

文章编号:1671-8860(2012)12-1425-04

文献标志码:A

# 中长距离网络 RTK 大气延迟的 Kriging 插值方法研究

郭秋英<sup>1</sup> 郝光荣<sup>1</sup> 陈晓岩<sup>2</sup>

(1 山东建筑大学土木工程学院,济南市凤鸣路,250101)

(2 南方测绘济南分公司,济南市解放路 19 号,250013)

**摘要:**利用普通 Kriging 插值的指数函数模型和高斯函数模型,精密地实时估计网络 RTK 中用户站每一历元的大气延迟。利用一个含 6 个参考站的 GPS 网络(参考站间距为 38.8~132.7 km)的观测数据进行了实验,结果表明,对于长度为 79.1 km 的基线的双差电离层延迟和双差对流层延迟,相应的 Kriging 插值(指数模型和高斯模型)的精度一般可达 2 cm 和 5 cm,这表明普通 Kriging 插值可用于网络 RTK 用户站的大气延迟内插。

**关键词:**Kriging 插值; 变异函数; 大气延迟; 网络 RTK

**中图法分类号:**P228.41

GPS 参考站网络技术的一个核心问题是如何利用参考站网络内插出用户站的距离相关误差。从近几年国内外公开发表的文献来看,常用的插值方法有线性组合法、线性插值法以及低阶曲面拟合法等<sup>[1-4]</sup>。近年来,一些学者的研究表明,Kriging 方法能够顾及电离层和对流层延迟在空间和时间上的变化,是利用参考站网络模型化电离层和对流层影响的各种插值方法中的较好的选择<sup>[5]</sup>。不过,目前有关详细介绍 Kriging 插值用于中长距离网络 RTK 误差建模的文献仍较少。

本文研究基于 GPS 参考站网络估计的大气延迟,利用普通 Kriging 插值的指数函数模型和高斯函数模型,精密地实时估计网络 RTK 中用户站每一历元的大气延迟(电离层延迟和对流层延迟),并与线性插值以及低阶曲面拟合方法进行比较,以探讨普通 Kriging 插值在中长距离网络 RTK 大气延迟插值中的适用性。

## 1 参考点网络大气延迟误差分解

对于 GPS 参考点网络,参考站的坐标精确已知,利用各参考站的载波相位双频观测数据,采用

载波相位双差模型,利用最小二乘结合 LAMBDA 方法可以很容易地固定参考站网络中各基线的双差模糊度。当双差模糊度正确固定后,分别利用无几何影响的观测值组合以及无电离层影响的观测值组合即可获得参考站网络的双差电离层延迟和双差对流层延迟<sup>[1-2]</sup>。其基本原理如下所示。

载波相位双差观测方程一般可表示为:

$$\lambda_1 \nabla \Delta \varphi_{L_1} = \nabla \Delta \rho - \lambda_1 \nabla \Delta N_{L_1} + \nabla \Delta T - \mu_1 \nabla \Delta I + \nabla \Delta O + \nabla \Delta \varepsilon_1 \quad (1)$$

$$\lambda_2 \nabla \Delta \varphi_{L_2} = \nabla \Delta \rho - \lambda_2 \nabla \Delta N_{L_2} + \nabla \Delta T - \mu_2 \nabla \Delta I + \nabla \Delta O + \nabla \Delta \varepsilon_2 \quad (2)$$

式中各参数意义参见文献[1,2]。

式(1)减去式(2)得:

$$\lambda_1 \nabla \Delta \varphi_{L_1} - \lambda_2 \nabla \Delta \varphi_{L_2} = -(\lambda_1 \nabla \Delta N_{L_1} - \lambda_2 \nabla \Delta N_{L_2}) - (\mu_1 - \mu_2) \nabla \Delta I + (\nabla \Delta \varepsilon_1 - \nabla \Delta \varepsilon_2) \quad (3)$$

