DOI:10.13203/j.whugis1990.01.011

第15卷 第1期 武汉测绘科技大学学报 Vol.15 No.1
1990年 3月 Journal of Wuhan Technical University of Surveying and Mapping Mar. 1990

三维网平差的方差分量估计*

盛乐山

摘 要

本文将方差分量估计理论运用于三维网平差中，推导出了含定向角未知数及消去定向角未知数的方差分量估计公式，并进行了模拟和实例计算，从而建立了合理的三维网平差随机模型。

【关键词】 方差分量估计；三维网平差；随机模型

在包含两种或多种不同类型观测值的平差问题中，其随机模型往往难以准确地建立。方差分量估计理论对合理地确定随机模型很有帮助。本文将探讨利用方差分量估计来合理地建立起三维网平差随机模型的有关理论和应用。

1 误差模型

为了对某平差问题进行方差分量估计，必须正确地掌握该平差问题的误差模型，如果给出的误差模型本身就不正确，那么再好的方差分量估计也无法正确地求出方差分量估值。因此，正确地建立误差模型是极为重要的。

相位式测距仪的基本公式为：

$$D = \frac{C_0}{2n_g f_s}\left(N + \frac{\Delta\phi}{2\pi}\right) + k \tag{1}$$

式中，C_0 为激光在真空中的传播速度；n_g 为标准大气条件下的群折射率；f_s 为测尺频率；k 为仪器常数。

分析各种因素产生的误差[2]，可知测距误差是由两部分组成的，一部分为固定误差，与距离无关；另一部分为比例误差，与距离有关，即：

$$m_D^2 = m_a^2 + m_b^2 D^2 \tag{2}$$

式中，m_a^2 为固定误差；m_b^2 为比例误差。

收稿日期：1989—03—03

*本文得到丁　　曾教授、刘志德副教授的精心指导，鲁林成教授提出了许多宝贵意见，在此一一并致谢！

有些参考文献采用公式：

$$m_D = m_a + m_b D \tag{3}$$

笔者认为前式更为合理。

对方向和垂直角观测值，假设它们分别是等精度的观测值，方向观测值的中误差为m_l，垂直角观测值的中误差为m_β。

从(2)式可知，边长观测值中含有两个待估参数m_a^2和m_b^2，〔2〕中已从理论上证明了利用方差分量估计不能同时准确求定m_a^2和m_b^2。事实上，在实际作业之前，要利用所谓“六段法”来测定仪器的加常数（固定误差）和乘常数（比例误差），由此可以确定固定误差m_a和比例误差m_b的大小。在实际观测过程中，固定误差受外界的影响（如温度、湿度、气压等）很小，并且与观测对象(如边长的长短，高差的大小等)的关系也不大，亦即在正常情况下固定误差在观测过程中的变化是很小的，可以认为是一个常数。而比例误差受外界因素的影响很大，并与观测对象也密切相关，往往与标称值相差较大。基于以上理由，我们在以下的推导中都假定m_a^2不变，再利用方差分量估计求m_b^2，m_l^2，m_β^2。象Helmert型方差分量估计一样，它也是利用平差后的残差平方和来估计m_b^2，m_l^2，m_β^2的。以下还将通过实例计算说明：假如m_a^2有较小的误差，那么可利用m_b^2较好地补偿由于m_a^2所引起的误差。

2 三维网平差中含定向角未知数的方差分量估计公式

三维网平差的函数模型为：

$$\begin{aligned}
V_1 &= A\hat{Z} + B_1\hat{x} - f_1 \\
V^2 &= B_2\hat{x} - f_2 \\
V_3 &= B_3\hat{x} - f_3 \\
C_x\hat{x} &= f_x
\end{aligned} \tag{4}$$

式中，V_1，V_2，V_3分别是方向观测值、边长观测值及垂直角观测值的改正数；$\hat{Z}$是定向角未知数。

随机模型为：

$$D_{L_1} = \theta_1 T_1, \qquad D_{L_2} = \overline{T}_2 + \theta_2 T_2, \qquad D_{L_3} = \theta_3 T_3 \tag{5a}$$

