

# 模糊聚类分析用于基于分形的影像纹理分类\*

黄桂兰 郑肇葆

(武汉测绘科技大学地球科学与测量工程学院,武汉市珞喻路39号,430070)

**摘要** 利用模糊数学中的模糊聚类分析方法,通过计算和比较不同影像纹理空隙数据的相似系数 $r_{ij}$ ,来达到分类的目的。试验表明,此方法是有效可行的。

**关键词** 模糊聚类分析;纹理分类;空隙;分形几何

**分类号** TP751, O159

不少研究表明,基于分形的影像纹理分类是一种较好的方法。其分类方法以影像纹理的分维值为最基本的分类依据,影像纹理的分维值不同,则分属不同纹理类型。针对有些不同影像纹理其分维值十分接近的实际情况,我们还需要引入其它分形特征,如影像纹理的空隙(Lacunarity)值。但是,空隙值是一系列数据( $L$ 变化一次,对应有一个 $\lambda(L)$ 和 $C(L)$ 值),对此当然可以通过绘制 $\lambda(L)$ 或 $C(L)$ 与 $L$ 对应关系图来进行纹理分类,但这样做费时且效果不够明显,很难定量化。本文引进模糊数学中一个十分有效的模糊聚类分析方法用于解决此问题。

## 1 影像纹理分形特征的算法

### 1.1 影像纹理的分维估计

我们针对 $F(t)$ 是均值为零的正态分布函数的情况,即

$$F(t) = \int_{-\infty}^t \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{s^2}{2\sigma^2}} ds \quad (1)$$

给出估计分维 $d$ 的计算方法。

设 $X \in E^n$ ( $E^n$ 是 $n$ 维欧氏空间), $f(x)$ 是关于点 $X$ 的实值随机函数,若存在常数 $H(0 < H < 1)$ ,函数

$$F(t) = P\left\{\frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\|\Delta x\|^H} < t\right\} \quad (2)$$

是一个与 $X, \Delta X$ 无关的分布函数。 $f(x)$ 为分形布朗函数。式中, $H$ 为自相似参数。可得分维值:

$$d = n + 1 - H \quad (3)$$

考虑 $X(x, y) \in E^2$ , $Z = f(x)$ ,在灰度影像中, $f(x)$ 就是像素点 $X$ 的灰度等级。

实际上,分形布朗函数的定义(2)式可以写成:

$$E[|f(x + \Delta x) - f(x)|] \cdot \|\Delta x\|^{-H} = C \quad (4)$$

式中, $C$ 为常数,等于随机变量 $|t|$ 的均值,故由式(1)知:

$$C = \frac{2}{\sqrt{2\pi}}\sigma$$

\* 收稿日期:1994-12-20. 黄桂兰,女,30岁,博士生,现从事影像纹理分类研究。

\* 国家测绘局“八五”重点科技攻关资助项目。

对(4)式两边取对数,有

$$\log E[|f(x + \Delta x) - f(x)|] - H \cdot \log \|\Delta x\| = \log C \quad (5)$$

由于  $H$  和  $C$  均是常数,所以(5)式表示  $\log \|\Delta x\|$  与  $\log E[|f(x + \Delta x) - f(x)|]$  满足线性关系,当将它看成一直线方程时, $H$  表示直线的斜率, $\log C$  表示直线在  $\log E[|f(x + \Delta x) - f(x)|]$  轴上的截距。用分形布朗函数  $f(x)$  来逼近实际曲面时,其最小二乘误差为:

$$e^2 = \sum_{\|\Delta x\| = \min \|\Delta x\|}^{\max \|\Delta x\|} \{ \log E[|f(x + \Delta x) - f(x)|] - H \cdot \log \|\Delta x\| - \log C \}^2 \quad (6)$$

对  $\|\Delta x\|$  取不同值,根据上式和最小二乘法原理可求得各向同性分形模型的  $H$  和  $\log C$ 。

具体计算步骤为:

a. 对  $\|\Delta x\|$  取  $1, 2, \dots, k$  个像素,对影像区域中的所有  $X$ ,计算

$$E[|f(x + \Delta x) - f(x)|] \rightarrow E[I], \quad (I = 1, 2, \dots, k)$$

b. 根据式(6)和  $E[I]$ ,采用最小二乘法求出  $H$  和  $\log C$ .

