc}^{-1}f_c \tag{11b}$$

顾及(9a)式,(8)式可写成:

$$V = QA^{\mathrm{T}}N_{aa}^{-1}(f - B_x\hat{x} - B_\lambda\hat{\lambda}) \tag{11c}$$

验后单位权方差的估值为:

$$\hat{\sigma}_0^2 = \frac{V^{\mathrm{T}}PV}{d_f} = \frac{V^{\mathrm{T}}PV}{c - s - t + z} \tag{12a}$$

由[2]的(2-4-29)a、(2-4-16)和(2-4-24)式可知,上式中 $V^{\mathrm{T}}PV$ 的计算式为:

$$V^{\mathrm{T}}PV = f^{\mathrm{T}}K + f_c^{\mathrm{T}}K_c \tag{12b}$$

其中,$K = N_{aa}^{-1}(f - B_x\hat{x} - B_\lambda\hat{\lambda}), K_c = N_{cc}^{-1}(f_c - CN_{bb}^{-1}B^{\mathrm{T}}N_{aa}^{-1}f)$。由(4)式按台劳级数展开并取至一次项有 $f = -F(\tilde{L}, X_0) + A\Delta$,故

$$Q_f = AQ_\Delta A^{\mathrm{T}} = AQA^{\mathrm{T}} = N_{aa} \tag{13}$$

在(11)式中,f_c 是与观测误差无关的项,应用协因数传播律可求得未知参数估值的协因数阵:

$$Q_{\hat{x}} = M_x(N_{bb} - C^{\mathrm{T}}N_{cc}C)M_x^{\mathrm{T}}, Q_{\hat{\lambda}} = M_\lambda(N_{bb} - C^{\mathrm{T}}N_{cc}^{-1}C)M_\lambda^{\mathrm{T}}, Q_{\hat{x}\hat{\lambda}} = M_x(N_{bb} - C^{\mathrm{T}}N_{cc}C)M_\lambda^{\mathrm{T}} \tag{14}$$

2　与其它平差模型的关系

1) 当观测期数取1时,即有 $B_\lambda = 0, C_\lambda = 0$,则(2)、(3)式成为具有限制条件的静态条件平差概括函数模型[2]。所以,静态平差概括函数模型是动态平差概括函数模型的特例。

2) 当 $A = I$ 时,(2)、(3)式成为附有条件的动态间接平差模型。

3) 当 $C_x = 0, C_\lambda = 0$ 时,(2)、(3)式成为附有未知数的动态条件平差模型。

4) 当 $A = I, C_x = 0, C_\lambda = 0$ 时,(2)、(3)式成为垂直形变监测数据处理中常用的动态间接平差模型。特别地,若按时间分段设立形变速率参数,即

$$\underset{t,1}{\hat{\lambda}} = (\hat{\lambda}_1^1\ \hat{\lambda}_1^2 \cdots \hat{\lambda}_1^{k_1} \cdots \hat{\lambda}_i^1\ \hat{\lambda}_i^2 \cdots \hat{\lambda}_i^{k_i} \cdots \hat{\lambda}_m^1\ \hat{\lambda}_m^2 \cdots \hat{\lambda}_m^{k_m}) \tag{15}$$

式中,下标 i 为点号,上标 k_i 为第 i 点上所分的时间段数。那么,(2)、(3)式成为分段线性速率平

差模型[3,4]。

3 形变检验

为讨论方便，利用(5b)式先解出 z 个未知参数，并将其代入(5a)式以消去这 z 个未知参数。消去未知参数的原则是优先消去位置参数，其次是形变速率参数。于是，得下述简化模型：

$$\underset{c,nn,1}{AV} + \underset{c,s}{B_{x_1}}\underset{s,1}{\hat{x}_1} + \underset{c,t}{B_{\lambda_1}}\underset{t,1}{\hat{\lambda}_1} - \underset{c,1}{f_1} = 0 \tag{16}$$