若忽略观测噪声,则可得到  $L_1$  载波的双差电离层延迟计算公式:

$$\begin{aligned} \nabla \Delta I &= \frac{f_2^2}{f_1^2 - f_2^2} \cdot \\ &[(\lambda_1 \nabla \Delta \varphi_1 - \lambda_2 \nabla \Delta \varphi_2) + (\lambda_1 \nabla \Delta N_1 - \lambda_2 \nabla \Delta N_2)] \end{aligned} \quad (4)$$

在双差整周模糊度解算出来以后,利用式(4)

即可求出参考站网络的双差电离层延迟。

将式(4)代入式(1)可得:

$$\nabla \Delta T + \nabla \Delta O + \nabla \Delta \epsilon_1 = \lambda_1 (\nabla \Delta \varphi_{L_1} + \nabla \Delta N_{L_1}) - \nabla \Delta \rho + \nabla \Delta I \quad (5)$$

对于 GPS 参考站网络,计算卫星坐标时可采用精密星历,因此,可忽略双差卫星轨道误差,则可得到参考站网络的双差对流层延迟计算公式:

$$\begin{aligned} \nabla \Delta T &= \frac{f_1^2}{f_1^2 - f_2^2} (\lambda_1 \nabla \Delta \varphi_1 + \lambda_1 \nabla \Delta N_1) - \\ &\quad \frac{f_2^2}{f_1^2 - f_2^2} (\lambda_2 \nabla \Delta \varphi_2 + \lambda_2 \nabla \Delta N_2) - \nabla \Delta \rho \end{aligned} \quad (6)$$

由于参考站的坐标精确已知,当双差整周模糊度正确固定后,利用式(6)即可求出参考站网络的双差对流层延迟。

## 2 基于普通 Kriging 插值的网络 RTK 用户大气延迟内插

### 2.1 普通 Kriging 插值的原理

设某一区域内采样点位置  $x_i$  处的观测值为  $Z(x_i), i=1, 2, \dots, n$ , 则插值点  $x_0$  处的估计值为:

$$Z^*(x_0) = \sum_{i=1}^n \lambda_i Z(x_i) \quad (7)$$

式中,  $\lambda_i$  为参与插值的属性值的权重。 $\lambda_i$  不是由距离单一决定的,而是在无偏最小方差条件下,由变异函数计算确定。

要得到无偏最优估计值,必须满足两个条件:  
① 无偏估计,即  $E[Z^*(x_0) - Z(x_0)] = 0$ ; ② 估计方差最小,即  $\text{var}[Z^*(x_0) - Z(x_0)] = \min$ 。则权重  $\lambda_i$  要满足以下方程:

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^n \lambda_i = 1 \\ \sum_{i=1}^n \lambda_i \gamma(x_i, x_j) + \mu = \gamma(x_i, x_0) \end{cases} \quad (8)$$

式中,  $\gamma(x_i, x_j)$  是样本点  $x_i$  与  $x_j$  之间的半方差;  
 $\gamma(x_i, x_0)$  是样本点  $x_i$  与插值点  $x_0$  之间的半方差;  
 $\mu$  是与方差最小化有关的拉格朗日乘数。

半方差可根据适宜的变异函数得到,变异函数用来表示变量的空间结构特征。Kriging 法的变异函数模型有多种,其中,常用的模型有球状模型、指数模型和高斯模型 3 种<sup>[6]</sup>。计算出权重  $\lambda_i$  的值后,即可求出插值点处的 Kriging 插值。

### 2.2 基于 Kriging 插值的网络 RTK 用户大气延迟内插

根据普通 Kriging 插值的基本原理,基于 Kriging 插值的网络 RTK 用户大气延迟内插方

法如下所示。

1) 首先,利用 GPS 参考站网络中各参考站的双频观测数据,计算出参考站间  $L_1$  和  $L_2$  载波相位的双差模糊度;然后,结合各参考站的已知坐标,分别利用式(4)和式(6)计算出参考站间的双差电离层延迟和双差对流层延迟。