c.  $3-H \rightarrow d$ (分维)

d. 结束

## 1.2 影像纹理空隙值的计算

空隙概念由 Mandelbrot 引入,其目的在于描述不同影像纹理出现相同分维之状况。Mandelbrot 给出了几种不同的空隙定义,最常用的是下面两种:

第一种表征空隙的是  $\lambda(L)$ :

$$\lambda(L) = [M^2(L) - (M(L))^2]/(M(L))^2$$

其中,  $M(L) = \sum_{m=1}^N m \cdot p(m, L)$ , 称为边长为  $L$  的盒子内之平均质量密度;  $M^2(L) = \sum_{m=1}^N m^2 \cdot p(m, L)$ 。式中,  $L$  为立方体盒之边长;  $m$  是落入边长为  $L$  的盒子中点数;  $p(m, L)$  为以影像面上点为中心, 盒边长为  $L$  时, 落入盒子中点数为  $m$  个的概率。对于每个  $L$  值, 有  $\sum_{m=1}^N p(m, L) = 1$ ,  $N$  为盒中可能会有的最大点个数。

第二种表征空隙的量为  $C(L)$ :

$$C(L) = [M(L) - N(L)]/[M(L) + N(L)]$$

其中,  $N(L) = \sum_{m=1}^N (1/m) \cdot p(m, L)$ , 是用边长为  $L$  的盒子覆盖该集所需个数除以集合所含有的总点数。 $L$  值变化一次,就相应地得到一个  $\lambda(L)$  和  $C(L)$  值。

## 2 模糊聚类分析的数学模型

由于所得到的  $\lambda(L)$  和  $C(L)$  是随  $L$  取值而变化的一系列数据,分析系列数据可以用绘图法,但绘图费时且不便定量化分类,因此有必要引入模糊聚类分析方法用于根据  $\lambda(L)$  或  $C(L)$  系列值进行定量化分类纹理中。

模糊聚类分析的内容及应用范围很广,这里仅简要介绍与我们进行纹理分类相关的部分。首先我们将各纹理影像的空隙值  $\lambda_i(L_k)$  (或  $C_i(L_k)$ ,  $k=1, 2, \dots$ ,  $i$  为纹理影像编号)建立模糊相似矩阵  $R=(r_{ij})_{n \times n}$ 。 $r_{ij}$  表示影像  $i$  与影像  $j$  按  $m$  个特征相似的程度,叫作相似系数。

对于影像纹理的分形特征中空隙值  $\lambda_i(L_k)$  ( $C_i(L_k)$  也一样,以  $\lambda_i(L_k)$  介绍之,  $k=1, 2, \dots$ ) 和  $\lambda_j(L_k)$ , 我们可根据实际情况按下列方法之一求出  $r_{ij}$ :

1) 最大最小法  $r_{ij} = \sum_{k=1}^m \min(\lambda_i(L_k), \lambda_j(L_k)) / \sum_{k=1}^m \max(\lambda_i(L_k), \lambda_j(L_k))$

2) 算术平均最小法  $r_{ij} = 2 \sum_{k=1}^m \min(\lambda_i(L_k), \lambda_j(L_k)) / \sum_{k=1}^m (\lambda_i(L_k) + \lambda_j(L_k))$

3) 几何平均最小法  $r_{ij} = \sum_{k=1}^m \min(\lambda_i(L_k), \lambda_j(L_k)) / \sum_{k=1}^m [\lambda_i(L_k) \cdot \lambda_j(L_k)]^{1/2}$

4) 指数相似系数法  $r_{ij} = \frac{1}{m} \sum_{k=1}^m \exp\left(-\frac{4}{3} \cdot \frac{(\lambda_i(L_k) - \lambda_j(L_k))^2}{S_k^2}\right)$

其中,  $S_k = [\sum_{i=1}^n (\lambda_i(L_k) - \bar{\lambda}_k)^2 / (n-1)]^{1/2}, \quad \bar{\lambda}_k = \sum_{i=1}^n \lambda_i(L_k) / n$