式中

$$\begin{aligned}
&\underset{n_1,n_1}{T_1} = \begin{pmatrix} m_l^2 & & \\ & \ddots & \\ & & m_l^2 \end{pmatrix}, \qquad \underset{n_2,n_2}{\overline{T}_2} = \begin{pmatrix} m_a^2 & & \\ & \ddots & \\ & & m_a^2 \end{pmatrix} \\
&\underset{n_2,n_2}{T_1} = \begin{pmatrix} m_b^2 s_1^2 & & & \\ & m_b^2 s_2^2 & & \\ & & \ddots & \\ & & & m_b^2 s_{n_2}^2 \end{pmatrix}, \qquad \underset{n_3,n_3}{T_3} = \begin{pmatrix} m_\beta^2 & & \\ & \ddots & \\ & & m_\beta^2 \end{pmatrix}
\end{aligned} \tag{5b}$$

θ_1，θ_2，θ_3 分别是 m_l^2，m_b^2，m_β^2 的方差因子；D_{L_1}，D_{L_2}，D_{L_3} 分别是方向观测值、边长观测值及垂直角观测值的方差阵，仍用 P_1，P_2，P_3 表示相应的权阵，令 θ_1，θ_2，θ_3 的真值等于1，则有：

$$P_1 = T_1^{-1}, \qquad P_2 = (\overline{T}_2 + T_2)^{-1}, \qquad P_3 = T_3^{-1} \tag{5c}$$

并设：$\overline{P}_2 = T_2^{-1}$，　$\overline{\overline{P}}_2 = \overline{T}_2^{-1}$

令：　$\overline{B}_1 = [A \quad B_1]$，$\overline{B}_2 = [0 \quad B_2]$，$\overline{B}_3 = [0 \quad B_3]$，$C = [0 \quad C_x]$，$\hat{Y}^T = [\hat{Z}^T \quad \hat{x}^T]$，

$f_y = f_x$

则（1）式的法方程为：

$$\begin{pmatrix} \overline{B}_1^T P_1 \overline{B}_1 + \overline{B}_2^T P_2 \overline{B}_2 + \overline{B}_3^T P_3 \overline{B}_3 & C^T \\ C & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \hat{y} \\ k \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \overline{B}_1^T P_1 f_1 + \overline{B}_2^T P_2 f_2 + \overline{B}_3^T P_3 f_3 \\ f_y \end{pmatrix} \tag{6}$$

由[1]，(6)式可得：

$$V_1 = (\overline{B}_1 Q_{\hat{y}} \overline{B}_1^T P_1 - I) f_1 + \overline{B}_1 Q_{\hat{y}} \overline{B}_2^T P_2 f_2 + \overline{B}_1 Q_{\hat{y}} \overline{B}_3^T P_3 f_3 + V_1^0 \tag{7a}$$

$$V_2 = \overline{B}_2 Q_{\hat{y}} \overline{B}_1^T P_1 f_1 + (\overline{B}_2 Q_{\hat{y}} \overline{B}_2^T P_2 - I) f_2 + \overline{B}_2 Q_{\hat{y}} \overline{B}_3^T P_3 f_3 + V_2^0 \tag{7b}$$

$$V_3 = \overline{B}_3 Q_{\hat{y}} \overline{B}_1^T P_1 f_1 + \overline{B}_3 Q_{\hat{y}} \overline{B}_2^T P_2 f_2 + (\overline{B}_3 Q_{\hat{y}} \overline{B}_3^T P_3 - I) f_3 + V_3^0 \tag{7c}$$

式中，$Q_{\hat{y}} = N_{bb}^{-1} - N_{bb}^{-1} C^T N_{cc}^{-1} C N_{bb}^{-1}$，　　$N_{cc} = C N_{bb}^{-1} C^T$

$N_{bb} = (\overline{B}_1^T P_1 \overline{B}_1 + \overline{B}_2^T P_2 \overline{B}_2 + \overline{B}_3^T P_3 \overline{B}_3)$