显然，上式是附有未知数的条件平差的函数模型，$d_f = c - (s_1 + t_1) = c - (s + t) + z$。

由上式组成法方程有：

$$N_{aa}K_1 + B_{x_1}\hat{x}_1 + B_{\lambda_1}\hat{\lambda}_1 - f_1 = 0 \tag{17a}$$

$$(B_{x_1}\ B_{\lambda_1})^{\mathrm{T}}K_1 = 0 \tag{17b}$$

取与(8)式相类似的简化符号，则有：

$$\begin{bmatrix} N_{x_1x_1} & N_{x_1\lambda_1} \\ N_{\lambda_1x_1} & N_{\lambda_1\lambda_1} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \hat{x}_1 \\ \lambda_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_{x_1}^{\mathrm{T}}N_{aa}^{-1}f_1 \\ B_{\lambda_1}^{\mathrm{T}}N_{aa}^{-1}f_1 \end{bmatrix} \tag{18}$$

令 $$Q_N = N_{aa}^{-1}(I - B_{x_1}N_{x_1x_1}^{-1}B_{x_1}^{\mathrm{T}}N_{aa}^{-1}) \tag{19}$$

由(18)式可解得： $$\hat{\lambda}_1 = (B_{\lambda_1}^{\mathrm{T}}Q_NB_{\lambda_1})^{-1}B_{\lambda_1}^{\mathrm{T}}Q_Nf_1 \text{ 且 } Q_{\lambda_1} = (B_{\lambda_1}^{\mathrm{T}}Q_NB_{\lambda_1})^{-1} \tag{20}$$

进一步可求得： $$\Omega_1 = V^{\mathrm{T}}PV = f_1^{\mathrm{T}}Q_Nf_1 \tag{21a}$$

由[2]的(7-4-29)式可知： $$\Omega_1 \sim \sigma_0^2\chi^2(c - s_1 - t_1) \tag{21b}$$

同理， $$\Omega_{\lambda_1} = \hat{\lambda}_1^{\mathrm{T}}Q_{\lambda_1}^{-1}\hat{\lambda}_1 \sim \sigma_0^2\chi^2(\delta_0^2, t_1) \tag{22a}$$

其中，非中心参数 δ_0^2 为： $$\delta_0^2 = \hat{\lambda}_1^{\mathrm{T}}Q_{\lambda_1}^{-1}\hat{\lambda}_1/\sigma_0^2 \tag{22b}$$

为了检验是否存在整体形变，提出如下原假设和备选假设：

$$H_0: E(\hat{\lambda}_1) = \lambda_1 = 0, H_1: E(\hat{\lambda}_1) = \lambda_1 \neq 0 \tag{23}$$

现将原假设作为(16)式的限制条件，即有：

$$A\bar{V} + B_{x_1}\bar{x}_1 + B_{\lambda_1}\bar{\lambda}_1 - f_1 = 0, [0\ I]\begin{bmatrix} \bar{x}_1 \\ \bar{\lambda}_1 \end{bmatrix} = 0 \tag{24}$$

其自由度 $d_f = c - s_1$。根据线性假设法有：

$$\Omega = \bar{V}^{\mathrm{T}}P\bar{V} = \Omega_1 + \Omega_{\lambda_1} \sim \chi^2(c - s_1) \tag{25}$$

因 Ω 的自由度为 Ω_1、Ω_{λ_1} 的自由度之和，故 Ω_1、Ω_{λ_1} 相互独立。顾及原假设成立时 $\delta_0^2 = 0$，因此，可构成下列统计量作形变检验：

当 σ_0^2 已知时 $$T_1 = \Omega_{\lambda_1}/\sigma_0^2 \sim \chi^2(t_1) \tag{26a}$$

当 σ_0^2 未知时 $$T_2 = \frac{\Omega_{\lambda_1}/t_1}{\Omega_1/(c - s_1 - t_1)} \sim F(t_1, c - s_1 - t_1) \tag{26b}$$

选择显著性水平 α，若 $T_1 \leqslant \chi_\alpha^2(t_1)$ 或 $T_2 \leqslant F_\alpha(t_1, c - s_1 - t_1)$，则接受 H_0，否则接受 H_1。

若将形变参数分成相对稳定组和形变组，可对部分形变参数作显著性检验。令：

$$\underset{t_1,1}{\hat{\lambda}_1} = (\underset{1,t_1-m}{\hat{\lambda}_f^{\mathrm{T}}}\ \underset{1,m}{\hat{\lambda}_m^{\mathrm{T}}})^{\mathrm{T}} \tag{27}$$