5) 相关系数法  $r_{ij} = \frac{\sum_{k=1}^m |(\lambda_i(L_k) - \bar{\lambda}_i)| \cdot |(\lambda_j(L_k) - \bar{\lambda}_j)|}{[\sum_{k=1}^m (\lambda_i(L_k) - \bar{\lambda}_i)^2 \cdot \sum_{k=1}^m (\lambda_j(L_k) - \bar{\lambda}_j)^2]^{1/2}}$

其中,  $\bar{\lambda}_i = \sum_{k=1}^m \lambda_i(L_k) / m, \quad \bar{\lambda}_j = \sum_{k=1}^m \lambda_j(L_k) / m$

6) 夹角余弦法  $r_{ij} = \sum_{k=1}^m \lambda_i(L_k) \cdot \lambda_j(L_k) / [\sum_{k=1}^m \lambda_i^2(L_k) \cdot \sum_{k=1}^m \lambda_j^2(L_k)]^{1/2}$

7) 绝对值距离  $r_{ij} = \sum_{k=1}^m |\lambda_i(L_k) - \lambda_j(L_k)|$

8) 欧氏距离  $r_{ij} = [\sum_{k=1}^m (\lambda_i(L_k) - \lambda_j(L_k))^2]^{1/2}$

9) 兰氏距离  $r_{ij} = \sum_{k=1}^m (|\lambda_i(L_k) - \lambda_j(L_k)| / |\lambda_i(L_k) + \lambda_j(L_k)|)$

10) 数量积法  $r_{ij} = \begin{cases} 1, & i=j \\ \sum_{k=1}^m \lambda_i(L_k) \cdot \lambda_j(L_k) / M, & i \neq j \end{cases}$

其中,  $M$  为适当选取的正数, 满足  $M \geq \max\{\sum_{k=1}^m \lambda_i(L_k) \cdot \lambda_j(L_k)\}$ 。

11) 非参数法: 令  $\lambda'_i(L_k) = \lambda_i(L_k) - \bar{\lambda}_i, \lambda'_{j'}(L_k) = \lambda_j(L_k) - \bar{\lambda}_j$ , 集合  $\{\lambda'_i(L_1), \lambda'_{j'}(L_1), \dots, \lambda'_i(L_n), \lambda'_{j'}(L_n)\}$  中正数个数记为  $n^+$ , 其中的负数个数记为  $n^-$ , 则

$$r_{ij} = [1 + (n^+ - n^-) / (n^+ + n^-)] / 2$$

12) 绝对值指数法  $r_{ij} = \exp(-\sum_{k=1}^m |\lambda_i(L_k) - \lambda_j(L_k)|)$

13) 绝对值倒数法  $r_{ij} = \begin{cases} 1, & i=1 \\ M' / (\sum_{k=1}^m |\lambda_i(L_k) - \lambda_j(L_k)|), & i \neq j \end{cases}$

其中,  $M'$  为适当选取的正数, 满足  $M' \leq \min(\sum_{k=1}^m |\lambda_i(L_k) - \lambda_j(L_k)|)$ 。

14) 绝对值减法:

$$r_{ij} = \begin{cases} 1, & i=j \\ 1 - C \sum_{k=1}^m |\lambda_i(L_k) - \lambda_j(L_k)|, & i \neq j \end{cases}$$

其中,  $C$  适当选取, 使  $0 \leq r_{ij} \leq 1$ 。

然后是聚类, 由上面所建立起来的模糊相似矩阵  $R$ , 视具体情况及以往经验取适当的值  $\lambda \in [0, 1]$ , 当  $r_{ij} > \lambda$  时, 就认为影像  $i, j$  属同一类纹理; 当  $r_{ij} \leq \lambda$  时, 则认为影像  $i$  与影像  $j$  不属同类纹理。这样就可得到一定模糊隶属度下的影像纹理分类结果。