V_1^0，V_2^0，V_3^0 为常数项，I 为单位方阵。

令：$R_1 = \overline{B}_1 Q_{\hat{y}} \overline{B}_1^T P_1 - I$，　$R_{12} = \overline{B}_1 Q_{\hat{y}} \overline{B}_2^T P_2$，　$R_{13} = \overline{B}_1 Q_{\hat{y}} \overline{B}_3^T P_3$

$R_{21} = \overline{B}_2 Q_{\hat{y}} \overline{B}_1^T P_1$，　$R_2 = \overline{B}_2 Q_{\hat{y}} \overline{B}_2^T P_2 - I$，　$R_{23} = \overline{B}_2 Q_{\hat{y}} \overline{B}_3^T P_3$

$R_{31} = \overline{B}_3 Q_{\hat{y}} \overline{B}_1^T P_1$，　$R_{32} = \overline{B}_3 Q_{\hat{y}} \overline{B}_2^T P_2$，　$R_3 = \overline{B}_3 Q_{\hat{y}} \overline{B}_3^T P_3 - I$

则有：

$$D(V_1) = R_1 D_{L_1} R_1^T + R_{12} D_{L_2} R_{12}^T + R_{13} D_{L_3} R_{13}^T \tag{8a}$$

$$D(V_2) = R_{21} D_{L_1} R_{21}^T + R_2 D_{L_2} R_2^T + R_{23} D_{L_3} R_{23}^T \tag{8b}$$

$$D(V_3) = R_{31} D_{L_1} R_{31}^T + R_{32} D_{L_2} R_{32}^T + R_3 D_{L_3} R_3^T \tag{8c}$$

由（8）式及[1]可得：

$$E(V_1^{\mathrm{T}}P_1V_1)=\theta_1\mathrm{tr}(P_1R_1T_1R_1^{\mathrm{T}})+\mathrm{tr}(P_1R_{12}\overline{T_2}R_{12}^{\mathrm{T}})+\theta_2\mathrm{tr}(P_1R_{12}T_2R_{12}^{\mathrm{T}})+\theta_3\mathrm{tr}(P_1R_{13}T_3R_{13}^{\mathrm{T}}) \tag{9a}$$

$$E(V_2^{\mathrm{T}}P_2V_2)=\theta_1\mathrm{tr}(P_2R_{21}T_1R_{21}^{\mathrm{T}})+\mathrm{tr}(P_2R_2\overline{T_2}R_2^{\mathrm{T}})+\theta_2(P_2R_2T_2R_2^{\mathrm{T}})+\theta_3\mathrm{tr}(P_2R_{23}T_3R_{23}^{\mathrm{T}}) \tag{9b}$$

$$E(V_3^{\mathrm{T}}P_3V_3)=\theta_1\mathrm{tr}(P_3R_{31}T_1R_{31}^{\mathrm{T}})+\mathrm{tr}(P_3R_{32}\overline{T_2}R_{32}^{\mathrm{T}})+\theta_2\mathrm{tr}(P_3R_{32}T_2R_{32}^{\mathrm{T}})+\theta_3\mathrm{tr}(P_3R_3T_3R_3^{\mathrm{T}}) \tag{9c}$$

由（9）式经整理、化简后可得此时的Helmert型方差分量估计公式为：

$$\begin{pmatrix} n_1+\mathrm{tr}(Q_{\hat{y}}N_1)^2-2\,\mathrm{tr}(Q_{\hat{y}}N_1) & \mathrm{tr}(Q_{\hat{y}}N_1Q_{\hat{y}}N_2^{(1)}) & \mathrm{tr}(Q_{\hat{y}}N_1Q_{\hat{y}}N_3) \\ \mathrm{tr}(Q_{\hat{y}}N_1Q_{\hat{y}}N_2) & \mathrm{tr}(P_2\overline{P}_2^{-1})+\mathrm{tr}(Q_{\hat{y}}N_2Q_{\hat{y}}N_2^{(1)})-2\,\mathrm{tr}(Q_{\hat{y}}N_2^{(1)}) & \mathrm{tr}(Q_{\hat{y}}N_2Q_{\hat{y}}N_3) \\ \mathrm{tr}(Q_{\hat{y}}N_1Q_{\hat{y}}N_3) & \mathrm{tr}(Q_{\hat{y}}N_3Q_{\hat{y}}N_2^{(1)}) & n_3+\mathrm{tr}(Q_{\hat{y}}N_3)^2-2\,\mathrm{tr}(Q_{\hat{y}}N_3) \end{pmatrix}\begin{pmatrix}\theta_1\\ \theta_2\\ \theta_3\end{pmatrix}$$