2) 根据参考站间的距离及双差电离层延迟(或双差对流层延迟)计算实验半变异函数值  $\gamma^*(h)$ :

$$\gamma^*(h) = \frac{1}{2N(h)} \sum_{i=1}^{N(h)} [Z(x_i, y_i) - Z(x_j, y_j)]^2 \quad (9)$$

式中,  $h$  为滞后距;  $N(h)$  为距离为  $h$  的点对的个数; $Z(x_i, y_i)$  和  $Z(x_j, y_j)$  分别为参考站点  $(x_i, y_i)$  和  $(x_j, y_j)$  处的电离层延迟(或对流层延迟)。对不同的滞后距  $h$ ,利用式(9)可以计算出相应的实验半变异函数值  $\gamma^*(h)$ 。

3) 根据实验半变异函数值  $\gamma^*(h)$  拟合理论变异函数模型中的系数,具体拟合方法可参考文献[6]。

4) 根据拟合的理论变异函数模型构建 Kriging 方程组,计算参与插值的各参考站 Kriging 插值权重:

$$\mathbf{K} \cdot \boldsymbol{\lambda} = \mathbf{D} \quad (10)$$

$$\text{式中, } \mathbf{K} = \begin{bmatrix} \gamma_{11} & \gamma_{12} & \cdots & \gamma_{1n} & 1 \\ \gamma_{21} & \gamma_{22} & & \gamma_{2n} & 1 \\ \vdots & & & \vdots & \vdots \\ \gamma_{n1} & \gamma_{n2} & & \gamma_{nn} & 1 \\ 1 & 1 & \cdots & 1 & 0 \end{bmatrix}; \mathbf{D} = \begin{bmatrix} \gamma_{u1} \\ \gamma_{u2} \\ \vdots \\ \gamma_{un} \\ 1 \end{bmatrix}; \boldsymbol{\lambda} = [\lambda_1 \ \lambda_2 \ \cdots \ \lambda_n \ \mu]^T;$$

$= [\lambda_1 \ \lambda_2 \ \cdots \ \lambda_n \ \mu]^T$ ;  $\gamma_{ij}$  为各参考站间的理论变异函数值;  $\gamma_{ui}$  为用户站与各参考站间的理论变异函数值。

5) 利用 Kriging 插值求出用户站的电离层延迟(或对流层延迟):

$$Z(x_u, y_u) = \sum_{i=1}^n \lambda_i Z(x_i, y_i) \quad (11)$$

## 3 算例分析

算例采用山东某 CORS 网络中 6 个参考站的观测数据,参考站间距为 38.8~132.7 km(见图 1)。选取某日下午 4~6 点 2 h 的观测数据,历元间隔为 15 s。计算时,以  $G_1$  站作为主参考站,利用 2 h 的观测数据采用载波相位双差模型,利用最小二乘结合 LAMBDA 方法以及 F-ratio 值测试估计出各基线间的双差模糊度,然后计算出

各参考站与主参考站间的每一历元每颗卫星的双差电离层延迟和双差对流层延迟,将其作为标准值。

利用估计的参考站间的大气延迟进行以下实验:以 $G_5$ 作为流动站,利用其余5个参考站计算的大气延迟,分别采用Kriging插值、线性插值以及低阶曲面拟合法计算流动站相对于主参考站间的双差大气延迟,利用插值得到的大气延迟与通过网络估计的大气延迟(标准值)进行比较。其中,Kriging插值的理论模型分别采用了指数模型和高斯模型(实验表明球形模型不适用)。

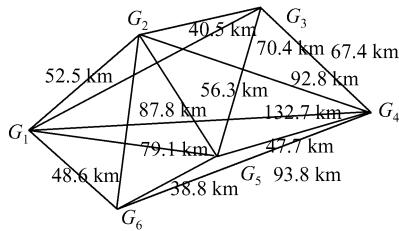


图1 参考站位置示意图

Fig. 1 Sketch of Reference Station Distribution

利用Kriging指数模型和高斯模型计算的基线 $G_1 \sim G_5$ 的双差电离层延迟与标准值的比较见图2、3,Kriging指数模型和高斯模型计算的基线 $G_1 \sim G_5$ 的双差对流层延迟与标准值的比较见图4、5。利用各种插值方法计算的基线 $G_1 \sim G_5$ 的双差电离层延迟与标准值的差值的统计特征见表1,双差对流层延迟与标准值的差值的统计特征见表2。其他卫星对的实验结果与卫星对13-3的结果类似,不再详细列出。