### 3 试验与分析

根据上面的计算模型, 作者在微机 386 上用 Turbo C 语言编制了相应程序。先是计算出各试验影像子样的分维值, 比较相互间的分维值有无明显差异, 若有明显差异, 则分类结束; 若无明显差异, 则进一步计算出试验子样的一系列空隙值  $\lambda_i(L_t), C_i(L_t)$  ( $L_t$  一般取 2~12 即可) 和  $r_{ij}$ , 通过综观整体情况及以往经验确定出合适的  $\lambda$  值。比较  $r_{ij}$  与  $\lambda$  的大小, 就可达到在  $\lambda$  值模糊隶属度下的影像纹理分类结束了。

本次试验采用的是 17 幅用一般方法难以区分的航片影像子样, 每幅纹理影像子样大小均为 100pixel × 100pixel(程序不要求子样大小恒定为 100pixel × 100pixel), 灰度级为 0~255。已知这 17 幅本应分属 5 类, 即 1~3 为类 1; 4, 5 为类 2; 6~12 为类 3; 13~15 为类 4; 16, 17 为类 5。限于篇幅, 这里仅列出第 17 个子样的  $\lambda_{17}(L_t)$  和  $C_{17}(L_t)$  与其余 16 个子样所得模糊相似系数(见表 1)。因计算机内存有限,  $L_t$  的取值为  $L_t = 2, 3, \dots, 10$ , 计算一个 100pixel × 100pixel 影像子样的分维、 $\lambda(L_t)$  和  $C(L_t)$  约需 1min, 而计算  $\lambda(L_t)$  和  $C(L_t)$  的相似系数  $r_{ij}$  只需不到几十秒钟。

表 1 第 17 个子样与其它 16 个子样分别用  $\lambda(L_t)$  和  $C(L_t)$  所得相关系数  $r_{ij}$  值

		基准子样号															
$r_{ij}$ 的 14 种算法值		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
$\lambda(L)$ 部分	1	0.666	0.618	0.772	0.219	0.207	0.600	0.572	0.683	0.794	0.685	0.710	0.668	0.767	0.777	0.655	0.944
	2	0.800	0.764	0.871	0.359	0.343	0.750	0.728	0.812	0.885	0.813	0.831	0.801	0.868	0.874	0.792	0.971
	3	0.818	0.790	0.881	0.469	0.456	0.779	0.761	0.829	0.892	0.831	0.844	0.820	0.876	0.883	0.813	0.972
	4	0.155	0.116	0.424	0.000	0.000	0.133	0.098	0.189	0.380	0.221	0.213	0.188	0.304	0.336	0.216	1.000
	5	0.878	0.760	0.872	0.974	0.949	0.842	0.820	0.922	0.968	0.875	0.948	0.931	0.974	0.965	0.877	0.989
	6	0.990	0.982	0.990	0.996	0.994	0.983	0.978	0.991	0.996	0.987	0.994	0.990	0.997	0.996	0.987	0.999
	7	1.392	1.592	0.953	3.257	3.308	1.668	1790	1.320	0.860	1.313	1.208	1.382	0.973	0.930	1.437	0.236
	8	0.553	0.646	0.409	1.211	1.231	0.680	0.723	0.537	0.356	0.552	0.488	0.586	0.389	0.386	0.595	0.103
	9	1.550	1.776	1.003	5.043	5.156	1.794	1.973	1.363	0.836	1.319	1.235	1.419	0.971	0.900	1.486	0.208
	10	0.259	0.236	0.300	0.085	0.080	0.226	0.216	0.262	0.309	0.261	0.274	0.255	0.299	0.301	0.249	0.378
	11	0.688	0.562	0.688	0.562	0.688	0.562	0.625	0.625	0.688	0.625	0.688	0.625	0.625	0.625	0.625	0.625
	12	0.249	0.203	0.386	0.039	0.037	0.189	0.167	0.267	0.423	0.269	0.299	0.251	0.378	0.395	0.238	0.790
	13	0.006	0.005	0.008	0.002	0.002	0.005	0.004	0.006	0.009	0.006	0.007	0.006	0.008	0.009	0.006	0.034
	14	0.722	0.682	0.809	0.349	0.338	0.666	0.642	0.736	0.828	0.737	0.758	0.724	0.805	0.814	0.713	0.953
$C(L)$ 部分	1	0.880	0.884	0.870	0.783	0.779	0.927	0.995	0.993	0.966	0.984	0.988	0.978	0.968	0.954	0.979	0.978
	2	0.936	0.938	0.930	0.878	0.878	0.989	0.962	0.997	0.983	0.997	0.992	0.994	0.989	0.984	0.977	0.989
	3	0.940	0.942	0.935	0.898	0.898	0.989	0.964	0.997	0.997	0.983	0.992	0.994	0.989	0.984	0.997	0.989
	4	0.850	0.856	0.829	0.262	0.262	0.993	0.892	1.000	0.999	0.978	0.995	0.998	0.991	0.983	0.955	1.000
	5	0.989	0.988	0.986	0.915	0.911	0.999	0.992	1.000	1.000	0.998	1.000	0.997	0.996	0.993	0.999	0.000
	6	0.995	0.995	0.995	0.961	0.961	1.000	0.998	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.999	1.000
	7	0.730	0.707	0.789	1.684	1.687	0.133	0.477	0.032	0.041	0.215	0.097	0.073	0.139	0.198	0.292	0.135
	8	0.295	0.291	0.319	0.847	0.847	0.055	0.203	0.014	0.025	0.091	0.046	0.032	0.063	0.086	0.136	0.064
	9	0.770	0.746	0.813	1.247	1.249	0.096	0.416	0.034	0.069	0.194	0.118	0.049	0.156	0.174	0.209	0.125
	10	0.775	0.779	0.767	0.998	0.999	0.875	0.910	0.861	0.856	0.882	0.850	0.868	0.870	0.879	0.893	0.873
	11	0.625	0.625	0.625	0.688	0.688	0.625	0.625	0.625	0.625	0.625	0.625	0.625	0.625	0.625	0.625	0.625
	12	0.482	0.493	0.454	0.186	0.185	0.876	0.621	0.968	0.960	0.806	0.907	0.930	0.870	0.821	0.747	0.874
	13	0.011	0.011	0.010	0.005	0.005	0.060	0.017	0.247	0.197	0.037	0.082	0.110	0.058	0.040	0.027	0.059
	14	0.854	0.859	0.842	0.663	0.663	0.973	0.905	0.994	0.992	0.957	0.981	0.985	0.972	0.960	0.942	0.973