$$=\begin{pmatrix} V_1^{\mathrm{T}}P_1V_1-\mathrm{tr}Q_{\hat{y}}N_1Q_{\hat{y}}N_2^{(2)}) \\ V_2^{\mathrm{T}}P_2V_2-\mathrm{tr}\,(Q_{\hat{y}}N_2Q_{\hat{y}}N_2^{(2)})+2\,\mathrm{tr}(Q_{\hat{y}}N_2^{(2)})-\mathrm{tr}\,(P_2\overline{P}_2^{-1}) \\ V_3^{\mathrm{T}}P_3V_3-\mathrm{tr}(Q_{\hat{y}}N_3Q_{\hat{y}}N_2^{(2)}) \end{pmatrix} \tag{10}$$

式中，$N_1=\overline{B}_1^{\mathrm{T}}P_1\overline{B}_1$，$N_2=\overline{B}_2^{\mathrm{T}}P_2\overline{B}_2$，$N_3=\overline{B}_3^{\mathrm{T}}P_3\overline{B}_3$，$N_{bb}=N_1+N_2+N_3$，$N_{cc}=CN_{bb}^{-1}C^{\mathrm{T}}$，$Q_{\hat{y}}=N_{bb}^{-1}-N_{bb}^{-1}C^{\mathrm{T}}N_{cc}^{-1}CN_{bb}^{-1}$，$N_2^{(1)}=B_2^{\mathrm{T}}\overline{P_2}P_2^{-1}\overline{P_2}B_2$，$N_2^{(2)}=\overline{B}_2^{\mathrm{T}}P_2\overline{P}_2^{-1}P_2\overline{B}_2$。

(10) 式就是三维网中含3类观测值含定向角未知数的方差分量估计公式，它便于实际计算。需要指出的是，(10)式左边系数阵是非对称的，这一点不同于一般的Helmert型方差分量估计公式。

3 三维网平差中消去定向角未知数后的方差分量估计公式

消去定向角未知数后的法方程为：

$$\begin{pmatrix}\overline{N}_{bb} & C_x^{\mathrm{T}}\\ C_x & 0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\hat{x}\\ k\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}B_1^{\mathrm{T}}P_1f_1+\overline{B}_1^{\mathrm{T}}\overline{P}_1\overline{f}_1+B_2^{\mathrm{T}}P_2f_2+B_3^{\mathrm{T}}P_3f_3\\ f_x\end{pmatrix} \tag{11}$$

式中，$\overline{N}_{bb}=B_1^{\mathrm{T}}P_1B_1+\overline{B}_1^{\mathrm{T}}\overline{P}_1\overline{B}_1+B_2^{\mathrm{T}}P_2B_2+B_3^{\mathrm{T}}P_3B_3$，(11) 式实际上是原法方程（6）式消去定向角未知数后的约化法方程。

由〔1〕可知：

$$Q_{\hat{x}}=\overline{N}_{bb}^{-1}-\overline{N}_{bb}^{-1}C_x^{T}\overline{N}_{cc}^{-1}C_x\overline{N}_{bb}^{-1},\qquad \overline{N}_{cc}=C\overline{N}_{bb}^{-1}C^{T}$$

为导出消去定向角未知数后的方差分量估计公式，先导出如下几个重要关系式。

因 $Q_{\hat{y}}=N_{bb}^{-1}-N_{bb}^{-1}C^{T}N_{cc}^{-1}CN_{bb}^{-1}$

故有： $Q_{\hat{y}}N_{bb}=\underset{u,u}{I}-N_{bb}^{-1}C^{T}N_{cc}^{-1}C$

对上式求迹得：

$$\operatorname{tr}(Q_{\hat{y}}N_{bb})=u-\operatorname{tr}(N_{bb}^{-1}C^{T}N_{cc}^{-1}C)=u_x+u_z-s$$

