

第15卷 第3期

武汉测绘科技大学学报

Vol.15 No. 3

1990年 9月

Journal of Wuhan Technical University of Surveying and Mapping

Sep. 1990

非定值角光学倍增干涉测角方法*

仲思东

摘要

本文提出了以非定值角倍增法进行小角度干涉测量的方法，推导出了非定值角激光干涉测角公式及有关的理论公式。依照该方法拟定了以光、机、电、算为核心的小角度干涉测量方案，并建立了一整套包括小角度旋转平台、测量干涉条纹宽度的光栅测量系统以及用微型计算机自动处理测量结果的小角度激光干涉测量装置。最后证明了理论结果与实验数据是相符合的，其测角可重复性误差小于 $0.^{\circ}03$ 。

【关键词】 非定值角；干涉测量；倍增

1 引言

在计量测试领域中，角度是一个重要的物理量，一个任意角度可以分解为若干个能等分圆周的定值角的组合和一个小角度尾数，因而小角度测量是角度测量的一个重要组成部分。近几年来，干涉理论用于角度测量得到迅速发展。特别是以激光做光源后，很多学者提出了不少新的测角方案。在小角度计量领域里具有代表性的是C8-1型正弦测角干涉仪和Fizeau型测角干涉仪，其测角精度为 $0.^{\circ}1\sim0.^{\circ}5$ 。激光干涉小角度测量按测角原理可分为正弦干涉测角和Fizeau型干涉测角。其中正弦测角法存在的主要问题是：（1）非线性系统误差，测量误差随测量范围的增大而增大；（2）其整个系统仍需高精度测角系统来定标。而Fizeau型干涉测角存在的主要问题则是测量条纹宽度的精度一直难于提高，因而小角度测量精度受到限制。众所周知，圆周大角度测量可以用全周 360° 作为角度测量的自然基准，而在小角度测量中这一基准就不复存在了。进一步提高小角度测量精度和如何建立高精度小角度测量的自然基准就成为目前较困难的课题之一。为此，本文首次提出并研究了以非定值角倍增进行高精度小角度干涉测量的方法。

定值角干涉测量与非定值角干涉测量之区别在于：用定值角测角是指构成定值角的两平面反光镜之夹角 α 在测量过程中保持不变（ α 的大小及位置应满足一定条件），使其角度依次

收稿日期：1989—09—05

*本文系由唐务浩教授指导的硕士学位论文的一部分。

传递⁽¹⁾，而非定值角测角是指构成定角的两平面反光镜之夹角 β 在测角过程中发生改变，而文中实测所代表的角度是 β 角改变量的 n 倍 (n 为正整数)，故称非定值角光学倍增干涉测量。

2 非定值角倍增法进行小角度测量的原理

2.1 干涉原理

如图 1 示，在形如迈氏干涉仪的干涉系统中，当反光镜 M_2 作一顺时针小角度偏转后，在接收屏上即可有条纹出现，测量出其前后条纹的不同宽度值 e_1 ， e_2 ，依据公式

$$\alpha = \frac{\lambda}{2} \left(\frac{1}{e_2} - \frac{1}{e_1} \right)$$

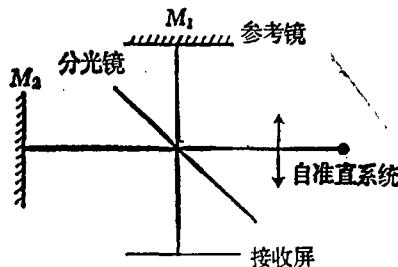


图 1

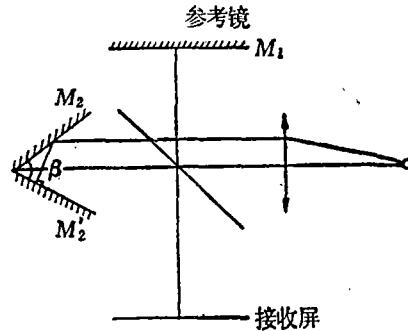


图 2

即可求得 M_2 的偏转角 α 。而当 M_2 换用一夹角为 β 的两块反射镜 M_2 ， M'_2 的反射系统时，如图 2 示（这里自然要求 β 应满足某特定条件而使得入射光线能沿原路返回），当 M_2 顺时针偏转一小角度时，接收屏上同样有干涉条纹出现，但此时的条纹间距的变化所对应的角度值是 M_2 偏转角的 n 倍 (n 为正整数)， n 即为角度倍增数，由于 n 的存在，无疑对测角精度大有益处。