注: 表中计算  $r_{ij}$  的方法中, 第 7~9 是以  $r_{ij}$  愈小, 聚类程度愈高; 其余 11 种方法则是  $r_{ij}$  愈大, 其聚类程度愈好。

我们从表 1 中可以看出：

(1) 将模糊聚类分析方法用于影像纹理分类时,结果量化了,因而判断起来十分容易。

(2) 模糊聚类分析方法用于对影像纹理分形几何空隙特征值的处理,能有效地提高可区分性。从表 1 中可以看出:第 16 和 17 个子样的模糊相似系数普遍明显地高于其它值,因而属于同类。本次试验表明,17 个难区分的子样中仅类 3 中个别子样难以与类 4 用  $r_{ij}$  值区分开外,其余均能正确归类。

(3) 从表 1 中亦可看出,  $\lambda(L_t)$  的分类效果优于  $C(L_t)$  的分类效果。用  $\lambda(L_t)$  的 14 种计算  $r_{ij}$  方法中,第 5、6、10、11 种方法效果差一些;而用  $C(L_t)$  计算  $r_{ij}$  的 14 种方法中,因  $C(L_t)$  值随  $L_t$  值的增大具有趋向于 1 的普遍特性,因而  $C(L_t)$  的  $r_{ij}$  用于分类的效果就差一些。因此在用模糊聚类分析方法对空隙数据处理时,建议多采用  $\lambda(L_t)$  数据来计算  $r_{ij}$ ,且宜用第 1~4,7~9,12~14 种计算  $r_{ij}$  的方法,这样易于得到理想的效果。

