

# 两种地心参考系的惯性性质及比较<sup>\*</sup>

申文斌 晁定波 金标仁

(武汉测绘科技大学空间与地球动力学研究所, 武汉珞珈路 39 号, 430070)

**摘 要** 本文讨论了地心恒星参考系和地心本征参考系的惯性性质, 指出在距离地心 160 公里范围之外的空间, 地心恒星参考系的惯性性质优于地心本征参考系。然而, 为了研究人造卫星系统内部的某些效应, 则以建立原点位于人造卫星质心的卫星本征参考系为佳。

**关键词** 地心恒星系; 地心本征系; 惯性性质

**分类号** P312.2 P137.1

## 0 引 言

寻求具有较好惯性的参考系, 一直是天文和地球动力学研究工作者为之努力的目标之一。以地心参考系而论, 有以恒星定向的地心恒星参考系, 有以春分点定向的地心春分点参考系, 还有根据地球公转轨道的切线定向的地心本征参考系。前两种参考系比较常见, 例如可参见文献[1~5]。地心本征参考系少用, 其定义如下: 坐标原点选在地心,  $ox$  轴沿地心(绕太阳)运动轨道的切线方向, 轴和  $oz$  轴分别沿轨道的主法线和副法线方向,  $o-xyz$  构成右手直角坐标系。由于地心春分点参考系与地心恒星参考系没有多大差异, 因此, 我们只讨论并比较地心恒星参考系和地心本征参考系的惯性性质。

## 1 地心恒星参考系

由于地心恒星参考系的原点与地心重合, 其中第一轴  $ox$  在平赤道面内指向某颗恒星, 而第三轴  $oz$  与地球平均自转轴重合, 因此, 整个参考系随地心绕太阳中心的转动而平行移动。因此, 这个参考系不可能是真正的惯性系, 因为存在太阳和月球引力场的影响。由于地球引力场对地心恒星参考系和地心本征参考系的影响相同, 因此, 我们只讨论太阳和月球引力场的影响。

令  $P$  为地心恒星参考系中的任意一点, 那么,  $P$  处单位质点所受到的太阳的引力为

$$\vec{f}_P^s = -\frac{GM_s}{r^3} \vec{i} \quad (1)$$

其中  $G$  是万有引力常数,  $M_s$  是太阳质量,  $\vec{i}$  是太阳中心指至  $P$  点的向径。由于该参考系的平行转动,  $P$  处单位质点还受到一离心力, 该离心力可表示<sup>[6]</sup>成

收稿日期: 1992-09-65. 申文斌, 男, 33 岁, 讲师, 现从事物理大地测量、地球动力学以及相对论大地测量的研究。

\* 国家自然科学基金资助项目。

$$\vec{f}_i = [-\vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{i})] - [-\vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r})] = -\vec{\omega} \times [\vec{\omega} \times (\vec{i} - \vec{r})]$$

其中  $\vec{\omega}$  是地球的公转角速度,  $\vec{r}$  是地心至 P 点的向径, 而  $\vec{i} - \vec{r}$  正好代表太阳中心指至地心的向径  $\vec{r}_s$ , 故有

$$\vec{f}_i = -\vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r}_s) \equiv \vec{f}_s \quad (2)$$

其中  $\vec{f}_s$  是地心处单位质点受到的离心力。

式(2)表明, 整个地心恒星参考系均受到一恒定的离心力场  $\vec{f}_s$  的作用。由于在地心处, 离心力与引力正好平衡, 因此

$$\vec{f}_s = -\vec{f}_s^0 = \frac{GM_s}{r_s^3} \vec{r}_s \quad (3)$$

于是, 在任意一点 P, 单位质点所受到的合力为

$$\vec{F}_i = \vec{f}_i^0 + \vec{f}_i$$

将式(1)、(2)、和(3)代入上式得

$$\vec{F}_i = GM_s \left( -\frac{\vec{i}}{r^3} + \frac{\vec{r}_s}{r_s^3} \right) \quad (4)$$