2.2 初始定角 β 的大小及位置应满足的条件

设光束 b 入射到由反射镜 M_2 和 M'_2 组成的定角内，如图 3 示，如果要求入射光线能沿原路返回，那么在定角内多次反射的光线中必然有一束光线对其中一个反射面来说是垂直入射的。为解决问题方便起见，这里采用光线逆推法进行推导。图中 K_0 为光线垂直入射点附近的，点光线逆推 $K_1 K_2 \cdots K_i$ 分别为第 1，第 2 …… 第 i 次反射点， α_i 为光线第 i 次入射时与镜面的夹角，由反射定理知：

$$\alpha_0 = \beta + \alpha_1$$

$$\alpha_1 = \beta + \alpha_2$$

⋮

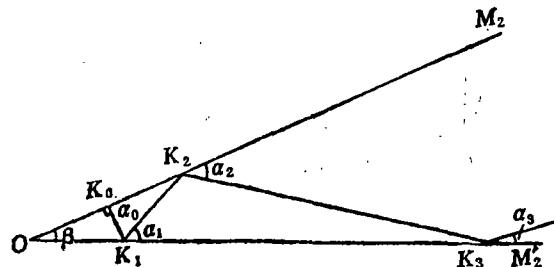


图 3

$$\alpha_i = \beta + \alpha_{i+1} \quad i = 0, 1, 2 \dots \quad (1)$$

将上述各式左右求和得:

$$\alpha_0 = (i+1)\beta + \alpha_{i+1} \quad i = 0, 1, 2 \dots \quad (2)$$

令 $N = i + 1$ 得:

$$\alpha_0 = N\beta + \alpha_N \quad (3)$$

若当 $\alpha_0 = 90^\circ$ 时, 得:

$$90^\circ = N\beta + \alpha_N \quad N = 1, 2, 3 \dots \quad (4)$$

上式是由光线逆推所推导的公式, 对于正推的入射光线显然应该有 $\alpha_1 = \alpha_N$, α_1 即光线入射时与第一入射面的夹角。则

$$90^\circ = N\beta + \alpha_1 \quad (5)$$

$$\alpha_1 = 90^\circ - N\beta \quad (6)$$

$$\beta = \frac{90^\circ - \alpha_1}{N} \quad (7)$$

以上三个公式就是定角的大小和位置应满足的特定条件。当 N 值确定后, α_1 和 β 的值之间是相互关联的, 但对两者任意一个没有独立的要求, 因而称 β 角为非定值角。

2.3 偏转角的测量

2.3.1 定角的改变在光路中的反映

如图 4 示, 光线沿转动面 M_2 入射。由式 (3) 可知:

$$\alpha_0 + \Delta\alpha = N(\beta + \Delta\beta) + \alpha_N + \Delta\beta$$

$$\Delta\alpha = (N+1)\Delta\beta$$

令 $\gamma = \Delta\alpha$, γ 即为 $N\beta$ 改变前与改变后之间差值, 则 $\gamma = (N+1)\Delta\beta$, 故