其中，$\hat{\lambda}_f$ 为相对稳定组参数，$\hat{\lambda}_m$ 为相对形变组参数。于是(16)式可写成：

$$AV + B_{x_1}\hat{x}_1 + B_{\lambda_f}\hat{\lambda}_f + B_{\lambda_m}\hat{\lambda}_m - f_1 = 0 \tag{28}$$

将上式中的 $\hat{x}_1$ 和 $\hat{\lambda}_f$ 合并成一个向量，并令：

$$B'_{x_1} = [B_{x_1}\ B_{\lambda_f}], \hat{x}'_1 = [\hat{x}_1^{\mathrm{T}}\ \hat{\lambda}_f^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}} \tag{29}$$

则有：

$$AV + B'_{x_1}\hat{x}_1' + B_{\lambda_m}\hat{\lambda}_m - f_1 = 0 \tag{30}$$

现提出如下原假设和备选假设：

$$H_0: E(\hat{\lambda}_m) = \lambda_m = 0, H_1: E(\hat{\lambda}_m) = \lambda_m \neq 0 \tag{31}$$

将原假设作为(30)式的限制条件，即有：

$$[0\ I]\begin{bmatrix}\hat{x}_1' \\ \hat{\lambda}_m\end{bmatrix} = 0 \tag{32}$$

完全按照上述(18)～(26)诸式的推导过程即可以直接写出如下各式：

$$Q'_N = N_{aa}^{-1}(I - B_{x_1}' N'^{-1}_{x_1 x_1} B'^{\mathrm{T}}_{x_1} N_{aa}^{-1}), \hat{\lambda}_m = (B_{\lambda_m}^{\mathrm{T}} Q_N' B_\lambda)^{-1} B_{\lambda_m}^{\mathrm{T}} Q'_N f_1 \tag{33a}$$

$$Q_{\lambda_m} = (B_{\lambda_m}^{\mathrm{T}} Q_N' B_{\lambda_m})^{-1}, \Omega_{\lambda_m} = \hat{\lambda}_m Q_{\lambda_m}^{-1} \hat{\lambda}_m \sim \sigma_0^2 \chi^2(m), \Omega_1 = f_1^{\mathrm{T}} Q_N' f_1 \sim \sigma_0^2 \chi^2(c - s_1 - t_1) \tag{33b}$$

当 σ_0^2 已知时，

$$T_1 = \Omega_{\lambda_m}/\sigma_0^2 \sim \chi^2(m) \tag{34a}$$

当 σ_0^2 未知时，

$$T_2 = \frac{\Omega_{\lambda_m}/m}{\Omega_1/(c - s_1 - t_1)} \sim F(m, c - s_1 - t_1) \tag{34b}$$

特别地，若 $m = 1$，则上述检验成为对单个形变参数的显著性检验。此时，作为形变检验的统计量为：

当 σ_0^2 已知时

$$T_1 = \Omega_{\lambda_m}/\sigma_0^2 \sim \chi^2(m) \text{ 或 } T_1^{1/2} = \Omega_{\lambda_m}^{1/2}/\sigma_0^2 \sim N(0,1) \tag{35}$$

当 σ_0^2 未知时

$$T_2 = \frac{\Omega_{\lambda_m}}{\Omega_1/(c - s_1 - t_1)} \sim F(1, c - s_1 - t_1)$$

或

$$T_2^{1/2} = \left(\frac{\Omega_{\lambda_m}}{\Omega_1/(c - s_1 - t_1)}\right)^{1/2} \sim t(c - s_1 - t_1) \tag{36}$$

在实际应用中，应将上述三种检验结合起来。当整体形变检验不显著时，可根据平差结果确定形变相对显著的区域，对该区域再作部分形变参数检验。若检验仍不显著，则认为监测区不存在形变，否则，应认为局部区域存在形变。当整体形变检验显著时，还应检验和剔除其中不显著的形变参数。首先执行“平差、检验、剔除”向后检验的循环过程，每次剔除统计量落在接受域内的所有形变参数中最不显著的那个参数，直至剩余参数平差后检验全部显著。然后，以具有上述显著性形变参数的平差模型为基础，再执行“平差、检验、引入”向前检验的循环过程，即将被剔除的参数逐一引入平差模型进行平差和检验。若其检验结果显著，则应考虑将其作为显著性参数引入平差模型。若有多个被剔除的参数此时检验结果显著，则应将其中最显著的参数引入平差模型。重复上述过程，直至没有显著性形变参数可引入。无疑，该检验方法可提高形变检验结果的准确性。