因
$$\begin{pmatrix}N_{bb} & C^{T}\\ C & 0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}Q_{\hat{y}} & N_{bb}^{-1}C^{T}N_{cc}^{-1}\\ N_{cc}^{-1}CN_{bb}^{-1} & -N_{cc}^{-1}\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}I_u & 0\\ 0 & I_s\end{pmatrix}$$

故有：$CQ_{\hat{y}}=0$

顾及上式则有：

$$Q_{\hat{y}}N_{bb}Q_{\hat{y}}=(I-N_{bb}^{-1}C^{T}N_{cc}^{-1}C)Q_{\hat{y}}=Q_{\hat{y}}$$

有了上述关系式后，即可导出消去定向角未知数后的方差分量估计公式，因为：

$$Q_{\hat{y}}N_2=\begin{pmatrix}Q_{\hat{z}} & Q_{\hat{z}\hat{x}}\\ Q_{\hat{x}\hat{z}} & Q_{\hat{x}}\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & N_s\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0 & Q_{\hat{z}\hat{x}}N_s\\ 0 & Q_{\hat{x}}N_s\end{pmatrix},\quad Q_{\hat{y}}N_3=\begin{pmatrix}0 & Q_{\hat{z}\hat{x}}N_\beta\\ 0 & Q_{\hat{x}}N_\beta\end{pmatrix}$$

$$Q_{\hat{y}}N_1=Q_{\hat{y}}[(N_1+N_2+N_3)-(N_2+N_3)]=Q_{\hat{y}}N_{bb}-Q_{\hat{y}}(N_2+N_3)$$

$$=I-\begin{pmatrix}0 & Q_{\hat{z}\hat{x}}(N_s+N_\beta)\\ 0 & Q_{\hat{x}}(N_s+N_\beta)\end{pmatrix}$$

$$Q_{\hat{y}}N_2^{(1)}=\begin{pmatrix}0 & Q_{\hat{z}\hat{x}}N_s^{(1)}\\ 0 & Q_{\hat{x}}N_s^{(1)}\end{pmatrix},\quad Q_{\hat{y}}N_2^{(2)}=\begin{pmatrix}0 & Q_{\hat{z}\hat{x}}N_s^{(2)}\\ 0 & Q_{\hat{x}}N_s^{(2)}\end{pmatrix}$$

式中，$N_s^{(1)}=B_2^{T}\overline{P}_2B_2$，$N_s^{(2)}=B_2^{T}\overline{\overline{P}}_2B_2$，$N_\beta=B_3^{T}P_3B_3$，利用上式并顾及（10）式可得三维网平差中消去定向角未知数后的方差分量估计公式为：

$$\begin{pmatrix}n_l-u_z-u_x+s+2\operatorname{tr}(Q_1Q_2)+\operatorname{tr}(Q_1)^2 & \operatorname{tr}(Q_1^{(1)})-\operatorname{tr}(Q_1Q_1^{(1)})-\operatorname{tr}(Q_2Q_1^{(1)}) & \operatorname{tr}(Q_2)-\operatorname{tr}(Q_1Q_2)-\operatorname{tr}(Q_2)^2\\ \operatorname{tr}(Q_1)-\operatorname{tr}(Q_1Q_2)-\operatorname{tr}(Q_1)^2 & \operatorname{tr}(P_2\overline{P}_2^{-1})+\operatorname{tr}(Q_1Q_2^{(1)})-2\operatorname{tr}(Q_1^{(1)}) & \operatorname{tr}(Q_1Q_2)\\ \operatorname{tr}(Q_2)-\operatorname{tr}(Q_1Q_2)-\operatorname{tr}(Q_2)^2 & \operatorname{tr}(Q_2Q_1^{(1)}) & n_\beta+\operatorname{tr}(Q_2)^2-2\operatorname{tr}(Q_2)\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\theta_1\\ \theta_2\\ \theta_3\end{pmatrix}$$

$$=\begin{pmatrix}V_1^{T}P_1V_1-\operatorname{tr}(Q_1^{(2)})+\operatorname{tr}(Q_1Q_1^{(2)})+\operatorname{tr}(Q_2Q_1^{(2)})\\ V_2^{T}P_2V_2-\operatorname{tr}(P_2\overline{\overline{P}}_2^{-1})+2\operatorname{tr}(Q_1^{(2)})-\operatorname{tr}(Q_1Q_1^{(2)})\\ V_3^{T}P_3V_3-\operatorname{tr}(Q_2Q_1^{(2)})\end{pmatrix}\tag{12}$$