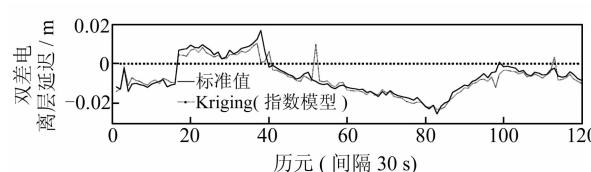


图2 Kriging(指数模型)计算的双差电离层延迟与标准值的比较

Fig. 2 Comparison of Estimated  $\nabla\Delta I$  by Kriging(Exponential Model) with Standard Value

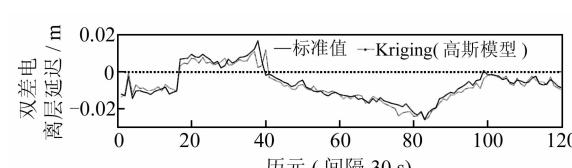


图3 Kriging(高斯模型)计算的双差电离层延迟与标准值的比较

Fig. 3 Comparison of Estimated  $\nabla\Delta I$  by Kriging(Gaussian Model) with Standard Value

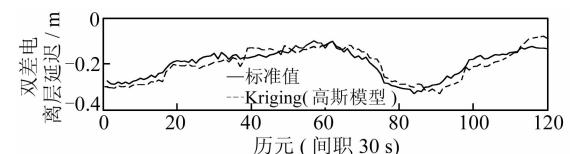


图4 Kriging(指数模型)计算的双差对流层延迟与标准值的比较(基线长度79.1 km,高差119.3 m)

Fig. 4 Comparison of Estimated  $\nabla\Delta T$  by Kriging(Exponential Model) with Standard Value(Baseline Distance 79.1 km, Height Difference 119.3 m)

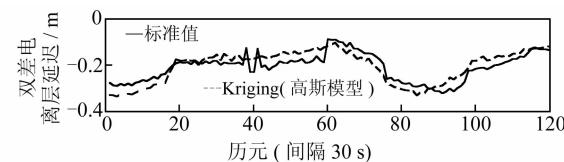


图5 Kriging(高斯模型)计算的双差对流层延迟与标准值的比较

Fig. 5 Comparison of Estimated  $\nabla\Delta T$  by Kriging(Gaussian Model) with Standard Value

表1 不同插值方法计算的双差电离层延迟的误差统计(卫星对13-3)/m

Tab. 1 Errors Statistics Results of  $\nabla\Delta I$  Estimated by Different Interpolation Methods(Satellite Pair 13-3)/m

插值方法	Max	Min	Mean	Std	RMS
线性插值	0.015 3	-0.023 6	-0.003 4	0.008 6	0.009 0
低阶曲面拟合	0.015 2	-0.023 7	-0.003 0	0.008 4	0.008 8
Kriging(指数模型)	0.020 0	-0.021 9	-0.000 1	0.008 7	0.008 5
Kriging(高斯模型)	0.015 2	-0.013 2	-0.001 5	0.008 0	0.008 0

表2 不同插值方法计算的双差对流层延迟的误差统计(卫星对13-3)/m

Tab. 2 Error Statistics Results of  $\nabla\Delta T$  Estimated by Different Interpolation Methods(Satellite Pair 13-3)/m

插值方法	Max	Min	Mean	Std	RMS
线性插值	0.034 1	-0.059 5	-0.009 7	0.029 8	0.030 7
低阶曲面拟合	0.045 3	-0.064 3	-0.008 8	0.033 4	0.033 8
Kriging(指数模型)	0.026 6	-0.042 6	-0.001 8	0.025 6	0.025 0
Kriging(高斯模型)	-0.046 7	-0.012 4	0.031 2	0.045 7	0.054 5