$$\Delta\beta = \frac{\gamma}{N+1} \quad (8)$$

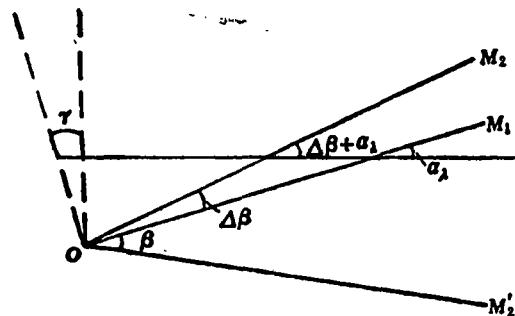


图 4

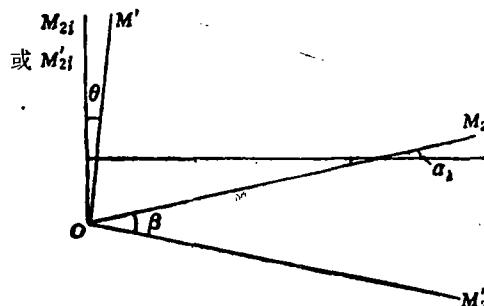


图 5

2.3.2 转动角 $\Delta\beta$ 的测定

由干涉原理知, 参考镜 M 相对分光镜的象 M' 与定角两反射面 M_2 或 M'_2 的象 M_2' 或 M'_2 之间形成空气楔如图 5 示, 其楔角可由下式给出:

$$\theta_1 = \frac{\lambda}{2e_1} \quad (9)$$

当转动 $\Delta\beta$ 后，即形成新的空气楔见图 6，

$$\theta_2 = \frac{\lambda}{2e_2} \quad (10)$$

由 γ 的定义知

$$\gamma = \theta_2 - \theta_1 \quad (11)$$

$$\therefore \gamma = \frac{\lambda}{2} \left(\frac{1}{e_2} - \frac{1}{e_1} \right) \quad (12)$$

代入式(8)得：

$$\Delta\beta = \frac{\lambda}{2(N+1)} \left(\frac{1}{e_2} - \frac{1}{e_1} \right) \quad (13)$$

2.4 测量范围

在实测条纹宽度 e 时，其方法是开一窗口读取其中所有条纹。窗口宽度为20mm， $l=20$ mm， $\lambda=6328\text{ \AA}$ ，限于实验条件， N 值取： $N=5$ 。计算得：

$$e_{\max} = 20\text{ mm}, \quad e_{\min} = 0.1\text{ mm}$$

由式(13)知： $\Delta\beta = 108.77'' \sim 0.54''$ 或 $+108.77'' \sim -108.77''$ 。

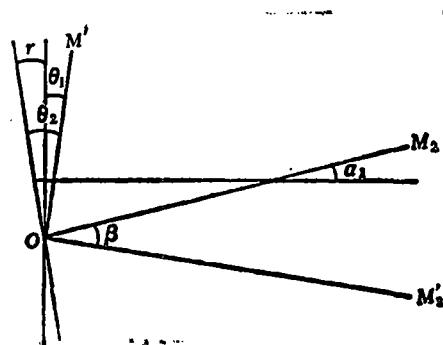


图 6

3 测量误差分析

3.1 条纹间距的测量误差

$$\begin{aligned} \text{由式 (13)} \quad \Delta\beta &= \frac{\lambda}{2(N+1)} \left(\frac{1}{e_2} - \frac{1}{e_1} \right) = \frac{\lambda}{2(N+1)} \cdot \frac{1}{e_2} - \frac{\lambda}{2(N+1)} \cdot \frac{1}{e_1} \\ &= \frac{\theta_2}{N+1} - \frac{\theta_1}{N+1} \end{aligned} \quad (14)$$

$$\text{令 } \Delta\theta_j = \frac{\theta_j}{N+1}, \quad j = 1, 2 \quad (15)$$

$$\therefore \Delta\theta_j = \frac{\lambda}{2(N+1)} \cdot \frac{1}{e_j} \quad (16)$$

$$\Delta\beta = \Delta\theta_2 - \Delta\theta_1 \quad (17)$$

式(14)、(15)、(16)中 λ 为光波波长； e_i 为待测条纹宽度，干涉条纹宽度 e 的测量存在测量误差，而引起 $\Delta\beta$ 的测量误差。设 e_1, e_2 的测量标准偏差为 $\sigma_{e_1}, \sigma_{e_2}$ ，在采用光栅测长手段下，一次条纹测量的标准偏差 $\sigma_e = 0.005\text{ mm} = 5\text{ }\mu$ 是没有问题的。