式中，$Q_1 = Q_{\hat{x}} N_s$，$Q_2 = Q_{\hat{x}} N_\beta$，$Q_1^{(1)} = Q_{\hat{x}} N_s^{(1)}$，$Q_1^{(2)} = Q_{\hat{x}} N_s^{(2)}$。

4 迭代计算步骤与结论

迭代计算步骤是：

（1）将观测值按不同类型分类，给定方差分量 m_l^2，m_a^2，m_b^2，m_β^2 的初值 $m_{l(0)}^2$，$m_{a(0)}^2$，$m_{b(0)}^2$，$m_{\beta(0)}^2$。按（2）式计算第二设计矩阵的初值 $T_i^{(0)}$，$\overline{T}_2^{(0)}$ 及权阵的初值 $P_i^{(0)}$，$\overline{P}_2^{(0)}$，$\overline{\overline{P}}_2^{(0)}$（$i=1,2,3$）。

（2）进行第一次平差计算，求得3类观测值残差平方和的第一次估值 $V_1^T P_1^{(0)} V_1$，$V_2^T P_2^{(0)} V_2$，$V_3^T P_3^{(0)} V_3$。再按（12）式计算各方差因子的第一次估值 $\theta_1^{(1)}$，$\theta_2^{(1)}$，$\theta_3^{(1)}$。

（3）按下式计算方差分量的第一次估值：$m_{l(1)}^2 = \theta_1^{(1)} m_{l(0)}^2$，$m_{a(1)}^2 = m_{a(0)}^2$，$m_{b(1)}^2 = \theta_2^{(1)} m_{b(0)}^2$，$m_{\beta(1)}^2 = \theta_3^{(1)} m_{\beta(0)}^2$。并由它们计算第二设计矩阵的第一次估值 $T_i^{(1)}$，$\overline{T}_2^{(1)}$ 以及权阵的第一次估值 $P_i^{(1)}$，$\overline{P}_2^{(1)}$，$\overline{\overline{P}}_2^{(1)}$（$i=1,2,3$）。

（4）重复（2）、（3）两步计算，直至 $|(\theta_i^{(k)} - \theta_i^{(k-1)})| < \varepsilon$（$i=1,2,3$）为止。

笔者用 FORTRON 77 语言编制了带方差分量估计的三维网平差程序，进行了模拟和实例计算。现将主要结果列于附表中。

根据理论分析和计算可得出如下几点结论：

（1）如果给定的固定误差初值与实际情况一致，那么用该方差分量估计模型能准确地求出 m_l^2，m_b^2，m_β^2，即能准确地确定方向观测值，边长观测值和垂直角观测值的权。表中的数据表明：方差分量估值与模拟值略有偏差，这是由于模拟误差带有一定的随机性引起的。

（2）大家知道，边长的观测误差是由 m_a^2 和 m_b^2 产生的，对于一组边长观测值，它们的误差大小是确定的。如果给定的 m_a^2 比真值小，那么 m_b^2 就比真值大，反之亦然。m_a^2 和 m_b^2 之间必然存在这种内部补偿性质。实际计算也证实了这一点（见附表）。

正因为 m_a^2 和 m_b^2 之间存在这种补偿性质，所以当 m_a^2 有小误差时，对网的整体精度不会有什么影响，但对每条边的精度是有影响的（见附表）。当 m_a^2 比真值大时，短边的精度低于实际精度，长边的精度高于实际精度，反之亦然。

（3）对任意给定的初值 m_l^2，m_b^2，m_β^2，迭代计算总收敛于同一点。

（4）如果我们假定已知 m_b^2 的值，那么就可以在估计过程中固定 m_b^2，而求 m_a^2，m_l^2，m_β^2 的估值，容易得到完全类似于（12）式的估计公式，对此不再重复论述。