4　形变与粗差的可区分性检验

若存在粗差向量 $\underset{e,1}{G}$，则动态平差概括模型应为：

$$\underset{c,nn,1}{AV} + \underset{c,s_1}{B_{x_1}} \underset{s_1,1}{\hat{x}_1} + \underset{c,t_1}{B_{\lambda_1}} \underset{t_1,1}{\hat{\lambda}_1} + \underset{c,ee,1}{HG} - \underset{c,1}{f_1} = 0 \tag{37}$$

参照(20)式，平差时未考虑粗差而引起的模型误差对形变速率参数估值的影响为：

$$\nabla\hat{\lambda}_1 = -Q_{\lambda_1} B_{\lambda_1}^{\mathrm{T}} Q_N HG = MG \tag{38}$$

其中，$M = - Q_{\hat{\lambda}_1} B_{\lambda_1}^{T} Q_N H$。

在未考虑粗差影响下求出的形变速率参数估值 $\hat{\lambda}$(参见(20) 式)，主要反映的是形变还是未考虑粗差而引起的模型误差，必须通过统计区分检验作出判断。若 $\hat{\lambda}_1$ 主要是由于未考虑粗差而引起的模型误差所致，则可将 $\hat{\lambda}_1$ 视为观测值，将粗差 G 视为待估参数。顾及粗差对形变速率参数估值影响的关系((38) 式)，建立观测方程：

$$\underset{t_1,1}{L_\lambda} = \underset{t_1,ee,1}{MG} + \underset{t_1,1}{\Delta_\lambda} \tag{39a}$$

其中，$L_\lambda = \hat{\lambda}_1$。其随机模型为：

$$E(\Delta_\lambda) = 0, D(L_\lambda) = D(\Delta_\lambda) = D(\hat{\lambda}_1) = \sigma_0^2 Q_{\hat{\lambda}_1} = \sigma_0^2 P_\lambda^{-1} \tag{39b}$$

一般地，观测值中含有粗差是极个别的情况，即 $t_1 > e$。所以，上述问题有最小二乘解：

$$\hat{G} = (M^T P_\lambda M)^{-1} M^T P_\lambda \hat{\lambda}_1, Q_G = (M^T P_\lambda M)^{-1} \tag{40}$$

类似于前述推导，有

$$\Omega_G = \hat{G}^T Q_G \hat{G} \sim \sigma_0^2 \chi^2(e), \Omega'_1 = V_\lambda^T P_\lambda V_\lambda \sim \sigma_0^2 \chi^2(t_1 - e) \tag{41}$$

作对形变速率参数 λ_1 和粗差 G 统计区分检验的原假设和备选假设为：

$H_0 : E(\hat{\lambda}_1) = \lambda_1 = 0, E(\hat{G}) = G = 0$ 无形变无粗差

$H_{a1} : E(\hat{\lambda}_1) = \lambda_1 \neq 0$ 存在形变

$H_{a2} : E(\hat{G}) = G \neq 0$ 存在粗差

构建对 λ_1 和 G 统计区分检验的统计量如下：

当 σ_0^2 已知时，

$$T_1 = \Omega_{\hat{\lambda}_1} / \sigma_0^2 \sim \chi^2(t_1), T_2 = \Omega_G / \sigma_0^2 \sim \chi^2(e) \tag{42a}$$

当 σ_0^2 未知时，

$$T_1 = \frac{\Omega_{\hat{\lambda}_1} / t_1}{\Omega_1 / (n - s_1 - t_1)} \sim F(t_1, n - s_1 - t_1), T_2 = \frac{\Omega_G / e}{\Omega'_1 / (t_1 - e)} \sim F(e, t_1 - e) \tag{42b}$$

根据假设检验理论，选定某一显著性水平 α，取 $F_1 = \chi^2_{1-\alpha}(t_1)$ 或 $F_1 = f_{1-\alpha}(t_1, n - s_1 - t_1)$，$F_2 = \chi^2_{1-\alpha}(e)$ 或 $F_2 = F_{1-\alpha}(e, t_1 - e)$，可以得出下列检验判断结果：