由式(16)得：

$$\sigma_{\Delta\theta_j} = \frac{\lambda}{2(N+1)} \cdot \frac{1}{e_j^2} \cdot \sigma_{e_j}, \quad j = 1, 2$$

实测中 $e_{\max} = e_2 = l = 20\text{ mm}$ ，所以

$$\sigma_{e_i} = \frac{e_i}{l} \sigma_e, \quad \sigma_{\Delta\theta_i} = \frac{\lambda}{2(N+1)} \cdot \frac{\sigma_e}{e_i} \cdot \frac{1}{l}$$

$\Delta\theta$ 的误差为

$$\begin{aligned}\sigma_{\Delta\theta}^2 &= \sigma_{\Delta\theta_1}^2 + \sigma_{\Delta\theta_2}^2 \\ \sigma_{\Delta\theta} &= \pm \frac{\lambda}{2(N+1)} \cdot \frac{\sigma_e}{l} \sqrt{\frac{1}{e_2^2} + \frac{1}{e_1^2}}\end{aligned}\quad (18)$$

实测中如果取4次测量平差值作为标准值，则：

$$\sigma_{\Delta\theta} = \pm \frac{\lambda}{4(N+1)} \cdot \frac{\sigma_e}{l} \sqrt{\frac{1}{e_2^2} + \frac{1}{e_1^2}} \quad (19)$$

代入数值 $\lambda = 6328 \text{ Å}$, $N = 5$, $\sigma_e = \pm 5 \mu$, $l = 20 \text{ mm}$, $e_2 = 20 \text{ mm}$, $e_1 = 0.1 \text{ mm}$, 得

$$\sigma_{\Delta\theta} = \pm 0.014''$$

从式(19)中可看出，由于被测角被放大了 N 倍，而使得测量精度比Fizeau型的测量精度提高了 $N+1$ 倍。

3.2 组成定角的两镜面的交线与回转轴不平行引起的误差

如图7示，设组成定角的两镜面的交线 OA 与回转轴 aa' 的夹角为 γ ，则测得角值不是 β 而是 β' ，由图中知，二角的关系为：

$$\tg \frac{\beta'}{2} = \frac{\tg \frac{\beta}{2}}{\cos \gamma} \quad (20)$$

若 $\gamma = 10''$ 时， $\beta' - \beta = -0.00002''$ ，经过调整使 γ 在 $10''$ 之内是容易实现的，因此，这项误差很小，忽略不计。

3.3 λ 的误差

在稳频技术手段下，可使 $\Delta\lambda = 10^{-7}$ ，所以此项误差亦可不予考虑。

3.4 光束斜入射对干涉条纹的影响

扩展光源照射楔形平板时，在定域面上产生干涉条纹。当光线非垂直于参考镜面入射时，此时，条纹宽度与楔角大小有如下关系式，如图8示：

$$\alpha = \frac{\lambda \cos \alpha}{2e \cos \theta_1} \quad (21)$$

由上式知，如果用式 $\alpha = \frac{\lambda}{2e}$ 来计算 α 时就会引入误差，在最大测角范围内，当 $\theta_1 = 0.50^\circ$ ， α 产生 $0.005''$ 误差； $\theta_1 = 2^\circ$ 时， α 产生 $0.08''$ 误差；当 $\theta_1 = 5^\circ$ 时， α 产生 $0.5''$ 误差。消除该系统误差的办法是取 $\theta_1 = \alpha$ ，亦即入射光线垂直于 M' 面入射，如图8所示。