根据式(4), 若  $\vec{i} \neq \vec{r}_s$ , 则  $\vec{F}_i \neq 0$ , 这表明, 除了地心处的小邻域之外, 其他任何地方的小邻域都是非惯性的。在距离地心为  $R$  ( $R$  为地球半径) 的地方, 非惯性影响的最大量级达到

$$\Delta g_s = GM_s \left[ -\frac{1}{(r_s + R)^2} + \frac{1}{r_s^2} \right]$$

准确到  $R/r_s$ , 得

$$\Delta g_s = \frac{GM_s}{r_s^2} \cdot \frac{2R}{r_s} = 5 \times 10^{-5} \text{ cm/sec}^2 \quad (5)$$

由式(5)给出的这一驱动加速度是很小的。然而, 如果时间足够长, 其影响相当可观。例如, 将一单位质点置于地球表面并假定地球引力场不存在, 那么, 该质点就会由于上述非惯性影响而作加速运动, 历经 1 小时后, 大约行进 3 米。当然, 由于地球引力场的存在以及周围环境的约束, 这种位移通常不会发生。但这种驱动力总是存在的, 而这种驱动力体现在具有粘弹性的整个地球上, 就会导致各种形变效应, 例如潮汐效应等<sup>[7,8]</sup>。

以上是假定月球不存在时的情形。现在将月球的影响也考虑进去。由于月球的存在, 地球中心在绕太阳公转的同时, 还要绕地月系质心转动。由于地心恒星参考系还以地月系质心为中心作平行转动, 因此, 该参考系中的任意一点, 还要受到与所在点位无关的由月球引起的离心力的作用。该离心力可表示成

$$\vec{f} = \frac{GM_m}{r_m^3} \vec{r}_m \quad (6)$$

其中  $M_m$  是月球质量,  $\vec{r}_m$  是由月球中心指至地心的向径。月球对空间任意一点 P 处单位质点产生的引力为

$$\vec{f}^0 = -\frac{GM_m}{l_1^3} \vec{l}_1 \quad (7)$$

其中  $\vec{l}_1$  是月球中心至 P 点的向径。于是, 由(6)和(7), P 处单位质点所受(由月球引起)合力

$$\vec{F}_{1i} = -\frac{GM_m}{l_1^3} \vec{l}_1 + \frac{GM_m}{r_m^3} \vec{r}_m \quad (8)$$

由(8)可看出, 若  $\vec{l}_1 \neq \vec{r}_m$ , 则  $\vec{F}_{1i} \neq 0$ 。在地心,  $\vec{F}_{1s} = 0$ 。在距地心为  $R$  的地方, 由月球引起的

最大的非惯性影响为

$$\Delta g_m = \frac{GM_m}{(r_m + R)^2} - \frac{GM_m}{r_m^2}$$

准确到  $R/r_m$ , 得

$$\Delta g_m = -\frac{GM_m}{r_m^2} \cdot \frac{2R}{r_m} = -10^{-4} \text{cm/sec}^2 \quad (9)$$

由式(5)和式(9)可以看出, 由月球引起的非惯性影响是太阳引起的非惯性影响的两倍。

## 2 地心本征参考系

为简便计, 先忽略月球而只考虑太阳对地心本征参考系的影响。在地心处, 引力与离心力之和为零:

$$\vec{f}_s + \vec{f}_c = 0$$

地心处的离心力  $\vec{f}_c$  仍然由式(3)给出。但在这里, 由于地心本征参考系不再具有平动性质, 因而位于参考系中不同点上的单位质点所受太阳的离心力是不同的。对于任意一点 P, 该处单位质点所受太阳的离心力可表示成

$$\vec{f}_c = -\vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{i}) \quad (10)$$

而受太阳的引力仍然由式(1)给出。

在距地心为  $R$  的地方, 最大的非惯性效应处于地心与太阳中心的连线上。以远离太阳的那个点为例, 这时

$$\Delta g = \omega^2(r_m + R) - \frac{GM_s}{(r_m + R)^2}$$

由于

$$\omega^2 r_m = \frac{GM_s}{r_m^2}$$

故有

$$\Delta g = \frac{GM_s}{r_m^2} \left(1 + \frac{R}{r_m}\right) - \frac{GM_s}{r_m^2} \left(1 + \frac{R}{r_m}\right)^{-2}$$