1) 当 $T_1 < F_1$ 且 $T_2 < F_2$ 时，接受原假设 H_0，即认为既无形变也无粗差。

2) 当 $T_1 > F_1$ 且 $T_2 < F_2$ 或 $T_1 > F_1$、$T_2 > F_2$ 且 $T_1 > T_2$ 时，接受备选假设 H_{a_1}，即认为存在形变 λ_1。

3) 当 $T_1 < F_1$ 且 $T_2 > F_2$ 或当 $T_1 > F_1$，$T_2 > F_2$ 且 $T_1 < T_2$ 时，接受备选假设 H_{a2}，即认为存在粗差 G。

一般地，为了实际应用的方便，需对形变与单个粗差作统计区分检验。此时，G 为一个粗差，H 为 $c \times 1$ 系数向量，对应于(42) 式的粗差统计量为：

当 σ_0^2 已知时，

$$T_2 = \Omega_G / \sigma_0^2 \sim \chi^2(1) \text{ 或 } T_2^{1/2} = \Omega_G^{1/2} / \sigma_0 \sim N(0,1) \tag{43a}$$

当 σ_0^2 未知时，

$$T_2 = \frac{\Omega_G}{\Omega_1' / t_1} \sim F(1, t_1) \text{ 或 } T_2^{1/2} = \left(\frac{\Omega_G}{\Omega_1' / t_1}\right)^{1/2} \sim t(t_1) \tag{43b}$$

同样地，在统计区分形变与粗差的实际应用中，也应采用前述向后检验和向前检验的方法。但其含义截然不同：剔除的是最显著的粗差统计量所对应的观测值，引入的是最不显著的粗差统计量所对应的观测值。

综上所述：

1) 动态平差概括模型包括了静态平差和单点线性速率平差的各个具体模型，既便于学习和掌握平差的理论和方法，也便于编制通用平差软件。

2）基于动态平差概括模型的统计假设检验公式适用于各个静态平差模型或单点线性速率平差模型下的假设检验。本文对形变检验和形变与粗差的可区分性检验的探讨和分析有助于提高形变数据处理假设检验的准确性。

3）利用动态平差概括模型可以处理多期、甚至是零散的形变监测数据，大量的观测数据参与平差将有益于精度的提高。但是，过多期数的观测数据一起处理有可能导致定权不准确、线性运动假设不满足或线性运动分段不合理等问题。因此，建议先取2期观测数据作动态平差，然后按期增加观测数据。当增加观测数据后的平差结果与前一步平差结果有显著差异时，应分段平差、增设分段运动参数或重新确定观测值的权。

参 考 文 献

1　刘大杰，于正林，陶本藻. 形变测量数据的动态处理方法. 地壳形变与地震，1991(增刊)：51～62

2　於宗俦，于正林. 测量平差原理. 武汉：武汉测绘科技大学出版社，1990.

3　顾国华. 形变监测网的分段线性动态平差. 地壳形变与地震. 1990，10(2)：26～34

4　江在森，巩守文. 水准监测网的分段速度整体平差. 武汉测绘科技大学学报，1994，19(2)：157～162

5　陶本藻. 测量数据统计分析. 北京：测绘出版社，1992.

6　於宗俦. 在概括平差模型下的粗差检验理论. 测绘学报，1992，21(4)：241～248

7　李明峰，於宗俦，于正林. 动态平差模型下形变与粗差的可区分性研究. 武汉测绘科技大学学报，1995，20(1)：51～56

The Generalized Model for Kinematic Adjustment and the Related Statistical Testing Theory

Li Mingfeng　Yu Zongchou　Li Yanxing　Yu Zhenglin

(School of Geo-science and Surveying Engineering, WTUSM, 39 Luoyu Road, Wuhan, China, 430070)

Abstract　The generalized model for kinematic adjustment, which includes various static and linear kinematic adjustment models, is introduced in the paper. The main formulae of the generalized kinematic adjustment are derived then. Moreover, the statistical test of deformation and that of the separability between deformation and gross errors are discussed, and some suggestions are given.

Key words　kinematic adjustment; generalized model; deformation; gross error; statistical test