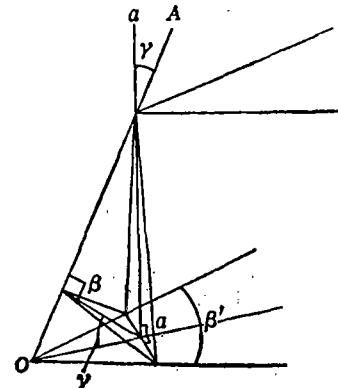


图 7

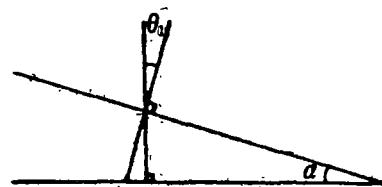


图 8

3.5 环境影响

在测试过程中，振动、环境温度的变化、尘粒以及空气抖动等均会给干涉条纹的测量带来误差，但在短时间内达到上述因素的相对稳定也是可以办到的。

经上述分析，其测角误差的主要因素是条纹宽度的测量误差，即

$$\sigma_{\Delta \theta} = \pm 0.014''$$

4 实验及结果

4.1 实验方法分析及系统考虑

据前面的理论分析，我们建立了如图 9 示的实验装置。整个系统由两大部分组成：A-角度倍增系统和B-干涉条纹宽度测量系统。在实验中，由激光器“1”发出的光束经反光镜“2”和“3”折转180°，经扩束镜“4”、“5”、针孔滤波器“6”、准直镜“7”、限束光阑“8”后变为直径为 $\phi = 25\text{mm}$ 的平行光束，该光束经偏振光片“9”后，由分束镜“10”分为两束：一束进入由平面反光镜“12”和“13”构成的角度倍增器后返回，另一束经参考镜“11”反射后返回，两束光在分光镜

“10”处相遇发生干涉，干涉条纹信息由瞄准显微镜“15”及光栅测量装置“16”、“17”接收后，数据并行送入微机系统进行处理，显示结果并打印记录。

在干涉系统中，所有平面反射镜均为平面性误差小于 $\lambda/20$ 的高精度平面，镀有高反膜，为减震将整个系统安置在全息平台上，为减小气流影响，整个干涉光路还以密封罩屏蔽。在测量过程中，角度值由精密旋转平台向被测器件传递。

4.2 实验结果

为了对激光干涉小角度测量系统及其各组成部分的原理及测试精度进行验证，我们进行了五项基本实验。最后对测角精度进行了验证，以一楔角为 α 的透射光楔作为标准角度发生器，插入和移出干涉光路，测量角度变化值，改变起始角度重复上述测量，测量分4次进行，每次测1组数据，每组测2个测回，每次测量均在开机后一小时进行，见附表，该系统的测角可重复性：