## 4 结 论

本文针对分形几何用于影像纹理分类中空隙值难以定量化分类纹理的特点,探讨了将模糊聚类分析用于此的方法。试验表明,该方法是可行的,且能有效地提高纹理分类的效率。

### 参 考 文 献

- 1 Alexp P. Fractal-based Description of Natural Scenes. IEEE PAMI, 1984, 6(6): 1219~1230
- 2 Michael F B. Fractal Functions and Interpolation Constructive Apprximation. 1986(2): 303~329
- 3 Fric R D, et al. Modified Fractal Dimension as a Measure of Landscape Diversity. Photogrammetric Engineering & Remote Sensing, 1993, 59(10): 1517~1520
- 4 Susan S C, et al. On the Calculation of Fractal Features from Images. IEEE PAMI, 1993, 15(10): 1087~1090
- 5 James M K, et al. Characteristics of Natural Scenes Related to the Fractal Dimension. IEEE PAMI, 1987, 8(5): 632~640
- 6 Wu C M, et al. Texture Features for Classification of Ultrasonic Liver Images. IEEE Trans. on Medical Imaging, 1992, 11(2): 141~152
- 7 Samarabandu I, et al. Analysis of Bone X-Rays Using Morphological Fractals. IEEE. Tians. on Medical Imaging, 1993, 12(3): 466~470
- 8 Mankazn Y, Kaznhiko Y. Fractal-based Analysis and Interpolation of 3D Natural Surface Shapes and Their Application to Terrain Modeling. CVGIP, 1989(46): 284~302
- 9 Gerard G M, Yoshio Y. A Note on Using the Fractal Dimension for Segmentation. IEEE SI, 1984, 14(9): 25~30
- 10 Philippe P O, Richard G D. Performance Evaluation for Four Classes of Textural Features. Pattern Recognition, 1992, 26(8): 819~833
- 11 James M K, Suasn C. Texture Description and Segmentation Through Fractal Geometry. CVGIP, 1989(45): 150~166
- 12 Shmuel P, et al. Multiple Resolution Texture Analysis and Classification. IEEE PAMI, 1984, 6(4): 518~523
- 13 丁德恒等. 三维复杂表面形状的分维数分析和内插. 计算机学报, 1991, 710~716
- 14 葛苏林. 模糊子集·模糊关系·模糊映射. 北京:北京师范大学出版社, 1985.
- 15 汪培庄, 韩立岩. 应用模糊数学. 北京:北京经济学院出版社, 1989.
- 16 李洪兴等. 工程模糊数学方法及应用. 天津:天津科学技术出版社, 1993.

## The Application of Fuzzy Asesmble Analysis in the Classification of Image Texture Based on Fractal Geometry

Huang Guilan      Zheng Zhaobao

(School of Earth Science and Surveying Engineering, WTUSM, 39 Luoyu Road, Wuhan, China 430070)

**Abstract** This paper presents the use of fuzzy assemble analysis method in helping the classification of image texture. After calculating and comparing the relative coefficients of lacunarity data of different image texture, the purpose of texture classification can be realized. Images of either standard texture or aerial photogrammetric image texture yield good results with the use of this method.

**Key words** fuzzy assemble analysis; lacunarity; fractal geometry; image texture classification

### 简讯

由冯文灏教授主持研究的国家自然科学基金项目“高精度计算机立体视觉”最近通过专家鉴定。

该研究分析数字影像中线特征与角点特征的光学形成机理,研究高精度计算机视觉中的核心问题——直线与角点的高精度定位的理论与方法。

该研究根据直线传递函数,建立 Hough 空间线性回归的合理模型。它在理论上比目前常用的方法更加严密,是一种直线元素定位算子新的数字模型,解决了直线高精度定位问题。在点位算子的研究中,挑出 Wong-Trinder 高精度圆点定位算子,提出了一种新的“角点”定位算子,解决了“角点”的高精度定位问题。在理想情况下,精度可达 0.02 像素,这在国际上尚属首创。

经专家鉴定,认为该研究成果不仅具有较高的学术价值,而且还有明显的实际意义。提出的新的直线定位与角点定位方法属国际首创,具有国际先进水平。

该成果为建立高精度计算机立体视觉系统奠定了理论基础,为数字摄影测量系统的实用及提高近景摄影测量、高精度工业摄影测量的量测精度,提供了有益的手段,将会产生重大的社会效益和经济效益。该研究成果已经用于我国全数字化自动测图系统(WUDAMS),出口澳大利亚受到好评。