附 表

网 名	方差分量初值				方差分量模拟值				方差分量估值				边长相对精度					平均精度（mm）			
	m_l^2	m_a^2	m_b^2	m_β^2	m_l^2	m_a^2	m_b^2	m_β^2	m_l^2	m_a^2	m_b^2	m_β^2	（No. 1～5）					$\overline{m}_x$	$\overline{m}_y$	$\overline{m}_z$	$\overline{m}$
模拟网 1	1.0	5.0	2.0	2.5	1.0	5.0	2.0	2.5	1.09	5.0	1.70	2.36	326 000	515 000	339 000	147 000	374 000	1.78	1.63	2.52	3.51
	3.0	5.0	15.0	5.0					1.09	5.0	1.71	2.36	326 000	515 000	339 000	147 000	374 000	1.78	1.63	2.52	3.51
	5.0	5.0	10.0	0.1					1.09	5.0	1.71	2.36	326 000	515 000	339 000	147 000	374 000	1.78	1.63	2.52	3.51
	2.0	4.0	5.0	1.5					1.10	4.0	4.60	2.36	320 000	493 000	327 000	148 000	361 000	1.78	1.66	2.51	3.51
	2.0	4.5	5.0	1.5					1.09	4.5	3.48	2.36	320 000	511 000	337 000	147 000	361 000	1.78	1.66	2.51	3.51
	2.0	2.5	5.0	1.5					1.09	2.5	6.64	2.35	314 000	494 000	325 000	159 000	359 000	1.77	1.69	2.49	3.51
模拟网 2	1.0	5.0	5.0	2.5	1.0	5.0	5.0	2.5	0.99	5.0	5.08	2.40	420 000	546 000	949 000	203 000	367 000	3.93	3.96	6.62	8.67
	2.0	5.0	7.0	1.5					0.98	5.0	5.08	2.40	420 000	546 000	949 000	203 000	367 000	3.93	3.96	6.62	8.67
	2.0	3.0	7.0	1.5					1.00	3.0	5.63	2.40	405 000	534 000	970 000	212 000	361 000	3.95	3.96	6.62	8.68
	2.0	4.0	4.0	3.5					0.99	4.0	5.39	2.40	412 000	540 000	960 000	208 000	364 000	3.94	3.96	6.62	8.67
	2.0	6.0	10.0	3.5					0.98	6.0	4.72	2.40	428 000	553 000	938 000	197 000	370 000	3.93	3.97	6.61	8.69
模拟网 3	1.0	2.0	1.5	1.5	1.0	2.0	1.5	1.5	1.06	2.0	1.33	1.61									
	2.0	2.0	3.5	3.5					1.06	2.0	1.33	1.61									
实测网	0.7	0.5	1.0	2.5					1.50	0.5	1.60	4.74						1.37	1.41	9.00	9.23
	1.0	0.5	1.5	4.0					1.50	0.5	1.60	4.74						1.37	1.41	9.00	9.23
	1.5	0.5	0.5	1.5					1.50	0.5	1.60	4.74						1.37	1.41	9.00	9.23

注：（1）因篇幅关系，没将网图画出；

（2）模拟网的观测值为模拟值，实测网的观测值为某大坝的实测值；

（3）m_l，m_β 的单位为秒；m_a，m_b 的单位为毫米。

参 考 文 献

〔1〕 刘大杰等．广义测量平差原理(讲义)．武汉测绘科技大学，1985．

〔2〕 张万鹏．方差分量估计理论及其在边角网平差中的应用：〔硕士论文〕．武汉测绘科技大学，1987．

〔3〕 于正林．边角网平差中的方差分量估计．地壳形变与地震，1988(2)．

Variance Components Estimate in Three Dimension Network Adjustment

Sheng Leshan

Abstract

In this paper, we are using the theories of variance components estimate in 3-D (three dimension) network adjustment, deriving the formules of variance components estimate which the orientation angular unknowns are involved or eliminated, in order to set up the random models of 3-D network adjustment.

【Key words】 variance components estimate; three dimension network adjustment; random model