$$m_{重1} = \pm 0.024'', m_{重2} = \pm 0.009'', m_{合} = \pm 0.019''$$

我们发现， $m_{重1}$ ， $m_{重2}$ 以及 $\sigma_{\Delta \theta}$ 数据之间有一定差别，这主要是由以下两个因素造成的：

(1) 所测角度的起始位置不同；

(2) 测量环境的温度梯度变化及计量光栅灵敏限的综合影响。

我们在考虑上述因素后，应用公式(19)进行分析，实验结果与理论分析是相一致的^[3]。

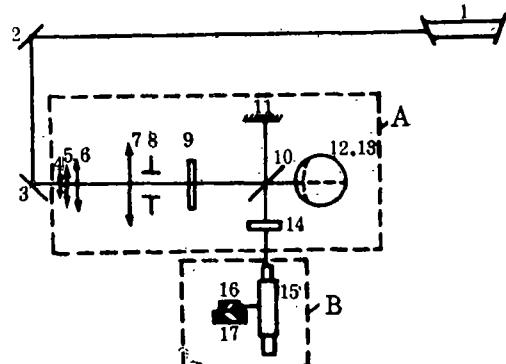


图 9

附表 数据可重复性实验

| | 1985.2.1 | | | 1985.2.2 | | | 1985.2.3 | | | 1985.2.4 | | |
|-----|----------|--------|--------|----------|--------|--------|----------|--------|--------|----------|--------|--------|
| | A | B | A-B |
| 1 | 30.439 | 10.897 | | 30.459 | 10.864 | | 30.507 | 10.913 | | 30.521 | 10.939 | |
| 2 | 30.418 | 10.905 | | 30.452 | 10.918 | | 30.535 | 10.917 | | 30.565 | 10.968 | |
| 3 | 30.439 | 10.913 | | 30.507 | 10.890 | | 30.507 | 10.890 | | 30.494 | 10.947 | |
| 4 | 30.459 | 10.950 | | 30.494 | 10.918 | | 30.432 | 10.918 | | 30.514 | 10.984 | |
| 平均值 | 30.439 | 10.917 | 19.522 | 30.478 | 10.898 | 19.580 | 30.496 | 10.910 | 19.585 | 30.521 | 10.959 | 19.562 |
| | 1985.2.5 | | | 1985.2.6 | | | 1985.2.7 | | | 1985.2.8 | | |
| | A | B | A-B |
| 1 | 60.099 | 40.605 | | 60.242 | 40.662 | | 60.056 | 40.546 | | 60.171 | 40.614 | |
| 2 | 60.171 | 40.567 | | 60.314 | 40.699 | | 60.171 | 40.567 | | 60.199 | 40.681 | |
| 3 | 60.171 | 40.662 | | 60.171 | 40.614 | | 60.171 | 40.586 | | 60.242 | 40.662 | |
| 4 | 60.199 | 40.539 | | 60.157 | 40.595 | | 60.114 | 40.605 | | 60.199 | 40.624 | |
| 平均值 | 60.160 | 40.593 | 19.567 | 60.221 | 40.643 | 19.578 | 60.135 | 40.576 | 19.559 | 60.203 | 40.645 | 19.558 |

5 结论及应用前景

众所周知，无论角度，还是长度，或是其它几何量，被严格地倍增N倍后进行测量，在具有相同的测量条件，并且如果当测量该量的相对误差不变的情况下，那么由倍增后的测量结果所得到的被测量的相对精度，比没有倍增的情况提高了 $N - 1$ 倍，亦即测量精度提高了 $N - 1$ 倍，基于这一思想，我们从Fizeau型干涉测角仪的测角公式 $\alpha = \frac{\lambda}{2} \left(\frac{1}{e_2} - \frac{1}{e_1} \right)$ 出发，按照所提出的非定值角光学倍增干涉测角方法，推导出了非定值角倍增测角公式（13），及 $\Delta\beta$ 的测量误差公式（19），并由此建立了一整套测角系统。

实验结果表明，文中所采用的方法及所建立的实验装置是可行的，理论分析与实验结果相符合，实现了小角度倍增测量的目的，这为建立高精度小角度测量的自然基准提供了可靠依据。干涉条纹宽度的测量如果应用CCD技术，那么在测量速度、精度和自动化程度上将会得到进一步的提高。同时，该方法从理论上讲可进一步提高倍增数N值以更进一步提高角度测量精度。依照该原理所建立的测角装置将对高精度、高灵敏度电子水泡的检测和对光栅格值刻线误差的检测等一系列困难问题起到迎刃而解的作用。

参 考 文 献

- [1] James B Saunder. Journal of the Optical Society of America, 51 No.8, 1961.
- [2] Wayne R. Moore Foundations of Mechanical Accuracy. The Moore Special Tool Company, 1970.
- [3] β考洛米佐夫。干涉仪的理论基础及应用技术。标准出版社, 1982。

The Method of Laser Interference Measure Small Angles with Optics Multiplication Non-reference Angles

Zhong Sidong

Abstract

This paper presents the method of laser interference measure small angles with optics multiplication non-reference angles. The formula is derived for laser interference measure of angles with non-reference angles and method concened. The plan is formulated, which accomplish the laser interference measure of small angles with optics, machinery, electricity and micro computer, therefore a system of laser interference measure of small angles is built, including small angles turning terrace, optic grating system of measuring interference pattern and microcomputer automatic handling system. Results for the method are found to be closed to the experimental data. The repeatability error of measuring angles is less than 0.03 sec.

【Key words】 non-reference; laser interference measure; multiplication