由图2~5可知,对于用户站的电离层延迟插值,利用Kriging插值计算的电离层延迟与通过网络计算的标准值很接近,其差值大部分小于2 cm,且指数模型和高斯模型没有很大的差别;对于用户站的对流层延迟插值,由于基线 $G_1 \sim G_5$ 两点间的高差较大,双差对流层延迟较大,Kriging插值计算的电离层延迟与通过网络计算的标准值的差值一般在5 cm以内,且指数模型要明显

好于高斯模型。由表1和表2可知,在电离层延迟插值方面,4种插值方法的精度比较接近,Kriging插值的高斯模型比指数模型以及线性插值和低阶曲面拟合法略微更接近于标准值;在对流层延迟插值方面,Kriging指数模型计算的精度要高于线性插值和低阶曲面拟合法,且明显优于高斯模型。

## 4 结语

对于中长距离基线的大气延迟,Kriging指数模型插值的精度稍微高于线性插值和低阶曲面拟合法,且Kriging指数模型插值效果要好于高斯模型。随着我国GPS网络RTK参考站数量的不断增加,还需进一步研究利用更多数量的参考站证明Kriging插值在用户误差插值中的有效性。特别是对于高差较大的长基线,如何提高对流层延迟的内插精度仍需进一步研究。

## 参 考 文 献

[1] 李成钢,黄丁发,周乐韬,等. GPS/VRS参考站网络

的对流层误差建模技术研究[J]. 测绘科学, 2007, 32(4): 29-31

- [2] 李成钢,黄丁发,袁林果,等. GPS参考站网络的电离层延迟建模技术[J]. 西南交通大学学报, 2005, 40(5): 610-615
- [3] Dai L, Han S, Wang J, et al. Comparison of Interpolation Algorithms in Network-Based GPS Techniques[J]. The Journal of Navigation, 2003, 50(4): 277-293
- [4] 唐卫明,刘经南,刘晖,等. 一种GNSS网络RTK改进的综合误差内插方法[J]. 武汉大学学报·信息科学版, 2007, 32(12): 1156-1159
- [5] Blanch J. An Ionosphere Estimation Algorithm for WAAS Based on Kriging[C]. The 15th International Technical Meeting of the Satellite Division of the U. S. Institution of Navigation, Portland, OR, 2002
- [6] 翟进乾. 克里金(Kriging)插值方法在煤层分布检测中的应用研究[D]. 太原:太原理工大学, 2008

**第一作者简介:**郭秋英,博士,副教授,主要研究方向为GNSS精密定位数据处理与分析。

E-mail: qyguo@sdjzu.edu.cn

## Kriging Interpolation for Atmospheric Delay of Medium- and Long-range Network-RTK

GUO Qiuying<sup>1</sup> HAO Guangrong<sup>1</sup> CHEN Xiaoyan<sup>2</sup>

(1) School of Civil Engineering, Shandong Jianzhu University, Fengming Road, Ji'nan 250101, China)

(2) South Surveying Corporation Ji'nan Branch, 19 Jiefang Road, Ji'nan 250013, China)

**Abstract:** Based on ionospheric and tropospheric delay calculated through a GPS reference station network, ordinary Kriging interpolation with Exponential and Gaussian functional model was investigated to estimate epoch-by-epoch ionospheric and tropospheric delay respectively for network-RTK user station. A GPS reference network including six stations (baselines range from 38.8 km to 132.7 km) was used to test Kriging interpolation method. Experimental results show that approximate 2 cm and 5 cm interpolation accuracy respectively for ionospheric and tropospheric delay for a baseline of 79.1 km is achieved using ordinary Kriging interpolation, which indicates that ordinary Kriging(Exponential and Gaussian functional model) is suitable for atmospheric delay interpolation of user station in medium- and long-range network-RTK system.

**Key words:** Kriging interpolation; variogram; atmospheric delay; network RTK