准确到  $R/r_m$ , 得

$$\Delta g = \frac{GM_s}{r_m^2} \cdot \frac{3R}{r_m} = 7.5 \times 10^{-5} \text{cm/sec}^2 \quad (11)$$

比较(5)和(11), 在不考虑月球的情况下, 在距地心  $2R/3$  的地球范围之内, 地心本征参考系比地心恒星参考系具有更好的惯性。

下面考虑月球的影响。在地心本征参考系中任意一点 P 处的单位质点所受(由月球引起的)合力为

$$\vec{F}_1 = -\frac{GM_m}{l_1^3} \vec{l}_1 + [-\vec{\omega}_0 \times (\vec{\omega}_0 \times \vec{l}_0)] \quad (12)$$

其中  $\vec{\omega}_0$  是地心绕地月系质心的转动角速度,  $\vec{l}_0$  是地月系质心指至 P 点的向径, 其他符号的意义同前。在距离地心为  $R$  的地方, 由月球引起的最大的非惯性效应为

$$\Delta g_1 = -\frac{GM_m}{(r_m + R)^2} + \omega_0^2(r_0 + R) \quad (13)$$

其中  $r_0 = 0.73R$  是地心至地月系质心的距离。由于

$$\omega_0^2 r_0 = GM_m/r_m^2$$

(13)可写成

$$\Delta g_1 = \left(1 + \frac{R}{r_0}\right) \frac{GM_m}{r_m^2} - \frac{GM_m}{(r_m + R)^2}$$

准确到  $R/r_{ms}$ , 由于  $R/r_0 \gg R/r_{ms}$ , 因此我们有

$$\Delta g_1 = \frac{GM_m}{r_m^2} \frac{R}{r_0} = \frac{r_{ms}}{2r_0} \cdot \frac{GM_m}{r_m^2} \frac{2R}{r_{ms}} = 40 \times 10^{-4} \text{cm/sec}^2 \quad (14)$$

与式(9)比较可知, 这个非惯性效应是地心恒星参考系相应效应的 40 倍。由此可知, 只有在距地心的距离小于  $2Rr_0/r_{ms} = 160$  公里的范围之内, 地心本征系才比地心恒星系具有更好的惯性。在上述范围之外, 地心恒星参考系优于地心本征参考系。

### 3 结 论

就我们所讨论的两种地心参考系本身的作用而论, 由于它们均不适合于描述地球内部质点的相对运动, 因此, 从总体上看, 地心恒星参考系优于地心本征参考系。然而, 为了研究人造卫星系统内部的某些效应, 这时以建立原点位于人造卫星质心的卫星本征参考系为佳。

### 参 考 文 献

- 1 Kovalevsky J. Steller reference system. Reference Frames, Kluwer Acad. Pub., 1989. 15
- 2 Ma C. Extragalactic reference frames. Reference Frames, Kluwer Acad. Pub., 1989. 43
- 3 Reigber C H. Reference frames for artificial satellites of the earth. Reference Frames, Kluwer Acad. Pub., 1989. 91
- 4 Mueller I I. Reference Coordinate Systems; An Update. OSU Rep., 1989.
- 5 Gaposchkin E M, Kolaczek B. Reference Coordinate Systems for Earth Dynamics, Reidel, 1981.
- 6 肖士琦. 理论力学简明教程. 北京: 人民教育出版社, 1979.
- 7 管泽霖, 宁津生. 地球形状及外部重力场. 北京: 测绘出版社, 1981.
- 8 方俊, 固体潮. 北京: 科学出版社, 1984.

## A Comparison and Their Inertial Properties of Two Kinds of Geocentral Reference Systems

Shen Wenbin Chao Dingbo Jin Biaoren

(Institute of Space Geodesy and Geodynamics, WTUSM, Luoyu Road 39, Wuhan, China, 430070)

**Abstract** In this paper, the authors discussed the inertial properties of the geocentral stellar reference system (GSS) and the geocentral innate reference system (GIS), and pointed out that, in the region where, for an arbitrary point P, the distance from P to the Earth's center is larger than 160 km, GSS is better than GIS. However, to study some effects in the system of artificial satellite, it is better to choose a satellite stellar reference system whose center is located at the mass center of the artificial satellite.

**Key words** geocentral stellar reference system; geocentral innate reference system; inertial properties.